Lineare Algebra und analytische Geometrie II: Blatt 10

Abgabe 06.07.2009

Aufgabe 1

Wir betrachten den affinen Raum $\mathcal{A} = (\mathbb{F}_5)^3$.

a) Wieviel Punkte hat $\mathcal{A}$?

b) Wieviele Geraden gibt es in $\mathcal{A}$?

c) Wieviele parallele Geraden zu einer fixierten Geraden gibt es?

d) Wieviele windschiefe Geraden zu einer fixierten Geraden gibt es? (Zwei Geraden heißen windschief, wenn sie sich weder schneiden, noch parallel sind.)

e) Wieviele Ebenen gibt es in $\mathcal{A}$?

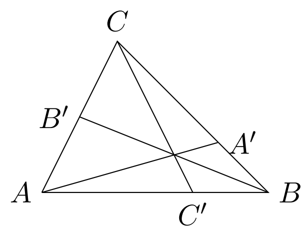
Aufgabe 2

a) Wir betrachten im affinen Raum $\mathcal{A} = \mathbb{R}^3$ die Ebene, die die Punkte $A(1, 2, 3)$, $B(5, -2, 6)$ und $C(-3, 2, 1)$ enthält. Bestimmen Sie den Schnittpunkt dieser Ebene mit der Geraden, die die Punkte $D(7, -2, 2)$ und $E(9, 7, 3)$ enthält.

b) Wir betrachten im affinen Raum $\mathcal{A} = \mathbb{R}^4$ die Punkte $A(1, -1, 0, 1)$, $B(0, 1, -1, 0)$ und $C(1, 0, -1, 0)$. Beschreiben Sie:

- die Gerade durch A parallel zu BC,
- die Ebene durch $P(1, 2, 0, 2)$ parallel zur Ebene, welche die Punkte A, B und C enthält,
- die Hyperebene H, welche die Punkte P, A, B und C enthält,
- die Hyperebene durch $M(-1, 1, 2, -1)$ parallel zu H.

Aufgabe 3



Zeigen Sie: Schneiden sich in einem Dreieck ABC die drei Ecktransversalen AA', BB' und CC' in einem Punkt, dann gilt:

$$(A, B|C') \cdot (B, C|A') \cdot (C, A|B') = 1.$$

Aufgabe 4

Wir betrachten den affinen Raum $\mathcal{A} = K^2$ und $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2 \subseteq \mathcal{A}$ zwei affine Geraden, die sich in einem Punkt P schneiden. Weiter seien drei von P verschiedene Punkte A_1, B_1, C_1 auf $\mathcal{A}_1$, und drei von P verschiedene Punkte A_2, B_2, C_2 auf $\mathcal{A}_2$ derart gegeben, dass die Durchschnitte $A = B_1C_2 \cap B_2C_1$, $B = A_1C_2 \cap A_2C_1$ und $C = A_1B_2 \cap A_2B_1$ Punkte sind. Zeigen Sie, dass A, B, C auf einer Geraden liegen.