Lineare Algebra und and analytische Geometrie II, Blatt 9

1. Man zeige dass die lineare Abbildung $\phi_A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $\phi_A(x) = Ax$, wobei

$$A = \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 2 & -\sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 1+\sqrt{2} & -1+\sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & -1+\sqrt{2} & 1+\sqrt{2} \end{pmatrix} \in M(3,3;\mathbb{R}), \tag{1}$$

eine Drehung im euklidischen Vektorraum $\mathbb{R}^3$ beschreibt, und bestimme die Drehachse sowie den Drehwinkel.

2. Die linearen Abbildungen $\phi, \xi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ seien durch

$$\psi(e_1) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_2),\ \phi(e_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 - e_2),\ \phi(e_3) = e_3,$$

und

$$\xi(e_1) = e_1,\ \xi(e_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_2 + e_3),\ \xi(e_3) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_2 - e_3)$$

gegeben. Man zeige, dass $\tau = \xi \circ \phi$ eine Drehung ist, und bestimme die Drehachse sowie der Drehwinkel.

3. Sei $\mathbb{R}^3$ der kanonische affine Raum. Zeigen Sie dass die Punkten

$$A_0 = (2,2,2), A_1 = (1,0,2), A_3 = (2,1,0), A_3 = (0,2,1)$$

affin unabhängig sind. Finden Sie eine Darstellung von $B = (1,1,4)$ als eine affine Kombination von A_0, A_1, A_2, A_3.

4. Welche der folgenden Mengen ist ein linearer, welche ein affiner Unterrarum des $\mathbb{R}$-Vektorraumes $\mathbb{R}^n$?

1. $\{(x_1, \ldots, x_n) : x_1, \ldots, x_n \in \mathbb{Q}\}$.
2. $\{(x_1 + 1, x_2 + 2, 0, \ldots, 0) : x_1, x_2 \in \mathbb{R}\}$.
3. $\{(r, x_2, x_3, \ldots, x_n) : x_2, \ldots, x_n \in \mathbb{R}\}$