# Lineare Algebra und Analytische Geometrie, Blatt 9, Prof. Dr. Gavril Farkas

1. **(16 Punkte)** Es sei

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 4 & 0 \\ 3 & 7 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \in M(4,3:\mathbb{R})$$

die Koordinatenmatrix $M^{\mathcal{C}}_{\mathcal{B}}(f)$ der lineare Abbildung $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ bezüglich der Basis $\mathcal{B} = ({}^t(1,1,0), {}^t(0,1,1), {}^t(0,1,0))$ von $\mathbb{R}^3$ und der kanonischen Basis $\mathcal{C}$ von $\mathbb{R}^4$. Bestimmen Sie die Koordinatenmatrix $M^{\mathcal{C}'}_{\mathcal{B}'}(f)$ wobei $\mathcal{B}'$ die kanonische Basis von $\mathbb{R}^3$ ist und $\mathcal{C}' = ({}^t(1,1,2,0), {}^t(0,1,1,1), {}^t(0,3,2,0), {}^t(0,2,3,4))$ eine Basis von $\mathbb{R}^4$ ist.

2. **(12 Punkte)** Sei $\varphi : k^n \to k^m$ eine lineare Abbildung.
(a) Zeigen Sie: Ist $m > n$, so ist $\varphi$ nicht surjektiv.
(b) Sei jetzt $k = \mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$ und $\phi$ habe den Rang $r$. Wie viele Elemente hat $\mathrm{Ker}(\varphi)$?

3. **(12 Punkte)** Ist die Matrix $A \in M(3:\mathbb{Z}/3\mathbb{Z})$ mit

$$\begin{pmatrix} \bar{2} & \bar{0} & \bar{2} \\ \bar{1} & \bar{2} & \bar{1} \\ \bar{2} & \bar{1} & \bar{1} \end{pmatrix}$$

invertierbar? Sollte es der Fall sein, bestimmen Sie $A^{-1}$.

**Bemerkungen.** Die Aufgaben sind maximal in Dreiergruppen abzugeben. Die Abgabe erfolgt Aufgabenweise, d.h. jede Aufgabe soll getrennt aufgeschrieben werden. Vergessen Sie bitte nicht Ihre Namen lesbar auf jedes Blatt zu schreiben!