Lineare Algebra und Analytische Geometrie, Blatt 7, Prof. Dr. Gavril Farkas

1. **(14 Punkte)** (a) Für reelle Zahlen $a, b \in \mathbb{R}$, beweisen Sie, dass

$$\frac{(a+bi)^2}{a-bi} + \frac{(a-bi)^2}{a+bi} \in \mathbb{R}.$$

(b) Berechen Sie die komplexe Zahl $i^{21} + i^{295} + i^{77} + i^{2013}$.

2. **(14 Punkte)** (a) Seien $z_1 = 1 + \sqrt{3}i, z - 2 = 1 - \sqrt{3}i$. Bestimmen Sie, $|z_1|, \arg(z_1), \arg(z_2), \arg(\frac{z_1}{z_2})$ und $\arg\sqrt{\frac{z_1}{z_2}}$.

(b) Berechnen Sie die komplexe Zahl $(1+i)^n + (1-i)^n$, wobei $n \in \mathbb{N}$.

3. **(12 Punkte)** Finden Sie alle reelle Zahlen $x, y \in \mathbb{R}$ mit $(x+yi)^7 = 1 + i$.

Bemerkungen. Die Aufgaben sind maximal in Dreiergruppen abzugeben. Die Abgabe erfolgt Aufgabenweise, d.h. jede Aufgabe soll getrennt aufgeschrieben werden. Vergessen Sie bitte nicht Ihren Namen und übungsgruppe lesbar auf jedes Blatt zu schreiben!