

1. Klausur Mathematik ma-13 (2003/04)

Dauer: 90min.

Arbeitsmittel: Formeln und Tabellen Sek I u. II - PAETEC, Taschenrechner (nicht programmierbar), Duden

Hinweis: Alle Rechnungen sind nachvollziehbar darzustellen, wichtige Schritte zu begründen.

1. Lagebeziehungen von Geraden

- a) Untersuchen Sie, ob die Geraden g und h windschief zueinander verlaufen oder sich schneiden.

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -4 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- b) Geben Sie eine Gleichung einer beliebigen Geraden k an, die beide Geraden schneidet.
- c) Erläutern Sie allgemein, wie man zwei Geraden auf Parallelität untersucht.
- d) Bestimmen Sie die Werte der Variablen a und b so, dass die Geraden e und f parallel zueinander verlaufen.

$$e: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} a \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad f: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ b \\ -1 \end{pmatrix}$$

2. Gegeben sei die Ebene $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- a) Geben Sie eine Koordinatengleichung der Ebene an.
- b) Prüfen Sie, ob der Punkt $P(0|1|1)$ in E liegt.
- c) Berechnen Sie die Schnittpunkte der Ebene E mit den Koordinatenachsen und stellen Sie E grafisch dar.
- d) Untersuchen Sie, wie die Ebene E und die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5,5 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ zueinander liegen. Berechnen Sie gegebenenfalls den Schnittpunkt.

3. Von einem Parallelogramm $ABCD$ sind die Punkte $B(2|4|3)$ und $C(3|0|-5)$ sowie der Schnittpunkt der Diagonalen $M(-2|4|15)$ bekannt, die eine Ebene E aufspannen.

- a) Fertigen Sie zu diesem Sachverhalt eine Skizze an.
- b) Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte A und D .

Bitte wenden.

4. Vier Kugeln mit gleichem Radius sollen im Raum auf einer beliebigen Ebene liegen und sich gegenseitig berühren (siehe Abb. 1).

a) Geben Sie vier Mittelpunkte und einen Radius von Kugeln an, welche die o.g. Bedingungen erfüllen.

Hinweis: Sie können selbst wählen, wie groß die Kugeln sind und wo die Anordnung sich befindet.

b) Wie groß ist der Abstand zwischen den Mittelpunkten der Kugeln K_1 und K_3 für den von Ihnen unter a) gewählten Radius?

c) Vier Kugeln mit dem Radius 1 sollen nun in der y - z -Ebene liegen, ihre Mittelpunkte sollen sich jeweils auf den Koordinatenachsen (y - bzw. z -Achse) befinden (siehe Abb.2).

Ermitteln Sie die Koordinaten der Mittelpunkte der Kugeln.

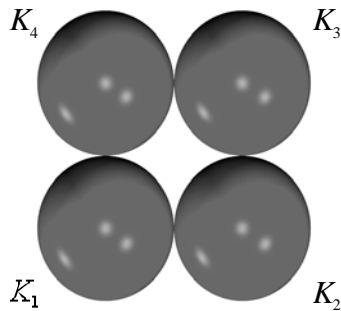


Abbildung 1

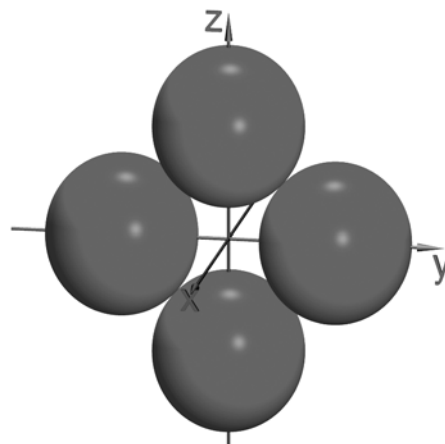


Abbildung 2