

Curriculare Vorgaben für die gymnasiale Oberstufe

**der Gymnasien
der Gesamtschulen mit gymnasialer Oberstufe
der Beruflichen Gymnasien
der Kollegs
der Abendgymnasien**

Mathematik

Herausgeber:
Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport
Beuthstr. 6-8
10117 Berlin
info@senbjs.verwalt-berlin.de

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen	4
1.1	Aufgaben und Ziele des Unterrichts.....	4
1.2	Prinzipien des Lehrens und Lernens	5
1.3	Grundsätze der Leistungsbeurteilung.....	6
2	Aufgaben und Ziele des Mathematikunterrichts in der gymnasialen Oberstufe	8
3	Kompetenzerwerb und Standards	9
3.1	Kompetenzerwerb im Mathematikunterricht	9
3.2	Eingangsvoraussetzungen für den Übergang in die gymnasiale Oberstufe	11
3.3	Abschlussstandards	12
3.4	Methodisch-didaktische Konzeption.....	13
3.5	Einsatz von Computern im Mathematikunterricht	13
4	Themen und Inhalte	15
4.1	Struktur der curricularen Vorgaben.....	15
	Übersicht Einführungsphase	16
	Übersicht Grundkurse	16
	Übersicht Leistungskurse ohne jahrgangsübergreifenden Unterricht	17
	Übersicht Leistungskurse bei jahrgangsübergreifendem Unterricht.....	18
4.2	Einführungsphase Fundamentalebereich	19
4.3	Einführungsphase Profilkurs	24
4.4	Grundkurse	26
	ma-1: Differential- und Integralrechnung	26
	ma-2: Differential- und Integralrechnung, Stochastik.....	28
	ma-3: Analytische Geometrie.....	30
	ma-4: Komplexe Aufgaben zur Analysis, Stochastik	32
4.5	Leistungskurse.....	34
	MA-1: Differential- und Integralrechnung.....	34
	MA-2: Differential- und Integralrechnung, Stochastik	38
	MA-3: Analytische Geometrie und Lineare Algebra.....	42
	MA-4: Stochastik, Komplexe Aufgaben.....	46
4.6	Zusatzkurse.....	49
4.7	Fremdsprachlicher Sachfachunterricht.....	53
5	Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung.....	54
5.1	Grundsätze.....	54
5.2	Die Mitarbeit im Unterricht.....	54
5.3	Schriftliche Leistungsüberprüfungen	54
5.4	Besondere Aspekte der Leistungsbewertung	55

1 Grundlagen

1.1 Aufgaben und Ziele des Unterrichts

Bildungsziele

Die fortschreitende Erweiterung und Entwicklung von Wissen sowie der beschleunigte Wandel einer von Globalisierung geprägten Welt erfordern eine Neuorientierung für den Unterricht in der gymnasialen Oberstufe. Die traditionelle Vorstellung, man könne von einem Wissensvorrat lebenslang zehren, ist von einem dynamischen Modell des Wissenserwerbs abgelöst worden, dessen Ziel die erfolgreiche Bewältigung unterschiedlicher Situationen und Probleme im Alltags- und im Berufsleben ist. Die Fundamente fachlichen und methodischen Wissens und Könnens müssen daher so angelegt werden, dass neue Kenntnisse und Fähigkeiten anschlussfähig sind.

Voraussetzungen dafür sind eine erweiterte Allgemeinbildung sowie eine wissenschaftspropädeutische Grundbildung, die zum lebenslangen, weiteren Wissenserwerb befähigen und das Erlernen der Methoden zur nachhaltigen Wissensgenerierung und -vernetzung fördern. Auf dieser Grundlage zielt der Unterricht in der gymnasialen Oberstufe darauf ab, die persönliche Entwicklung der Schülerinnen und Schüler zu unterstützen sowie ihre Fähigkeiten auszubauen, sich mit anderen zu verständigen und aktiv gestaltend am sozialen, kulturellen, politischen und wirtschaftlichen Leben teilzunehmen.

Unterrichtsentwicklung

Die neuen curricularen Vorgaben liefern in ihrer einheitlichen Struktur einen entscheidenden Beitrag zur Unterrichtsentwicklung als Bestandteil von Schulentwicklung. Sie setzen die für alle Schulen gültigen Qualitätsstandards bei gleichzeitiger Gewährung eines angemessen großen Entscheidungsraums für die einzelne Schule fest. Die curricularen Vorgaben beschreiben verpflichtende und fakultative Unterrichtsinhalte bzw. unterbreiten ein Wahlangebot, so dass die Schulen eine Grundlage für die Gestaltung ihres schulinternen Curriculums haben. Auf diese Weise wird die Profilbildung der einzelnen Schule unterstützt.

Das zugrunde liegende Lernkonzept orientiert sich am so genannten erweiterten Lernbegriff: Erweitert bedeutet in diesem Zusammenhang, dass über das sachlich-fachliche Wissen und Können hinaus das eigenverantwortliche Lernen in Kooperation mit der Lerngruppe, das nachhaltig wirksame Lernen sowie das Lernen des Lernens angestrebt werden. Im Zentrum steht die Kompetenzentwicklung der Schülerinnen und Schüler, nicht die Stoffvermittlung.

Transparenz von Bildungsgängen

Die curricularen Vorgaben konkretisieren die im Schulgesetz formulierten generellen Zielsetzungen im Hinblick auf die gymnasiale Oberstufe. Sie zeigen auf, mit welchen Lernkonzepten diese Ziele zu bewältigen sind, welche Anforderungen den Unterricht bestimmen und welche Erwartungen an die Schülerinnen und Schüler gerichtet werden. Ferner geben sie an, welche Formen der Leistungsbeurteilung einzusetzen sind, um die Prozesse und Ergebnisse des Lernens zu überprüfen. Insgesamt liegt ihnen die Absicht zugrunde, den Qualitätsanspruch an schulische Bildung in der Alltagspraxis so zu verankern, dass die Gleichwertigkeit der Schulabschlüsse und die Durchlässigkeit zwischen einzelnen Bildungsgängen für alle gewährleistet sind. Auf diese Weise sollen für Schüler, Eltern und Lehrer gleichermaßen Orientierung und Planbarkeit der Bildungsgänge geboten werden.

Abitur

Die curricularen Vorgaben enthalten Abschlusstandards, die verdeutlichen, was Abiturientinnen und Abiturienten am Ende ihrer schulischen Laufbahn wissen und können müssen.

Anschlussfähigkeit und Weiterentwicklung

Der Anschluss an die Sekundarstufe I ist über die Eingangsvoraussetzungen verdeutlicht. Diese orientieren sich an den durch die KMK entwickelten Bildungsstandards für den mittleren Schulabschluss – sofern vorhanden – und an den in den Rahmenlehrplänen für die Sekundarstufe I entwickelten Standards für die Berliner Schule.

1.2 Prinzipien des Lehrens und Lernens

Standards und Kompetenzerwerb

Im Zentrum der curricularen Vorgaben steht der Kompetenzerwerb der Schülerinnen und Schüler. Als Kompetenzen werden erworbene Fähigkeiten verstanden, die für die Bewältigung und Gestaltung gesellschaftlicher Anforderungen erforderlich sind und eine Grundlage für lebenslanges Lernen bieten.

Der Kompetenzerwerb von Schülerinnen und Schülern nimmt seinen Ausgang in deren unmittelbarem Lebens- und Lernumfeld. Er gestaltet sich individuell und bedarf individueller Entwicklungsstrategien, damit Lernende motiviert an der Erweiterung ihrer Handlungsfähigkeit arbeiten und ihr Wissen und Können durch vielfältige Erfahrungen vertiefen.

Die curricularen Vorgaben zeigen Wege auf, wie Kompetenzen in den jeweiligen Unterrichtsfächern fachsystematisch und fachspezifisch, fachübergreifend sowie fächerverbindend erweitert werden können und die aktive und gestaltende gesellschaftliche Teilhabe junger Menschen unterstützt und gefördert wird.

Mit den Abschlussstandards wird verdeutlicht, welche Fähigkeiten und Fertigkeiten die Schülerinnen und Schüler bis zum Abitur erworben haben sollen. Den Leistungskursfächern kommt dabei gegenüber den Grundkursfächern die Funktion der stärkeren wissenschaftspropädeutischen Orientierung zu. Mit diesen Standards ist für alle am Lehr- und Lernprozess Beteiligten Orientierung und Transparenz für die Unterrichtsarbeit gegeben.

Prinzipien der Unterrichtsgestaltung

Die Orientierung des Unterrichts auf die Kompetenzentwicklung bedingt eine veränderte Bedeutung und Gewichtung von Fachinhalten, die zwar die fachliche Grundlage für die Kompetenzentwicklung darstellen, aber nicht mehr alleine die Struktur des Unterrichtsfaches prägen. Die im Unterricht gestellten Aufgaben und Anforderungen geben Gelegenheit, Teilkompetenzen angemessen zu fördern. Sie lassen Rückschlüsse auf den individuellen Stand der Kompetenzentwicklung der Lernenden für alle am Lehr- und Lernprozess Beteiligten zu. Damit wird auch die Eigenverantwortung der Lernenden gestärkt, denn sie können selbst ihre Stärken und Schwächen feststellen.

Folgende grundlegende Merkmale kennzeichnen den auf Kompetenzerwerb ausgerichteten Unterricht:

- Aufbau systematischen Wissens, das sich in unterschiedlichen Anwendungssituationen bewähren muss,
- Berücksichtigung von individuell unterschiedlichen Lernwegen,
- Förderung der Kommunikationsfähigkeit durch die Herstellung kooperativer Lernsituationen,
- Nutzung der diagnostischen Aussagekraft von Fehlern und deren konstruktive Einbeziehung in den Lernprozess,
- Schaffung von Lernsituationen, in denen Gelerntes fallbezogen von den Lernenden eingesetzt und angewendet werden muss.

Grundsätze bei der Auswahl der Lerninhalte

Für die konkrete Unterrichtsplanung ergeben sich aus dem Kompetenzansatz der curricularen Vorgaben folgende Grundsätze bei der Auswahl von Lerninhalten:

- Bedeutung für den Kompetenzerwerb,
- Bedeutung innerhalb der Fachsystematik,
- Bedeutung für die Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler und die jetzigen und zukünftigen Herausforderungen unserer Gesellschaft,
- Berücksichtigung der Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung (EPA).

Laut Schulgesetz für das Land Berlin sind die Schulen verpflichtet, eine eigene Kultur der Schul- und Unterrichtsentwicklung zu pflegen. Um dies zu ermöglichen, eröffnen die curricularen Vorgaben Gestaltungsspielräume (Pflicht- und Wahlthemen bzw. Wahlmöglichkeiten innerhalb der Themenbereiche).

Bei der Gestaltung schulinterner Curricula berücksichtigen die Schulen neben den oben angeführten Aspekten der Kompetenzentwicklung

- die für ihre Schule geplante Schulentwicklung und Profilbildung,
- die Relevanz der Wahlthemen für die Schule in ihrem spezifischen Umfeld,
- die Förderung der Teamentwicklung,
- die Wünsche und Bedürfnisse der Schülerinnen und Schüler,
- die Einbeziehbarkeit außerschulischer Bildungseinrichtungen.

1.3 Grundsätze der Leistungsbeurteilung

Der kompetenzorientierte Ansatz der curricularen Vorgaben führt zu einer veränderten Praxis der Leistungsbeurteilung. Kompetenzentwicklung erfolgt nicht in einfacher linearer Progression, sondern nutzt auch Umwege und Fehler zum Lernen. Die schulische Bewertungspraxis richtet ihr Augenmerk auf Lernprozesse und Lernprodukte, denn die systematische und kriterienorientierte Beurteilung von Lernprozessen legt die Grundlage für diagnostisches Arbeiten und für die Stärkung der individuellen Lernentwicklung.

Lernberatung und Lernförderung erfolgen durch die Lehrerinnen und Lehrer auf der Basis von Kriterien, die sich aus den curricularen Vorgaben, den Einheitlichen Prüfungsanforderungen für das Abitur, weiteren Erlassen und Verwaltungsvorschriften sowie schulinternen Festlegungen ergeben. Die Kriterien sind innerhalb der Schule abzustimmen und müssen allen Beteiligten bekannt sein.

Auf der Grundlage der Beurteilung und Beratung durch die Lehrerinnen und Lehrer entwickeln Schülerinnen und Schüler zunehmend die Fähigkeit, eigene Lernprozesse und -produkte und die ihrer Mitschülerinnen und Mitschüler realistisch einschätzen zu können. Formen der Selbstbeurteilung verstärken die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler, zielgerichtet und problembewusst zu den gewünschten Lernergebnissen zu kommen und fördern so das Lernen des Lernens.

Lernprozesse und -produkte können vielfältige Gestalt annehmen und orientieren sich an fachlichen Kriterien und an den Erfordernissen der Lebens- und Arbeitswelt in unserer heutigen und zukünftigen Gesellschaft. Auf der Grundlage kriterienorientierter Bewertungsschemata lernen Schülerinnen und Schüler im Team zu arbeiten und gemeinsame und individuelle Produkte zu erstellen, die in die Bewertung mit einfließen.

Klausuren sind an den Maßstäben der Aufgabenstellungen für das Abitur ausgerichtet und legen die Anforderungsbereiche Kennen, Verwenden und Urteilen auf der Grundlage der Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung (EPA) zu Grunde. Rückmeldungen erfolgen kriterienorientiert in Form von Kommentaren oder der Veröffentlichung des Erwartungshorizontes, so dass Schüle-

rinnen und Schüler ihre Stärken und Schwächen erkennen und beraten werden, wie sie ihre Stärken weiter ausbauen können.

In die Bewertung von produktorientierten Lernprozessen wie Projektarbeiten müssen neben den Endprodukten auch die methodisch-strategischen und die sozial-kommunikativen Leistungen sowie der Lernprozess selbst angemessen einbezogen werden. In die Beurteilung können sowohl gruppenbezogene als auch individuelle Leistungen eingehen.

Unterrichtsbeobachtungen sind geeignet, um vor allem die mündlichen Fähigkeiten und Fertigkeiten über einen längeren Zeitraum hin zu beurteilen. Auch für diese Form der Leistungsbeurteilung müssen die Kriterien bekannt sein.

Einen eigenen Stellenwert innerhalb der gymnasialen Oberstufe nimmt die Besondere Lernleistung ein. Sie wird in die Abiturwertung einbezogen und dient insbesondere der Förderung wissenschaftspropädeutischen Arbeitens.

2 Aufgaben und Ziele des Mathematikunterrichts in der gymnasialen Oberstufe

In der gymnasialen Oberstufe wird die Unterrichts- und Erziehungsarbeit der Sekundarstufe I auf der Grundlage des Schulgesetzes für das Land Berlin fortgesetzt. Die Schülerinnen und Schüler erweitern und vertiefen ihre sozialen, kommunikativen, mathematischen und methodischen Kompetenzen.

In der gymnasialen Oberstufe werden Kenntnisse, Fähigkeiten und auch im Fach Mathematik Werthaltungen vermittelt, die zu persönlicher Entfaltung in sozialer Verantwortlichkeit beitragen und die Schüler befähigen, Entscheidungen selbständig zu treffen, sich dabei ihrer Möglichkeiten und Grenzen bewusst zu werden und die Folgen ihres Handelns für sich selbst sowie im sozialen Kontext zu beurteilen.

Der Mathematikunterricht der gymnasialen Oberstufe trägt wesentlich zu einer umfassenden kulturellen Bildung der Schülerinnen und Schüler bei, indem Mathematik sie dazu befähigt, ihre Erfahrungen mit der Welt analytisch wahrzunehmen, zu strukturieren und problembewusst zu reflektieren.

Dabei werden vielfältige Erscheinungen in einer Welt aus Natur und Technik, Gesellschaft und Kultur in einer durch mathematische Bildung geprägten Art wahrgenommen und verstanden. Diese ist durch Präzision der Begriffe und des Sprachgebrauches, durch kausales Denken und durch eine kritische Sensibilisierung gegenüber einem oberflächlichen und unreflektierten Gebrauch zahlengestützter oder mathematischer Darstellungen in Wissenschaft, Wirtschaft sowie Medien und Politik bestimmt.

Die mathematischen Gegenstände und deren Zusammenhänge, zu denen durch Sprache und Fachsprache sowie durch mathematische Symbole und Formeln Zugang gewonnen wird, werden als Schöpfung menschlichen Denkens kennen gelernt und als eine Theorie begriffen, in der induktiv legitimierte Erkenntnisse durch Wahrheiten aus deduktiv strukturiertem Denken ergänzt werden. In der Konfrontation mit mathematisch modellierbaren Problemen werden Kritikfähigkeit und Problemlösefähigkeit erworben. Diese Fähigkeiten werden nicht nur abstrakt, sondern auch realitätsbezogen entwickelt. Die strukturellen Aspekte von Lebensrealitäten werden aufgegriffen und mit mathematisch geprägten Begriffen in Algorithmen und theoretischen Modellen verarbeitet.

3 Kompetenzerwerb und Standards

3.1 Kompetenzerwerb im Mathematikunterricht

Der Unterricht dient der Kompetenzentwicklung bei Schülerinnen und Schülern. Kompetenz ist die Fähigkeit einer Person, auf der Grundlage gesicherter Erkenntnisse, Methoden und Regeln die sachliche Richtigkeit von Aussagen nachzuprüfen, zu beurteilen und in gesellschaftlicher Verantwortung in angemessene Handlungen umzusetzen. Für den Mathematikunterricht bedeutet dies - allgemein formuliert - die Kompetenz, Mathematik zu verstehen, zu beurteilen und in einer Vielzahl von inner- und außermathematischen Kontexten anzuwenden.

Der Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe vermittelt in unterschiedlichem Ausmaß die nachfolgend genannten Kompetenzen:

- Mathematische Modellierungskompetenz
- Sprach- und Kommunikationskompetenz
- Kompetenz im Umgang mit Medien und Informationstechnologien und
- Kompetenz der selbständigen Regulation des Lernens.

Modellierungskompetenz bedeutet, außermathematische Situationen auf mathematische Modelle so abzubilden, dass situationsgegebene Aufgaben und Probleme einer Lösung zugeführt werden können. Eine mathematische Modellierungsfähigkeit kann entwickelt werden, wenn ausreichend mathematisch-begriffliches Wissen als auch die Routinen verfügbar sind, mathematische Algorithmen sicher zu bearbeiten. Die mathematische Modellierung ist eine Übersetzungsleistung, die nur vor dem Hintergrund einer sicheren, gut organisierten und flexibel aktivierbaren Wissensbasis erfolgreich durchgeführt werden kann. Bereits für die Entwicklung eines mathematischen Modells ist eine breit gefächerte Kenntnis der verfügbaren mathematischen Verfahren sowie der zu erwartenden Komplexität der Algorithmen, die aus der Methodenwahl hervorgeht, unverzichtbare Voraussetzung. Bei steigender Komplexität von Aufgaben und Problemstellungen wächst die Bedeutung des Vorwissens für eine erfolgreiche Bearbeitung. Der intelligente Einsatz des verfügbaren Wissens für mathematische Modellierungen und Problemlösungen ist ein langjähriger und übungsintensiver Prozess, bei dem Defizite in der Regel nicht durch kurzfristiges Lernen beseitigt werden können. Dies impliziert, dass mathematisches Modellieren auf jeder Stufe der mathematischen Bildung immanenter Bestandteil des Unterrichts ist und nicht als eine zeitlich nachgeordnete Ergänzung missverstanden und vernachlässigt werden darf.

Eine den Anforderungen der Mathematik genügende Sprachkompetenz ist durch einen hohen Präzisionsgrad in der Sprachverwendung, insbesondere bei der Fachsprache bestimmt. Textverstehen und Textproduktion sowie mathematisches Verstehen erfordern darüber hinaus eine bewusste Differenzierung zwischen logisch begrifflich exakter Sprachkompetenz und einer auch umgangssprachlich geprägten Kommunikationskompetenz.

Für die Mathematik und deren Verwendung in Studium und Wissenschaft gewinnt ein sowohl professioneller und dabei zugleich kritischer Umgang mit modernen Informationstechnologien zunehmend an Bedeutung. In Lebens-, Lern- und Berufssituationen ist mit einer informationstechnologischen Kompetenz der Zugang zu gesellschaftlich verfügbaren Wissensbeständen und zu modernen Kommunikationsformen verbunden.

Die Selbstregulation der Wissensaufnahme, die Steuerung der eigenen Lernprozesse mit selbst zu definierenden Zielen und die gleichzeitig durchzuführende selbständige Überwachung und Erfolgskontrolle ist eine komplexe Handlungskompetenz.

Grundsätzlich beruht jede der im folgenden genannten Kompetenzen auf der sicheren Verfügbarkeit von mathematischem Basiswissen. Die Aneignung dieses Basiswissens gehört daher zur Grundlage eines jeden Mathematikunterrichts.

Die beschriebenen allgemeinen Kompetenzen werden in den vier Dimensionen realisiert:

- den Fachkompetenzen
- den Methodenkompetenzen
- den Sozialkompetenzen
- und den Selbstkompetenzen.

Die Fachkompetenzen bestehen aus den fächerspezifischen und den fachübergreifenden Kenntnissen, Fertigkeiten und Fähigkeiten. Dazu gehören u. a.

- die angemessene Verwendung der Fachsprache und der mathematischen Symbolik
- die sachgerechte Argumentation auf schülergemäßem Niveau
- das Verständnis für die Bedeutung mathematischer Begriffe
- die Reflektion über die erzielten Ergebnisse
- die Entwicklung geeigneter Fragestellungen innerhalb eines Modellierungsprozesses
- und die sichere Anwendung von Rechenverfahren und Kalkülen.

Unter Methodenkompetenzen verstehen wir alle methodischen und verfahrens- bzw. verhaltenstechnischen Fähigkeiten und Fertigkeiten, z. B. Grundtechniken wie

- Klassifizieren
- Ordnen
- Veranschaulichen
- Spezialisieren
- Verallgemeinern
- Analogisieren
- Formalisieren
- Begründen
- und Beweisen,

aber auch so wichtige Kompetenzen wie

- Problemlösefähigkeiten
- und den Umgang mit modernen Medien wie Software und Internet.

Die Sozialkompetenzen sind u. a.

- Teamfähigkeit
- Selbstständigkeit
- und Verantwortungsbewusstsein.

3.2 Eingangsvoraussetzungen für den Übergang in die gymnasiale Oberstufe

Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen werden in der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten erworben. Dementsprechend hat die Kultusministerkonferenz die Bildungsstandards für das Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss inhaltsbezogen konkretisiert. Die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen der Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss gemäß der Beschlüsse Kultusministerkonferenz sind Bestandteil der Eingangsvoraussetzungen der gymnasialen Oberstufe.

Die Kompetenzen, die der Leitidee Daten und Zufall zugeordnet sind oder zugeordnet werden müssten, können so lange nicht als Eingangsvoraussetzung für den Übergang in die gymnasiale Oberstufe erwartet werden, wie auf der Grundlage des Berliner Rahmenplanes für Mathematik für die Sekundarstufe I in der Fassung vom April 1989 (Gesamtwerk 14) unterrichtet wird.

Zusätzlich zu den Bildungsstandards des Mittleren Schulabschlusses werden weitere Kompetenzen erwartet. Die nachfolgend genannten inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen, geordnet nach Leitideen, gehören zu den Eingangsvoraussetzungen für die gymnasiale Oberstufe.

Leitidee Zahl

Die Schülerinnen und Schüler

- begründen die Notwendigkeit der Zahlbereichserweiterung von den rationalen Zahlen zur Menge der reellen Zahlen an Beispielen,
- nutzen sinntragend auch irrationale Zahlen entsprechend der Verwendungsnotwendigkeit,
- unterscheiden die Darstellung exakter irrationaler Zahlen von sinnvoll gerundeten Rechenergebnissen.

Leitidee Messen

Die Schülerinnen und Schüler

- bestimmen zeichnerisch Steigungen von Graphen linearer Funktionen,
- berechnen Flächeninhalt und Umfang von zusammengesetzten Figuren sowie Volumen und Oberfläche von zusammengesetzten Körpern,
- nutzen das Prinzip der Intervallschachtelung bei der Flächen- und Volumenmessung sowie bei der Bestimmung von Näherungswerten reeller Zahlen.

Leitidee Raum und Form

Die Schülerinnen und Schüler

- klassifizieren geometrische Objekte unter Verwendung von Ober- und Unterbegriffen und den definierenden Eigenschaften,
- bestimmen Oberflächen und Volumina von Prismen, Pyramiden, Kegeln und Kugeln,
- wenden Sätze der ebenen Geometrie bei Berechnungen oder Beweisen an, dabei auch die Abhängigkeit der Längenverhältnisse im rechtwinkligen Dreieck von den Winkeln und den Sinus- und den Kosinussatz sowie den Satz des Thales und den Satz des Pythagoras.

Leitidee funktionaler Zusammenhang

Die Schülerinnen und Schüler

- identifizieren proportionale, umgekehrt proportionale, lineare, quadratische, exponentielle und logarithmische Zusammenhänge,
- analysieren und vergleichen die Darstellungen von Funktionen und ihren Umkehrfunktionen,
- untersuchen Eigenschaften von Funktionen und beschreiben deren Graphen, dabei auch Sinus- und Kosinusfunktionen, Potenz- und Wurzelfunktionen sowie Exponential- und Logarithmusfunktionen,
- untersuchen Fragen der Definitionsmenge von Bruchgleichungen und deren Lösbarkeit,
- verwenden Funktionen zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme.

Hinweise zum Zweiten Bildungsweg

Im Zweiten Bildungsweg werden die Eingangsvoraussetzungen aufgrund des Wiedereinstiegs in den Lernprozess nach längerer Pause nur von einem Teil der Lernenden an Kollegs bzw. Abendgymnasien erfüllt. Für die Pflichtteile der curricularen Vorgaben können die Abschlusstandards jedoch erreicht werden.

Im Grundkursfach im Zweiten Bildungsweg kann die Behandlung des Themenbereichs Stochastik vor dem schriftlichen Abitur inhaltlich eingeschränkt werden, um die Standards in den Bereichen Analysis und Analytische Geometrie im Hinblick auf das Zentralabitur zu erfüllen.

3.3 Abschlusstandards

Die Abschlusstandards für die schriftliche und mündliche Prüfung im Abitur werden durch Einheitliche Prüfungsanforderungen im Fach Mathematik gemäß Beschluss der 298. KMK am 23.05.2002 und 24.05.2002 bestimmt (EPA).

Zu den an Inhalten überprüfbaren Kompetenzen gehören

- mathematisches Argumentieren unter angemessener Verwendung der Fachsprache, sachgerechtes Umgehen mit mathematischen Begriffen, Sätzen, Methoden und Algorithmen sowie Beschreiben und Veranschaulichen mathematischer Sachverhalte durch Texte und Abbildungen,
- Lösen von mathematischen Problemen und Aufgaben durch Auswahl und Verwenden geeigneter Verfahren sowie kritisches Reflektieren der Ergebnisse,
- mathematisches Modellieren zum Lösen realitätsnaher Probleme,
- Verwenden ebener und räumlicher Strukturen zur Veranschaulichung geometrischer Zusammenhänge,
- sicherer Umgang mit grundlegenden Arbeitsmethoden der Mathematik
- sachgerechtes Kommunizieren durch selbständige und kritische Auswahl von Informationen, Bearbeiten von Aufgaben und Problemen, Dokumentieren und Begründen der Arbeitsschritte des gewählten Lösungsweges und der verwendeten technischen Hilfsmittel sowie Präsentieren der Ergebnisse und kritisches Reflektieren des Lösungsweges.

Die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen werden - nach Leitideen geordnet - ebenfalls durch die EPA festgelegt. Die Differenzierung nach Grund- und Leistungskursfach erfolgt sowohl durch eine inhaltlich quantitative als auch durch eine qualitative Unterscheidung in den Anforderungen. Grund- und Leistungskursfach unterscheiden sich insbesondere durch

- den Grad der Strukturierung der Prüfungsaufgabe, die Offenheit der Aufgabenstellung und die Anforderungen an die Selbständigkeit bei der Bearbeitung sowie
- den Komplexitätsgrad der sich aus der Aufgabenstellung ergebenden mathematischen Objekte und Methoden.

Die nach Grund- und Leistungskursfach differenzierten inhaltsbezogenen Kompetenzen sind aus den tabellarischen Teilen dieses Planes und den Tabellen vorangestellten Ausführungen ersichtlich.

3.4 Methodisch-didaktische Konzeption

Die Leitideen funktionaler Zusammenhang, Grenzprozess und Approximation, Modellieren, Messen, Algorithmus, räumliches Strukturieren und Zufall haben eine wesentliche Bedeutung für das didaktische Konzept des Mathematikunterrichts. Sie stellen Leitlinien dar, die mathematische Gegenstände miteinander verbinden und die Begriffe, Lehrsätze, Beweise und Algorithmen, Kenntnisse und Verfahren vernetzen. Der Unterricht wird an diesen Leitlinien orientiert, um die innermathematischen Zusammenhänge der behandelten Themen herzustellen und deren Bedeutung und kulturellen Stellenwert zu reflektieren.

Mathematik erschließt sich dem Verständnis von Lernenden am besten, wenn sie in möglichst vielfältigen Kontexten erfahren werden kann. Die Leitideen ermöglichen es, Verbindungen zwischen der formalen Mathematik und ihren Anwendungen herzustellen. Insbesondere in Grundkursen sollte die Auseinandersetzung mit Mathematik an schülernahen, möglichst authentischen Anwendungen erfolgen. Fachübergreifenden Fragestellungen kommt dabei eine besondere Bedeutung zu.

Durch mathematische Modellierung, Lösen von inner- und außermathematischen Problemen und Entwickeln und Anwenden computergestützter Simulationen realer Prozesse kann die Nützlichkeit der Mathematik einsichtig werden. Der Vergleich von Modell und Wirklichkeit kann Grenzen der Anwendbarkeit von Mathematik aufzeigen.

Mathematikunterricht wird an Problemen und deren Lösungen orientiert. In allen Phasen des Unterrichts werden durch Problemstellungen Impulse für die weitere Arbeit gegeben. Problemorientierte Begriffsbildung, problemorientiertes Erarbeiten von Sätzen und Algorithmen und das Lösen der Probleme selbst mit der Entwicklung heuristischer Strategien sind immanente Bestandteile des Mathematikunterrichts.

Wissenschaftlich propädeutisches Lernen erfordert, dass Schülerinnen und Schüler sich zunehmend selbständig und eigenverantwortlich mit dem Fach Mathematik auseinandersetzen, sich eigenständig Informationsquellen erschließen, systematisch und heuristisch Probleme angehen, ihre Arbeitsschritte dokumentieren, ihre Ergebnisse kritisch reflektieren und präsentieren. Unterrichtsinhalte werden daher vom Lehrer so aufbereitet, dass die Schülerinnen und Schüler zu Selbsttätigkeit befähigt werden. Methodischen Ansätzen wie Selbstorganisiertes Lernen (SOL), Lernen an Stationen, Expertenpuzzle, Lernen durch Lehren oder Projektlernen kommen dabei große Bedeutung zu. Durch Handlungsorientierung, kooperative Methoden und offene Unterrichtsformen können die Schülerinnen und Schüler im Fach Mathematik selbständig und eigenverantwortlich arbeiten.

3.5 Einsatz von Computern im Mathematikunterricht

Funktionsplottprogramme, Computer Algebra Systeme (CAS) und Animationen, die in vielen Schulen oder auch über das Internet in vielfältiger Weise zur Verfügung stehen, können sinnvoll eingesetzt werden. Deren Einsatz erfordert angepasste Aufgabenstellungen und neue Unterrichtsmethoden. Dabei steht zumeist die selbständige Erarbeitung durch die Schülerinnen und Schüler im Vordergrund. Zur Unterstützung von Verständnis des Ableitungsbegriffs und der grundlegenden Begrifflichkeiten der

Differentialrechnung kann bereits in der Einführungsphase der Einsatz speziell für dieses Teilgebiet entwickelter Software hilfreich sein.

Vollständige Funktionsuntersuchungen, die vorrangig dem Überblick über die Graphen der betrachteten Funktionen dienen, sind überflüssig, da mit geeigneten Plottprogrammen die Graphen gezeichnet werden können. Den fachdidaktischen Möglichkeiten des black-, grey- und whitebox-Prinzips ist Rechnung zu tragen. So kann es zu Beginn der Behandlung der Ableitungsregeln nicht sinnvoll sein, bereits einfache Funktionsterme nach dem black-box-Prinzip abzuleiten. Dagegen kann es sinnvoll sein, ganzrationale Funktionsterme, deren Koeffizienten sich aus komplexen und realistischen Anwendungssituationen ergeben, nach Einübung der Ableitungsregeln durch ein CAS abzuleiten.

Intelligente Computernutzung bietet zusätzliche Chancen, Methoden selbständigen Arbeitens zu entwickeln. CAS, dynamische Geometriesoftware, Tabellenkalkulation oder spezielle mathematische Software eröffnen Möglichkeiten für die Bearbeitung interessanter anwendungsorientierter Probleme. Rechenintensive Lösungswege, komplizierte Termstrukturen, große Datenmengen und Parameter stellen deutlich weniger Hindernisse dar. Verschiedene Modellierungen können ohne großen Zeitaufwand durchgespielt werden. Der Einsatz von mathematischer Software bietet für Schüler und Schülerinnen vielfältige Möglichkeiten zu mathematischen Entdeckungen. Die Vernetzung zwischen verschiedenen Gebieten und das Aufgreifen von fachübergreifenden Themen wird erleichtert. Der sinnvolle Einsatz des Computers erfordert zwar das grundlegende Verständnis von Algorithmen, kann jedoch den Umfang der Übungen reduzieren. Darüber hinaus ergibt sich die Möglichkeit, weitere Inhalte für den Mathematikunterricht nutzbar zu machen.

4 Themen und Inhalte

4.1 Struktur der curricularen Vorgaben

Der Aufbau des fachlichen Teiles wird durch die Organisationsstruktur der gymnasialen Oberstufe bestimmt, durch die eine Differenzierung des Unterrichts in Grund- und Leistungskurse mit unterschiedlichen Anforderungen erfolgt. Die Differenzierung beginnt bereits in der Einführungsphase durch den Unterricht in Profilkursen, ohne dass zu diesem Zeitpunkt eine irreversible Festlegung bezüglich der späteren Wahl eines Leistungskursfaches getroffen wird. Der Besuch des Profilkurses ist hierfür ratsam, jedoch nicht zwingend.

Im Fundamentalbereich und im Grundkursfach erfolgt eine wissenschaftspropädeutische Ausbildung, die zu einer vertieften Allgemeinbildung führt. Im Profilbereich und in den Leistungskursen wird eine zumindest exemplarisch wissenschaftlich vertiefte propädeutische Ausbildung geboten.

In der Einführungsphase wird an den Unterricht der Klasse 10 und an die Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss angeknüpft. Die Fachinhalte der Einführungsphase führen zu den Themenfeldern hin, die in der Kursphase unterrichtet werden und Grundlage für die Aufgaben der zentralen Abiturprüfung in Mathematik sind.

Der Unterricht in der Kursphase erfüllt die von der Kultusministerkonferenz (KMK) beschlossenen Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung (EPA) im Fach Mathematik mit den drei Gebieten Stochastik, Lineare Algebra/Analytische Geometrie und Analysis.

Im Hinblick auf zentrale Prüfungsaufgaben weist der hauptsächlich für den Fachlehrer bestimmte tabellarische Teil dieser curricularen Vorgaben dort, wo es hilfreich sein kann, einen hohen Grad der Detaillierung auf und ist mit Beispielen versehen, mit denen die intendierte Komplexität der Aufgabenstellungen auch im schriftlichen Abitur verdeutlicht und eingegrenzt wird. Dies bezieht sich sowohl auf den Grad der Vertiefung als auch auf inhaltliche Abgrenzungen. Eine Beschränkung der eigenverantwortlichen Gestaltung des Unterrichts durch den Fachlehrer ist damit ausdrücklich nicht verbunden, vielmehr muss eine Profilbildung durch Ausweitung und Vertiefung erreicht werden. Für inhaltliche Ergänzungen ist allerdings insbesondere im Grundkursfach wegen der von den EPA vorgegebenen Stofffülle nur geringer Raum vorhanden.

Die Unterrichtsinhalte werden in den Kapiteln 4.2 bis 4.6 für die beiden Schulhalbjahre der Einführungsphase und für die vier Semester der Kursphase in tabellarischer Form ausgewiesen. Die tabellarische Darstellung vermittelt häufig eine Linearität, der mit dem Unterricht nicht gefolgt werden sollte. Die Reihenfolge innerhalb der Kurshalbjahre ist nicht verbindlich und ist gemäß der eigenen didaktischen Konzeption frei gestaltbar.

In der tabellarischen Darstellung ist immer dann auf eine kompetenzorientierte Formulierung bewusst verzichtet worden, wenn nur dadurch die notwendige Konkretion in Verbindung mit einer leichteren Lesbarkeit erreicht wurde.

Die Zuordnung der Inhalte zu den Halbjahren ist aus sachlogischen Gründen und im Hinblick auf mögliche Schulwechsel weitgehend verbindlich. Davon abweichend kann in der Kursphase im ersten und zweiten Kurshalbjahr die Reihenfolge der Inhalte innerhalb der Differential- und Integralrechnung sowohl im Grundkurs als auch im Leistungskurs dem gewählten didaktischen Aufbau entsprechend angepasst werden.

Im Grundkurs kann die Verteilung der Unterrichtsinhalte in der Stochastik auf die Kurse ma-2 und ma-4 entsprechend der in den beiden Schulhalbjahren zur Verfügung stehenden Unterrichtszeiten variiert werden. Doch muss im Hinblick auf das schriftliche Abitur die Binomialverteilung im Kurs ma-2 unterrichtet werden. Erwartungswert und Standardabweichung können im Kurs ma-4 behandelt werden.

Bei der Darstellung mathematischer Sätze und Formeln in den Tabellen ist auf die Nennung der zu Grunde liegenden Voraussetzungen in der Regel verzichtet worden, um den Umfang der Tabellen zu reduzieren.

Den Semestern oder Themenfeldern sind Hinweise auf Vernetzungsmöglichkeiten mit anderen Unterrichtsfächern ohne Anspruch auf Vollständigkeit vorangestellt. Dabei erfolgt eine Beschränkung auf zeitgleiche oder zurückliegende Schulhalbjahre der anderen Fächer, ohne dass damit eine Einschränkung für eine weiterreichende didaktische Entscheidung verbunden ist.

Übersicht Einführungsphase

Im Fundamentalbereich der Einführungsphase sind die Gebiete Stochastik, Koordinatengeometrie sowie Differentialrechnung ganzrationaler und trigonometrischer Funktionen vorgesehen.

Im Profilbereich erfolgt mit Beweisverfahren und insbesondere mit Grenzwerten von Folgen und Reihen eine Vorbereitung auf das Leistungskursfach. Eine Wahl des Leistungskursfaches ist jedoch auch ohne Besuch des Profilkurses möglich.

Die angegebenen Gewichtungen für die Inhaltsbereiche der Schulhalbjahre der Einführungs- und der Kursphase haben orientierenden Charakter, entbinden nicht von einer eigenen Arbeitsplanung unter Berücksichtigung der in den Schulhalbjahren verfügbaren Unterrichtszeiten und stehen Vertiefungen oder Ergänzungen nicht im Wege.

Schulhalbjahr	11. Klasse Fundamentum	Gewichtung
11.1	Stochastik	1/3
	Koordinatengeometrie und Funktionen	2/3
11.2	Einführung in die Differentialrechnung	1/1
	11. Klasse Profilbereich	
11.1	Entdecken, Begründen, Beweisen	1/1
11.2	Folgen und Reihen, Grenzwerte	1/1

Übersicht Grundkurse

Durch den Aufbau wird gewährleistet, dass einerseits alle drei von den EPA geforderten Themenfelder Analysis, Analytische Geometrie und Stochastik für die Abiturprüfung verfügbar und andererseits viele Gebiete in einer prüfungsdidaktisch sinnvollen zeitlichen Nähe zum schriftlichen Abitur Unterrichtsgegenstand sind. Die Verfügbarkeit bereits früher erworbener Kompetenzen wird dadurch gewährleistet.

Der didaktische Aufbau der vier Grundkurse geht von dem Konzept aus, Inhalte verschiedener Sachgebiete auf mehrere Kurshalbjahre zu verteilen. Dadurch wird eine immanente Wiederholung und die Vorbereitung auf das schriftliche Abitur erleichtert. In der Analytischen Geometrie, die ausschließlich im 3. Kurshalbjahr behandelt wird, ist die Behandlung von linearen Gleichungssystemen ohne eine eigene Unterrichtseinheit innerhalb der anderen Themen vorgesehen.

Die Grundkurse können wegen des didaktischen Aufbaus nur in der Reihenfolge ma-1 – ma-2 – ma-3 – ma-4 durchlaufen werden.

Kurs	12. Schuljahr Grundkursfach	Gewichtung
ma-1	Einführung in die Integralrechnung	1/2
	Differential- und Integralrechnung: Trigonometrische Funktionen	1/2
ma-2	Differential- und Integralrechnung: Exponential- und Logarithmusfunktion und gebrochen rationale Funktionen	2/3
	Stochastik	1/3
13. Schuljahr Grundkursfach		
ma-3	Analytische Geometrie	1/1
ma-4	Komplexe Aufgaben zur Analysis	2/3
	Schriftliches Abitur	
	Stochastik	1/3

Übersicht Leistungskurse ohne jahrgangsübergreifenden Unterricht

In den Kursen MA-1 und MA-2 kann die Reihenfolge der Inhalte innerhalb der Differential- und Integralrechnung dem gewählten didaktischen Aufbau entsprechend angepasst werden.

Kurs	12. Schuljahr Leistungskursfach	Gewichtung*)
MA-1	Differentialrechnung I	2/3
	Integralrechnung I	1/3
MA-2	Differentialrechnung II	1/3
	Integralrechnung II	1/3
	Stochastik I	1/3
13. Schuljahr Leistungskursfach		
MA-3	Analytische Geometrie	1/1
MA-4	Stochastik II	1/3
	Komplexe Aufgaben	1/5
	Schriftliches Abitur	
	Stochastik III	1/5

*) Im 2. Halbjahr des 13. Schuljahres berücksichtigen die Gewichtungen für den Leistungskurs die Zeiträume der schriftlichen und mündlichen Abiturprüfungen, damit die Angaben mit denen zum jahrgangsübergreifenden Unterricht kompatibel sind.

Übersicht Leistungskurse bei jahrgangsübergreifendem Unterricht

Schulen, die zur Erlangung tragfähiger Kursfrequenzen in ihren Leistungskursen Mathematik jahrgangsübergreifenden Unterricht einrichten möchten, können den Unterricht auch in der Kursfolge MA-3 – MA-4 – MA-1 – MA-2 durchführen. In diesem Falle ist die Stochastik I im Kurs MA-4 statt des Themengebietes Komplexe Aufgaben zu unterrichten. Komplexe Aufgaben rücken in diesem Fall an das Ende des Kurses MA-2. Im Themengebiet Komplexe Aufgaben können bei jahrgangsübergreifendem Unterricht ausschließlich Aufgaben aus dem Bereich der Differential- und Integralrechnung behandelt werden.

Für die jeweiligen Prüflinge eines jahrgangsübergreifenden Kurses entfällt während der schriftlichen Prüfungen und unmittelbar vor den mündlichen Prüfungen sowie im Anschluss an diese ein Teil der Unterrichtsinhalte entweder aus der Analysis oder aus der Stochastik. Für die übrigen Kursteilnehmer wird der Unterricht uneingeschränkt fortgeführt. Die angegebenen Gewichtungen beziehen sich auf die jeweiligen Prüflinge mit Bezug auf die gesamte Unterrichtszeit des jeweiligen Schulhalbjahres. Dabei wird bei den Kursen MA-2 und MA-4 von einer für den Unterricht verfügbaren Zeit von acht Wochen bis zum Beginn der schriftlichen Prüfungen ausgegangen.

Kurs	Leistungskursfach jahrgangsübergreifend		Gewichtung
MA-1	Differentialrechnung I		2/3
	Integralrechnung I		1/3
MA-2	Differentialrechnung II		1/3
	Integralrechnung II.1		1/5
	Integralrechnung II.2	Schriftliches Abitur	
	Komplexe Aufgaben aus der Analysis		1/5
	Fortführung Komplexe Aufgaben	Mündliches Abitur	
	Leistungskursfach jahrgangsübergreifend		
MA-3	Analytische Geometrie		1/1
MA-4	Stochastik I		1/3
	Stochastik II.1		1/5
	Stochastik II.2	Schriftliches Abitur	
	Stochastik III		1/5
	Fortführung Stochastik III	Mündliches Abitur	

4.2 Einführungsphase Fundamentalebereich

Einführungsphase 1. Halbjahr Stochastik: Beschreibung des Zufalls

Ziel ist eine stochastische Allgemeinbildung, die zu einem vernünftigen Verhalten in Situationen der Ungewissheit im beruflichen, gesellschaftlichen und persönlichen Leben qualifiziert.

Durch die mathematische Beschreibung von zufallsabhängigen Vorgängen bei adäquater Verwendung zentraler Begriffe und Methoden der Statistik und Stochastik sowie durch eine kritische Bewertung der Ergebnisse werden vielfältige Kompetenzen vermittelt.

Erreicht werden Fähigkeiten im Erfassen, Darstellen und Zusammenfassen von Daten, im Modellieren zufälliger Vorgänge, die Fähigkeit im begründeten Schließen in unsicheren Situationen sowie die Fähigkeit, statistischen Untersuchungen zu planen.

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> Zufall und Wahrscheinlichkeit 	<p>Zufall als das Eintreten nicht vorhersagbarer Ereignisse</p> <p>Wahrscheinlichkeit allgemein als Grad der Gewissheit über das Eintreten eines zufälligen Ereignisses</p> <p>Der praktischen Erprobung soll genug Raum zur Verfügung stehen, z. B. für Messvorgänge, Stichproben, Umfragen, Aktienrenditen oder Glücksspiele.</p>
<ul style="list-style-type: none"> Aufbereitung von Datenmengen 	<p>Klassifizierung und Erhebung von Daten: Merkmal, Merkmalsausprägung, Skalen</p> <p>Tabellarische Aufbereitung, auch Klassierung von Daten nach Merkmalsklassen: Urliste, absolute und relative Häufigkeit</p> <p>Die Durchführung einer selbständigen Befragung kann an dieser Stelle sinnvoll sein.</p>
<ul style="list-style-type: none"> graphische Darstellung von Datenmengen 	<p>Verschiedene Darstellungsarten vergleichen und unterscheiden</p> <p>Lesen und Interpretieren von graphischen Darstellungen</p> <p>An dieser Stelle können Tabellenkalkulationsprogramme verwendet werden.</p>
<ul style="list-style-type: none"> Kenngößen 	<p>Der Sinn und die Problematik von arithmetischem Mittelwert, Median und Streuungsmaßzahlen sollen an vielfältigen Beispielen behandelt werden.</p>
<ul style="list-style-type: none"> relative Häufigkeit eines Ereignisses und empirisches Gesetz der großen Zahlen 	<p>Relative Häufigkeit als Schätzwert für eine unbekannte Wahrscheinlichkeit verwenden und interpretieren, Wahrscheinlichkeit als Prognose für die relative Häufigkeit anwenden</p>
<ul style="list-style-type: none"> Ergebnis, Ergebnismenge, Ereignisse, Wahrscheinlichkeit von Ereignissen Laplace-Wahrscheinlichkeit 	<p>Verwenden der Grundbegriffe zur mathematischen Modellierung eines Zufallsexperiments</p> <p>Auf eine systematische Behandlung der Kombinatorik kann verzichtet werden.</p>
<ul style="list-style-type: none"> Baumdiagramme für mehrstufige Zufallsexperimente Pfadregeln: Produkt- und Summenregel 	<p>Modellierung eines Zufallsexperiments durch ein Baumdiagramm mit den einzutragenden Wahrscheinlichkeiten in den Stufen</p> <p>Bestimmen von Wahrscheinlichkeiten bei Zufallsexperimenten durch Verknüpfung der eingetragenen Wahrscheinlichkeiten zu Wahrscheinlichkeiten von Pfaden</p>

Einführungsphase 1. Halbjahr: Koordinatengeometrie und Funktionen

Dieser Abschnitt Koordinatengeometrie dient sowohl einer Wiederholung als auch der Vertiefung und Ergänzung von in der Sekundarstufe I behandelten Inhalten. Zu Grunde liegen die folgenden mathematischen Leitideen: Messen, Strukturieren in der Ebene und im Raum, funktionaler Zusammenhang und mathematisches Modellieren. Die Lerninhalte sind so weit wie möglich in einem Anwendungszusammenhang zu unterrichten. Ein Teil der Lerninhalte wird in der vektoriellen analytischen Geometrie wieder aufgegriffen.

Im Rahmen von Wiederholungen in diesem Lernabschnitt bieten sich Möglichkeiten durch geeignete Unterrichtsformen für Beiträge zum Erwerb von Sozial- und Methodenkompetenzen. Formen von Gruppenarbeit, Lernen durch Lehren oder Lernen an Stationen lassen sich realisieren. Wiederholungen und Ergänzungen können durch Schüler selbst organisiert werden. Selbstorganisiertes Lernen (SOL) ist ein Konzept mit vielseitigen Anregungen.

An den gymnasialen Oberstufen von Gesamtschulen sind die Grundkenntnisse über Exponential- und Logarithmusfunktionen gemäß Rahmenplan für die Sekundarstufe I, Teil B III a 13, Klasse 10, zu vermitteln. Ergänzungen und Vertiefungen der anderen Lernfelder müssen entsprechend eingeschränkt werden.

Eine Wiederholung und Vertiefung des Funktionsbegriffs und der verschiedenen Darstellungen von Funktionen ist möglich. Die Schüler müssen mit verschiedenen Schreibweisen für Funktionen vertraut sein, zumindest mit $f(x) = 2x + 5$, mit $f: x \mapsto 2x + 5$ und mit $y = 2x + 5$. Wegen des Zentralabiturs ist eine Verbindlichkeit bei der Kenntnis dieser Darstellungen erforderlich.

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Koordinatengeometrie der Ebene und des Raumes • Darstellung von Punktmengen • Abstand zweier Punkte in der Ebene und im Raum • Länge einer Strecke • Teilungspunkte von Strecken, insbesondere Mittelpunkt 	<p>Es kann auch auf nichtkartesische Koordinatensysteme, auf Polarkoordinaten oder auf andere räumliche Koordinatensysteme eingegangen werden.</p> <p>Abstandsberechnungen können zur Bestimmung von Seitenlängen, z. B. im Dreieck, oder der Länge von Streckenzügen verwendet werden.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Geraden im ebenen Koordinatensystem • Zwei-Punkte-Form und Achsenabschnittsform, Punktsteigungsform der Geradengleichung • Nullstellen • Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden, Lagebeziehungen zwischen Punkt und Gerade 	<p>Ein Anknüpfen an die Hauptform $y = m \cdot x + n$ ist möglich.</p> <p>Untersuchung auf Parallelität, speziell Identität, und auf Orthogonalität; Schnittpunkts- und Schnittwinkelbestimmungen, Abstand eines Punktes von einer Geraden, Abstand paralleler Geraden.</p> <p style="text-align: right;">→</p>

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Parabeln im ebenen Koordinatensystem • Parabeln als Graphen quadratischer Funktionen • Lage von Parabeln im Koordinatensystem • Scheitelgleichung • Lagebeziehungen zwischen Geraden und Parabeln, Sekante, Tangente, Passante • Parabeln als Graphen von Relationen 	<p>Mit einer Bestimmung von Parabelgleichungen aus Koordinaten von Punkten ist eine Wiederholung und Anwendung von Systemen linearer Gleichungen möglich.</p> <p>Verschiebung in Richtung der Koordinatenachsen, Spiegelung an der x-Achse, Nullstellen, Symmetrie</p> <p>Optimierungsprobleme können ohne Differentialrechnung gelöst werden.</p> <p>Die Betrachtung von Lagebeziehungen von Geraden und Parabeln oder Kreisen kann ein Zugang zum Tangentenbegriff ohne Mittel der Differentialrechnung sein.</p> <p>Anwenden quadratischer Funktionen, z. B. auf Parabolspiegel bzw. Scheinwerfer</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Kreise im ebenen Koordinatensystem • Gleichung eines Kreises • Lagebeziehungen von Kreisen und Geraden, Sekante, Tangente und Passante, sowie von Kreisen und Punkten 	<p>Verallgemeinerungen auf Ellipsen sowie auf Kreisgleichungen in Parameterdarstellung sind möglich.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Trigonometrische Funktionen • Graphen von $f: x \mapsto a \cdot \sin(bx + c)$, $f: x \mapsto a \cdot \cos(bx + c)$ 	<p>Es wird an die Funktionen \sin und \cos und an das Bogenmaß aus dem 10. Schuljahr angeknüpft und es werden Amplitude, Periodizität und Nullstellen als charakteristische Merkmale erkannt.</p> <p>Eine physikalische Interpretation der Parameter a, b, c ist möglich.</p>

Einführungsphase 2. Halbjahr: Einführung in die Differentialrechnung

Ziel dieses Unterrichtsabschnitts ist die Entwicklung einer anschaulichen Vorstellung des Differentialquotienten. Die mathematischen Zusammenhänge sind an konkreten Beispielen und in vielfältigen Sachbezügen zu entwickeln und anzuwenden.

Schwerpunktmäßig dient der Lernabschnitt Einführung in die Differentialrechnung der Gewinnung des Ableitungsbegriffs. Die Ableitung ist sowohl als lokale Änderungsrate als auch als Tangentensteigung zu deuten. Die Ableitung ist als Grenzwert des Differenzenquotienten zu definieren. Dabei wird der Grenzwertbegriff propädeutisch verwendet, da ein exaktes Konvergenzkriterium für Folgen über ε -Umgebungen mit einer Bestimmung von $n_0(\varepsilon)$ ebenso wenig wie die entsprechenden Konvergenzkriterien für Funktionen als inhaltliche Voraussetzung zur Verfügung stehen. Eine sowohl anschaulich geprägte als auch nicht formale Herangehensweise ist den Zielen im Fundamentaltbereich der Einführungsphase und in den Grundkursen der Kursphase angemessen.

Der Beziehungshaltigkeit des Ableitungsbegriffs kann u. a. durch das Aufgreifen des physikalischen Begriffs der Momentangeschwindigkeit Rechnung getragen werden. Es sollen allerdings auch nicht-physikalische Beispiele thematisiert werden. Der Einführung des Ableitungsbegriffs ist zum Entwickeln von Verständnis genügend Raum zu geben. Ein nur rezeptives Verwenden von Kriterien steht nicht im Vordergrund.

Die zu behandelnden Eigenschaften von Funktionen erhalten in Anwendungskontexten zu interpretierende Bedeutungen. Unreflektierte und schematische Funktionsuntersuchungen sind möglichst zu vermeiden.

Etwa ein Viertel der zur Verfügung stehenden Unterrichtszeit wird dem Anwendungsbezug und der Modellbildung gewidmet. Zur Beschreibung geeignete Funktionenklassen sind z. B. ganzrationale Funktionen und trigonometrische Funktionen der Form $f(x) = a \cdot \sin(bx + c)$.

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Elementare Eigenschaften ganzrationaler Funktionen • Polynomdivision 	Die Eigenschaften Symmetrie, Verhalten im Unendlichen, Nullstellenbestimmung, auch mit Hilfe der Polynomdivision, und Monotonie werden dem gewählten fachdidaktischem Aufbau nach geeignet in den Lernabschnitt integriert.
<ul style="list-style-type: none"> • Mittlere Änderungsrate und Sekantensteigung • Lokale Änderungsrate und Tangentensteigung 	<p>Es sind vielfältige Interpretationen mittlerer Änderungsraten mit außermathematischem Bezug anzustreben. Dabei sollten zumindest Beispiele zum mittleren Bevölkerungswachstum und zum Begriff der Durchschnittsgeschwindigkeit behandelt werden.</p> <p>Intention ist, dem Ableitungsbegriff in vielfältigen, auch nicht geometrischen Anwendungssituationen einen Sinn zu geben. Außermathematisch stehen z. B. die Momentangeschwindigkeit, die Dichte eines Gases, die Verkehrsdichte, das Temperaturgefälle oder die Geschwindigkeit chemischer Reaktionen zur Verfügung. Folggrenzwerte stehen explizit nicht zur Verfügung. Formale Berechnungen von Grenzwerten von Differenzenquotienten können auf einen geringen Umfang, soweit wie für den Aufbau der Theorie erforderlich, beschränkt werden.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Die Ableitungsfunktion • Berechnungen von Ableitungsfunktionen bei einigen ausgewählten Funktionstypen 	<p>Dem Abstraktionsgrad des Begriffs ist durch die Behandlung zahlreicher Beispiele Rechnung zu tragen. Es sollte zum Aufbau eines grundlegenden Verständnisses auch graphisch differenziert werden.</p> <p>Es sollen Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten, einfache ganzrationale Funktionen, einfachste gebrochen rationale Funktionen mit Hyperbeln als Graphen sowie die Quadratwurzelfunktion behandelt werden.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Ableitung der Sinus- und Kosinusfunktion • Ableitungsregeln: Faktorregel, Summen- und Differenzregel, Potenzregel für natürliche Exponenten und für die Exponenten $n = -1$ und $n = \frac{1}{2}$ • Spezialfall der Kettenregel bei linearer innerer Funktion 	<p>Es genügt graphisches Differenzieren. Auf eine formale Herleitung kann verzichtet werden.</p> <p>Die Bedeutung der Ableitungsregeln soll an den Funktionsgraphen zumindest exemplarisch geometrisch verdeutlicht werden. Es sind Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten, ganzrationale Funktionen und trigonometrische Funktionen der Form $f : x \mapsto a \cdot \sin(bx + c)$ bzw. $f : x \mapsto a \cdot \cos(bx + c)$ zu behandeln.</p> <p>Die Kettenregel bei linearer innerer Funktion kann an Beispielen plausibel gemacht werden. Auch graphisches Differenzieren ist möglich.</p>

→

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Newton-Verfahren • Monotoniekriterien • Höhere Ableitungen 	<p>Konvergenzuntersuchungen beim Newton-Verfahren müssen wegen des nicht verfügbaren Grenzwertbegriffs von Folgen nicht erfolgen. Es genügt anschaulich auf die Konvergenzproblematik aufmerksam zu machen.</p> <p>Die Monotoniekriterien können der Anschauung entnommen werden.</p> <p>Die Bedeutung des Vorzeichens der 2. Ableitung für die Art der Krümmung eines Funktionsgraphen ist zu verdeutlichen. Außermathematische Bezüge, z. B. zum Begriff der Beschleunigung, sollen hergestellt werden.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Notwendige Bedingungen für relative Extremstellen und für Wendestellen • Vorzeichenwechselkriterien für relative Extremstellen und für Wendestellen • Zweites hinreichendes Kriterium für relative Extremstellen und für Wendestellen 	<p>Die Lösungen der Gleichung $f'(x) = 0$ werden bezüglich möglicher Eigenschaften des Graphen von f, die der Gleichung $f''(x) = 0$ bezüglich möglicher Eigenschaften der Graphen von f' und f interpretiert.</p> <p>Es sind jeweils beide hinreichenden Kriterien zu behandeln und der Unterschied in ihren Anwendungen ist zu verdeutlichen.</p> <p>Die hinreichende Bedingung für relative Extremalstellen $f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$ und die hinreichende Bedingung für Wendestellen $f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0$ können für ganzrationale Funktionen bevorzugt verwendet werden. Für einen Nachweis der Nicht-Umkehrbarkeit können Gegenbeispiele verwendet werden.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Extremwertprobleme, Definitionsbereiche, Randwertuntersuchungen 	<p>Es sind innermathematische und kontextbezogene Probleme zu behandeln, die auf ganzrationale Funktionen vom Grad größer als 2, einfache trigonometrische Zielfunktionen, die Wurzelfunktion oder einfachste gebrochen rationale Funktionen mit Hyperbeln als Graph führen.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Funktionsuntersuchungen unter ausgewählten Aspekten 	<p>Funktionsuntersuchungen sind exemplarisch anhand einiger Aspekte und an verschiedenen strukturierten Beispielen vorzunehmen. Dabei sind ganzrationale Funktionen vom Grad größer als 2 und trigonometrische Funktionen der Form $f(x) = a \cdot \sin(bx + c)$ oder $f(x) = a \cdot \cos(bx + c)$ zu berücksichtigen. Der Anwendungsbezug steht im Vordergrund.</p> <p>Als Untersuchungskriterien können gelten: Symmetrie, Periodizität, Verhalten im Unendlichen, Nullstellen, Extrem- und Wendepunkte, Monotonie- und Krümmungsverhalten.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Scharen von Funktionsgraphen 	<p>Es sollen einparametrische Funktionenscharen von einem in diesem Unterrichtsabschnitt betrachteten Funktionstyp behandelt werden. Eine sinnvolle Auswahl ist zu treffen.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Rekonstruktion von ganzrationalen Funktionen 	<p>Zur Ermittlung der Koeffizienten von Funktionstermen ganzrationaler Funktionen sind lineare Gleichungssysteme zu lösen. Eine Festlegung auf einen bestimmten Lösungsalgorithmus ist nicht beabsichtigt.</p>

4.3 Einführungsphase Profilkurs

1. Halbjahr Profilkurs: Entdecken, Begründen, Beweisen

Zu den allgemeinen mathematischen Kompetenzen gehört das mathematische Argumentieren, insbesondere das Beweisen von mathematischen Aussagen. In diesem Kurs sollen verschiedene Beweisverfahren bereitgestellt und analysiert werden. Anhand von einfachen Beispielen, z. B. aus dem Unterricht der Sekundarstufe I, sollen der Aufbau eines mathematischen Satzes, die Begriffe „Satz“ und „Kehrsatz“ sowie die Möglichkeiten, Aussagen zu beweisen oder zu widerlegen vertiefend behandelt werden.

Die grundlegenden Kompetenzen einer mathematischen Argumentation und Kommunikation sowie einer Problemlösung lassen sich vielfältig entwickeln. Es können elementare Sätze wiederholt und in ihrer Bedeutung beleuchtet werden. Gut geeignet sind elementargeometrische Sätze. Dynamische Geometrie-Software kann hier zum Einsatz kommen.

Heuristische Strategien zum Finden eines Beweises können entwickelt und Sätze können entdeckend gefunden und dann bewiesen werden. Die Notwendigkeit von Beweisen kann an geeigneten Beispielen bewusst gemacht und das Beweisbedürfnis geweckt werden.

Eine Steigerung der Motivation ist mit Beweisen an solchen Beispielen verbunden, deren Aussagen nicht unmittelbar als einsichtig angesehen werden.

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> Aufbau eines mathematischen Satzes Begriffe Voraussetzung, Behauptung, Kehrsatz, All- und Existenzaussagen, wahre und falsche Aussagen, notwendige und hinreichende Bedingungen 	<p>Der Aufbau eines Satzes soll an bekannten Beispielen behandelt und geklärt werden.</p> <p>Die erforderlichen aussagenlogischen Verknüpfungen sind anzusprechen.</p>
<ul style="list-style-type: none"> Beweisen eines mathematischen Satzes Verschiedene Formen des direkten Beweises, Widerspruchsbeweis (indirekter Beweis), Beweis durch vollständige Induktion 	<p>Die Beweismethode der vollständigen Induktion soll einen breiten Raum einnehmen, wobei Aussagen über Summen, Teilbarkeit und aus der Kombinatorik zu behandeln sind. Rekursive Verfahren können eingebettet werden.</p>

2. Halbjahr Profilkurs: Folgen und Reihen, Grenzwerte

Die Inhalte dieser Unterrichtseinheit dienen der Vorbereitung eines tieferen Verständnisses infinitesimaler Prozesse im Leistungskursfach insbesondere im 1. Halbjahr der Kursphase sowie der Sicherung und Weiterentwicklung algebraischer Fähigkeiten.

Den Schülerinnen und Schülern kann die Möglichkeit eingeräumt werden, zu Beginn des 2. Halbjahres der Einführungsphase einen Wechsel in den Profilkurs Mathematik vorzunehmen, wenn zu diesem Zeitpunkt, mit der bevorstehenden Wahl der Fächer für die Kursphase, eine Entscheidung für das Leistungskursfach Mathematik getroffen wird.

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Endliche Folgen und unendliche Zahlenfolgen • Spezielle Folgen , z. B. alternierende Folgen, arithmetische Folgen, geometrische Folgen • Rekursiv definierte Folgen, explizite Darstellung rekursiv definierter Folgen 	<p>Der Begriff der Zahlenfolge soll als diskrete Veränderliche und kann auch als Funktion $n \mapsto a(n)$ mit $D_a = \mathbb{N}$ verwendet werden.</p> <p>Auch im Profilkurs ist eine anwendungsorientierte Behandlung von Folgen und Reihen und deren Grenzwerten einer rein abstrakten Vorgehensweise vorzuziehen.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Definition des Grenzwertes einer Folge • Monotonie und Beschränktheit von Folgen • endliche und unendliche Folgen • Nullfolgen • konvergente und divergente Folgen, bestimmte und unbestimmte Divergenz, • Untersuchungen auf Konvergenz und Bestimmung von Grenzwerten oder Häufungswerten • Grenzwertsätze für Summe, Produkt und Quotient konvergenter Folgen, Gegenbeispiele zur Umkehrbarkeit 	<p>Als bekannte Beispiele können z. B. aufgegriffen werden: gedämpfte Schwingungen, springender Flummiball, Pendel, Schwingungen einer Flüssigkeit in einem U-Rohr und Zinseszins.</p> <p>Die Verdichtung der Zinstermine mit einer Untersuchung von $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ und einer Definition von e ist möglich. Eine präzise Begriffsbildung für Stetigkeit ist für die stetige Verzinsung nicht erforderlich.</p> <p>Intervallschachtelungen können an Sachverhalten, die aus der Sekundarstufe I bekannt sind, präzisiert werden, z. B. der näherungsweisen Bestimmung von $\sqrt{2}$ oder von π.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Reihen als Folgen von Partialsummen • Reihe natürlicher Zahlen und Reihe der Quadratzahlen, Summenformeln • Konvergenz von Reihen • Geometrische Reihe und ihre Konvergenz 	<p>Es kann an bereits aus der Sekundarstufe I bekannte Folgen und zum Teil an deren empirische Grenzwertermittlung angeknüpft werden, z. B. an die Bestimmung der Formeln für das Volumen von Pyramide, Kreiskegel oder Kugel durch Intervallschachtelungen.</p> <p>Weitere Beispiele können das Wachstum , der Ratenspar- oder Kreditvertrag, Kapitalentwicklung mit Zinseszins bei Kapitalzu- oder -abfluss, die Approximation des Kreisumfangs durch einbeschriebene regelmäßige n-Ecke und deren explizite Darstellung sein.</p>

4.4 Grundkurse

ma-1: Differential- und Integralrechnung

Die Integralrechnung öffnet Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit, zunächst ohne Vorkenntnisse aus der Differentialrechnung einen Zugang zu dem neuen Thema zu finden. Dadurch wird zu Beginn des Schuljahres das Aufarbeiten oder Wiederholen von Inhalten aus der Einführungsphase erleichtert. Dies betrifft insbesondere Schülerinnen und Schüler, die ihr 11. Schuljahr ausschließlich an einer Schule im Ausland absolviert haben.

Intention insbesondere im Grundkursfach ist der Vorrang für das Verständnis der mathematischen Zusammenhänge vor algebraisch aufwändigen formalen Herleitungen oder vollständigen Beweisen.

Hinweise zu Vernetzungsmöglichkeiten mit anderen Unterrichtsfächern	
Ph 1. / 2. Semester LK und GK	Geradlinige Bewegung, Geschwindigkeit und Beschleunigung Schwingungen und Drehbewegungen
Sw 2. Semester LK und GK	Angebots- und Nachfragefunktionen
Ww E-Phase	Einkommensverteilung, Lorenzkurve

Bestimmtes Integral und Hauptsatz

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> Bestimmtes Integral als Grenzwert von Ober- und Untersummen für konkrete elementare ganzrationale Funktionen bezüglich zunächst einfacher Intervalle 	<p>Ein vorgegebenes Problem, z. B. ein Flächenproblem, wird gelöst. Die Bestimmung von Flächeninhalten von Flächen, die nicht nur geradlinig berandet sind, führt zu einer Definition des bestimmten Integrals in algebraisch einfachen Fällen.</p> <p>Benötigte Summenformeln können ohne Beweis verwendet werden. Der Grenzwertbegriff kann propädeutisch verwendet werden. Die Konvergenz von Nullfolgen kann durch Testeinsetzungen plausibel gemacht werden.</p>
<ul style="list-style-type: none"> Definition von $\int_a^b f(x)dx$ durch Verallgemeinerungen bezüglich Integrand und Intervallgrenzen Definition des bestimmten Integrals durch $\int_a^b f(x)dx = \lim_{n \rightarrow \infty} O_n = \lim_{n \rightarrow \infty} U_n$ 	<p>Verwenden der Integraldarstellung</p> <p>Induktive Schlüsse ohne Nachweis sind zulässig. Das Verständnis hat Vorrang vor schematischen Herleitungen.</p>
<ul style="list-style-type: none"> Eigenschaften des bestimmten Integrals Intervalladditivität Vertauschen der Integrationsgrenzen Linearitätseigenschaften Additivität und Homogenität Unterscheidung von Integral und Flächenmaßzahl 	<p>Anwenden der Integraldarstellung</p> <p>Die Beweise müssen nicht geführt werden. Es genügt, die Zusammenhänge an einfachen Beispielen entdecken zu lassen und plausibel zu machen. Plausibilitätsbetrachtungen an konkreten Aufgabenstellungen genügen.</p> <p style="text-align: right;">→</p>

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung, Zusammenhang zwischen Integration, Differentiation und Stammfunktionen: $F_1(x) - F_2(x) = C$ $\left(\int_a^x f(t) dt \right)' = f(x)$ $\int_a^b f(x) = F(b) - F(a)$ 	<p>Auf einen formalen Beweis des Hauptsatzes kann verzichtet werden.</p> <p>Das Erkennen der Zusammenhänge kann an konkreten Beispielen erfolgen. Dabei können Integral- oder Flächeninhaltsfunktionen verwendet werden, ohne dass sie begrifflich thematisiert werden müssen.</p>
<ul style="list-style-type: none"> Berechnung von Flächeninhalten für Flächen zwischen dem Graphen einer ganzrationalen Funktion und der x - Achse. Flächen zwischen zwei Funktionsgraphen 	<p>Anwenden von Lösungsverfahren, Bestimmen von Stammfunktionen zu ganzrationalen Funktionen</p> <p>Lösungsideen formulieren und reflektieren: Die Berechnung von Flächenmaßzahlen kann für den Fall, dass Graphenabschnitte oberhalb der x - Achse betrachtet werden, unmittelbar aus der Anschauung gewonnen und in den übrigen Fällen durch eine vorangestellte Verschiebung erreicht werden.</p>
<ul style="list-style-type: none"> Sachaufgaben, die eine Integration ganzrationaler Funktionen beinhalten Rekonstruktionsaufgaben auch unter Berücksichtigung von Integrationsbedingungen Zeichnen von Graphen 	<p>Volumenmaßzahlen von Rotationskörpern können einbezogen werden.</p> <p>Eine Reaktivierung von aus der Einführungsphase bekannten Methoden der Differentialrechnung ist an dieser Stelle vorgesehen.</p> <p>Das Lösen von LGS soll wiederholt, jedoch nicht zu einem eigenständigen Lernabschnitt entwickelt werden. Bei entsprechender technischer Ausstattung können auch in Grundkursen CAS eingesetzt werden.</p>

Trigonometrische Funktionen

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> Integration der trigonometrischen Funktionen sin und cos und einfacher verketteter oder zusammengesetzter Funktionen 	<p>Die selbständige Integration kann sich auf Funktionen f vom Typ $f(x) = a \cdot \sin(bx + c)$ beschränken. Für Sachaufgaben benötigte Stammfunktionen größerer Komplexität können vorgegeben und durch Ableiten überprüft oder durch CAS bestimmt werden.</p>
<ul style="list-style-type: none"> Sachaufgaben, z. B. Extremwertaufgaben, die auf trigonometrische Funktionen führen 	<p>Zugunsten einer sachbezogenen Reflexion und Interpretation von Ergebnissen ist in diesem Zusammenhang ein Verzicht auf vollständige schematische Funktionsuntersuchungen sinnvoll.</p>

→

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Produktregel • Erweiterung der Kettenregel für nicht lineare innere Funktionen • Untersuchung zusammengesetzter trigonometrischer Funktionen 	<p>Beweise von Ableitungsregeln müssen nicht immer ausgeführt werden. Es können auch induktive Schlüsse oder CAS zugelassen und entstehende Beweislücken bewusst gemacht werden.</p> <p>Elemente von oder vollständige Funktionsuntersuchungen müssen einen Schwierigkeitsgrad von Funktionen f mit z. B. $f(x) = \sin x \cdot (1 + \sin x)$ oder mit $f(x) = (\cos(x))^2$ nicht übersteigen. Benötigte Additionstheoreme können ohne Herleitung einer Formelsammlung entnommen werden.</p>

ma-2: Differential- und Integralrechnung

Der thematische Übergang vom Kurs ma-1 zum Kurs ma-2 kann unter Berücksichtigung der Länge der Schulhalbjahre und einer Unterrichtsplanung für das gesamte Schuljahr flexibel gestaltet werden.

Hinweise zu Vernetzungsmöglichkeiten mit anderen Unterrichtsfächern	
Bi 2. Semester LK und GK	Exponentielles Populationswachstum, dichteabhängige Regulation der Populationsgröße, Exklusion und Koexistenz Wirkungsbereich von Umweltfaktoren, Toleranzkurven
Ch 1. Semester LK und GK	Nahrungsmittelverwertung in Organismen: zeitlicher Verlauf der Konzentration von Nährstoffen oder Giften
Ph 1. / 2. Semester LK und GK	Abkühlungsgesetz
Sw 2. Semester LK und GK	Geld-, Fiskal- und Sozialpolitik: Steuerfunktion, private Vorsorge ohne und mit Inflation (Rendite in der privaten Altersvorsorge)

Exponential- und Logarithmusfunktionen sowie gebrochen rationale Funktionen

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Ableitung von Exponentialfunktionen • Eulersche Zahl e als ausgezeichnete Basis • Ableitung der Funktion f mit $f(x) = e^x$ 	<p>Eine Wiederholung von Exponentialfunktionen zu verschiedenen Basen, Definitions- und Wertemenge sowie Monotonie in Abhängigkeit von der Basis ist möglich.</p> <p>Die Existenz der Ableitung an einer Stelle kann der Anschauung entnommen werden. Für konkrete Beispiele, z. B. bei Wachstumsfunktionen f mit $f(x) = 2^x$, $f(x) = 3^x$ usw. können die Grenzwerte $f'(0)$ mit dem Taschenrechner durch Testeinsetzungen approximiert werden.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Umkehrfunktionen • Logarithmus- und Exponentialfunktionen als gegenseitige Umkehrfunktionen • Ableiten der Umkehrfunktion 	→

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion Stammfunktionen der Funktionen f_n mit $f_n(x) = x^n$ für $n \in \mathbb{Q}$ 	Alternativ zum Einstieg über die Ableitung der Exponentialfunktionen kann auch der Zugang über die Integration von $f_n(x) = x^n$ für $n \in \mathbb{Z}^-$, mit näherungsweise graphischer Ermittlung einer Stammfunktion für $n = -1$ zu f mit $f(x) = x^{-1}$ durch $F(x) = \int_1^x \frac{1}{z} dz$, $x \in \mathbb{R}^+$, mit $F(x) = \ln(x)$ erfolgen.
<ul style="list-style-type: none"> Sachaufgaben in Zusammenhängen mit Logarithmus- oder Exponentialfunktionen Wachstums- und Zerfallsfunktionen Ermittlung von Funktionsgleichungen zu empirisch gewinnbaren Daten 	Sachaufgaben, die eine Untersuchung von Logarithmus- oder Exponentialfunktionen erfordern, gebührt gegenüber bezugslosen Funktionsuntersuchungen Vorrang.
<ul style="list-style-type: none"> Funktionsuntersuchungen von zusammengesetzten und verketteten Logarithmus- und Exponentialfunktionen Quotientenregel Gebrochen rationale Funktionen Untersuchung an den Rändern des Definitionsbereiches Einparametrische Funktionenscharen 	<p>Die Komplexität muss z. B. Funktionsterme wie $f(x) = (x-2) \cdot e^{-\frac{1}{2}x^2}$ oder $f(x) = \frac{\ln(x^2)}{x}$ nicht übersteigen.</p> <p>Die Quotientenregel kann durch Rückführung auf bereits bekannte Ableitungsregeln ermittelt werden.</p> <p>Gebrochen rationale Funktionen müssen nur in dem Umfang verwendet werden, wie es für das Lösen von Sachproblemen oder die Untersuchung von Logarithmusfunktionen notwendig ist. Eine Beschränkung auf die Fälle mit waagerechter Asymptote und mit senkrechten Asymptoten ist zulässig.</p> <p>Das Verhalten an Rändern des Definitionsbereiches gegebenenfalls einschließlich $\pm \infty$ kann durch elementare Überlegungen oder numerisch durch Testeinsetzungen plausibel gemacht werden.</p> <p>Im Grundkurs kann eine Beschränkung auf einfach erkennbare Fallunterscheidungen erfolgen, z. B. wie bei Funktionen f mit $f(x) = (x^2 - a) \cdot e^{-x}$, $a \in \mathbb{R}$.</p>

ma-2: Stochastik

Zu Beginn dieses Unterrichtsabschnittes kann eine integrierende Wiederholung der Lerninhalte aus dem Lernabschnitt Stochastik in der Einführungsphase erfolgen. Als Anwendungen werden empfohlen: klassische Probleme der Wahrscheinlichkeitsrechnung, auch Paradoxa, Lotto, Qualitätskontrolle, Zuverlässigkeit, Mendelsche Regeln, aktuelle Beispiele aus der Zeitung.

An eine systematische Behandlung der Kombinatorik ist nicht gedacht. Die erforderlichen Elemente der Kombinatorik können z. B. über Baumdiagramme eingeführt werden.

Je nach Arbeitsplanung und auf der Grundlage der in dem 2. und 4. Kurhalbjahr zur Verfügung stehenden Unterrichtszeiten können der Erwartungswert und die Standardabweichung der Binomialverteilung auch erst im Kurs ma-4 behandelt werden.

Bernoulli - Ketten

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> Simulation eines Zufallsexperiments und Schätzung von Wahrscheinlichkeiten 	<p>Z. B. Julklapp mit dem Ereignis „Mindestens einer zieht sein eigenes Geschenk“</p>
<ul style="list-style-type: none"> Unabhängigkeit von Ereignissen / Teilexperimenten 	<p>Unabhängigkeit von Ereignissen / Teilexperimenten inhaltlich erfasst durch Gegenüberstellung geeigneter Zufallsexperimente. Prototyp: Ziehen mit und ohne Zurücklegen und die entsprechenden Baumdiagramme</p> <p>Die bedingte Wahrscheinlichkeit kann an dieser Stelle auch behandelt werden.</p> <p>Vierfeldertafel</p>
<ul style="list-style-type: none"> Bernoulli-Kette Anzahl der Erfolge und relative Häufigkeit der Erfolge in einer Bernoulli-Kette als Beispiele für Zufallsgrößen Verteilung der Anzahl der Erfolge in einer Bernoulli-Kette (Binomialverteilung) Gestalt der Binomialverteilung in Abhängigkeit von n und p 	<p>Verständnis für die charakteristischen Merkmale dieses Modells durch zahlreiche Beispiele und Gegenbeispiele</p> <p>Berechnung von Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Pfadregeln, dabei kombinatorische Überlegungen zu $\binom{n}{k}$</p> <p>Es ist nicht an eine systematische Behandlung von Zufallsgrößen gedacht.</p> <p>Experimentieren, Beobachten und Interpretieren anhand der graphischen Darstellung der Verteilungen. An dieser Stelle sollten möglichst Tabellenkalkulationsprogramme eingesetzt werden.</p>
<ul style="list-style-type: none"> Erwartungswert μ und Standardabweichung σ der Anzahl der Erfolge 	<p>Beschreibung der Gestalt der Verteilung mittels μ und σ. μ als Lageparameter und σ als Streuungsparameter der Verteilung der Zufallsgröße.</p> <p>Zusammenhang zu empirischen Kenngrößen \bar{x} und s.</p> <p>Erwartungswert als Vorhersage für das arithmetische Mittel aus vielen Beobachtungen der Zufallsgröße.</p> <p>Die Formeln $\mu = np$ und $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$ können durch Verallgemeinern von Beispielen und inhaltliche Argumente ausgehend vom Fall $n=1$ gewonnen werden.</p>

ma-3: Analytische Geometrie

Die Schülerinnen und Schüler sollen die grundlegenden Begriffe, Methoden und Verfahren der analytischen Geometrie kennen lernen und geometrische Probleme mit neuen Mitteln lösen können.

Im Mittelpunkt stehen die Erarbeitung der vektoriellen Geraden- und Ebenengleichung in verschiedenen Formen und die Untersuchung von Lagebeziehungen sowie die Berechnungen von Abständen und Winkelgrößen.

Um Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen analytisch zu klären, werden Systeme linearer Gleichungssysteme benötigt. Das Lösen auch von über- oder unterbestimmten Gleichungssystemen und die geometrische Interpretation von deren Lösungsmengen sollen geübt werden.

Die Lernabschnitte sind im Unterricht sinnvoll miteinander zu verbinden. Die angeführte Reihenfolge der Inhalte ist nicht verbindlich.

Hinweise zu Vernetzungsmöglichkeiten mit anderen Unterrichtsfächern	
Ku 2. Semester LK und GK	Bauwerke: Darstellung durch Schrägbilder

Analytische Geometrie

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> Ebene und räumliche Vektoren als Pfeilklassen Operationen mit Vektoren: Addition, Bildung des Gegenvektors, Subtraktion, Multiplikation mit einem Skalar 	<p>Der Klassenbegriff kann anschaulich, ohne Definition des Begriffs Äquivalenzklasse benutzt werden.</p> <p>Die Operationen können zunächst koordinatenfrei eingeführt werden.</p>
<ul style="list-style-type: none"> Kartesisches Koordinatensystem, Koordinaten- / Komponentendarstellung von Vektoren, Ortsvektoren Betrag eines Vektors Schrägbilder 	<p>Bei räumlichen Problemen sollen Vektoren im Schrägbild dargestellt werden.</p> <p>Es können auch schiefe Körper, z. B. Prismen, Pyramiden oder Kegel betrachtet werden.</p>
<ul style="list-style-type: none"> Parameterform einer Geradengleichung für Geraden in der Ebene und im Raum Lagebeziehungen von zwei Geraden im Raum: Parallelität, windschiefe Geraden, Schnittpunkt zweier Geraden 	<p>Eine Wiederholung von Inhalten der Koordinatengeometrie aus der Einführungsphase ist möglich.</p> <p>Es können auch Geradenscharen betrachtet werden.</p>
<ul style="list-style-type: none"> Skalarprodukt Schnittwinkel zweier Geraden elementargeometrische Beweise mit Hilfe des Skalarproduktes 	<p>Anwenden des Skalarproduktes</p> <p style="text-align: right;">→</p>

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Parameterform einer Ebenengleichung • Normalenform und Koordinatengleichung • Lagebeziehungen zwischen Ebene und Gerade: Parallelität, Schnittpunkt und Schnittwinkel 	Es können auch Ebenenscharen betrachtet werden.
<ul style="list-style-type: none"> • Lagebeziehungen von zwei Ebenen: Parallelität, Schnittgerade und Schnittwinkel • Untersuchungen auf Orthogonalität 	Für die Ermittlung einer Gleichung einer Schnittgeraden von zwei Ebenen sollte eine Ebenengleichung in Normalen- bzw. Koordinatenform vorliegen.
<ul style="list-style-type: none"> • Abstandsberechnungen 	Ausführung folgender Abstandsberechnungen: Ebene-Ebene, Ebene-Gerade, Ebene-Punkt, Gerade-Gerade und Gerade-Punkt Die Hessesche Normalenform kann, muss aber nicht für Abstandsberechnungen verwendet werden.
<ul style="list-style-type: none"> • Kugelgleichung • Lagebeziehungen von Gerade und Kugel • Gleichungen von Tangentialebenen 	Es genügt die Unterscheidung der drei Fälle zwei Schnittpunkte, ein Berührungspunkt oder kein gemeinsamer Punkt. Tangentialebenen sollten nur für Fälle einfach bestimmbarer Berührungspunkte betrachtet werden.

ma-4: Komplexe Aufgaben zur Analysis

Mit der Bearbeitung von Sachproblemen und deren Modellierung ist sowohl eine Vertiefung und Erweiterung als auch eine Wiederholung bekannter Methoden der Analysis beabsichtigt. Damit erfahren die Schülerinnen und Schüler zugleich eine zeitnahe Unterstützung bei ihrer Vorbereitung auf die schriftliche Abiturprüfung.

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Integration von Exponentialfunktionen und Logarithmusfunktionen • Berechnung von Flächeninhalten im Zusammenhang mit Exponential- und Logarithmusfunktionen 	<p>Stammfunktionen können vorgegeben werden, wenn sie nur mit Hilfe von Integrationsverfahren ermittelt werden können.</p> <p style="text-align: right;">→</p>

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Untersuchung zusammengesetzter und verketteter Funktionen unter Berücksichtigung von <ul style="list-style-type: none"> - ganzzahligen Funktionen - trigonometrischen Funktionen - Logarithmusfunktionen - gebrochen rationalen Funktionen - Exponentialfunktionen 	<p>Modellierungen von Problemen, die zu mathematischen Darstellungen mit Funktionen der bereits bekannten Klassen führen.</p> <p>Das Lösen von Sachproblemen mit komplexen funktionalen Zusammenhängen ist schematischen Funktionsuntersuchungen ohne Anwendungsbezug stets vorzuziehen.</p>

ma-4: Stochastik

Die Verteilung der Unterrichtsinhalte auf die Kurse ma-2 und ma-4 kann entsprechend der in den Schulhalbjahren zur Verfügung stehenden Unterrichtszeit variiert werden.

Hinweise zu Vernetzungsmöglichkeiten mit anderen Unterrichtsfächern	
Bi 4. Semester LK	Hardy-Weinberg-Gesetz, Häufigkeiten von Genotypen
Sw 3. Semester LK und GK	Politische Entscheidungsprozesse: Wahlen

Weiterführung der Bernoulli-Ketten und ein Element der beurteilenden Statistik

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • $k\sigma$-Intervalle für Anzahl der Erfolge bei großen n, \sqrt{n}-Gesetz • Vorhersagen für die Anzahl der Erfolge bei bekanntem p • signifikante Abweichungen vom erwarteten Wert 	<p>$k\sigma$-Intervalle sind fundamental für Überlegungen zum Schätzen und bereiten Testen vor.</p> <p>Beispiele: Anzahl der A-Wähler, Anzahl der Geburtstagskinder, Anzahl der Mädchengeburten. Häufigkeit einer Lotto-Zahl, Anzahl ausgefallener Bauelemente, Anzahl stornierter Buchungen</p> <p>Das 2σ-Intervall liefert ein Signifikanzniveau von rund 5%.</p>

4.5 Leistungskurse

MA-1: Differential- und Integralrechnung

Die angegebene Reihenfolge der Themengebiete in der Differential- und Integralrechnung ist nicht verbindlich. Die Fachkonferenz der Schule oder die Lehrerinnen und Lehrer müssen ein eigenes Konzept entwerfen. Soweit fachdidaktisch sinnvoll, können Inhalte der Differential- und Integralrechnung aus Kursen MA-1 und MA-2 auch getauscht werden. Es sollte allerdings darauf geachtet werden, dass die Theorieinhalte der Differential- und Integralrechnung in den ersten beiden Kurshalbjahren vollständig behandelt werden. Im Bereich der komplexen Aufgaben im Kurs MA-4 sollten keine wesentlichen Theorieanteile erarbeitet werden müssen. Vielmehr stehen Aufgaben im Mittelpunkt, die die bisher behandelten Bereiche sinnvoll verbinden, z. B. Extremalberechnungen in der analytischen Geometrie, und einen hohen, abiturrelevanten Grad an Komplexität erreichen.

Fachdidaktische und methodische Hinweise zur Behandlung der Differential- und Integralrechnung im Leistungskursfach

Die Lernabschnitte der Kursphase aus dem Bereich der Differential- und Integralrechnung dienen insbesondere auch dem sicheren Umgang mit symbolischen und formalen Elementen der Mathematik. Die für Modellbildungen und Problemlösungen verfügbaren Kalküle und Funktionenklassen werden angemessen entwickelt und erweitert. Dazu werden die Eigenschaften allgemeiner trigonometrischer Funktionen, der Exponential- und Logarithmusfunktionen, der rationalen Funktionen und der von zusammengesetzten Funktionen vertieft betrachtet. Die Ableitungsregeln werden um die Produkt- und Quotientenregel, die allgemeine Kettenregel und die Umkehrregel ergänzt. Weiterhin wird der Grenzwertbegriff für Folgen aus dem Profilkurs aufgegriffen und für Funktionen eingeführt, in vielfältigen Situationen trainiert und um die Möglichkeit der Berechnung durch Anwendung der Regel von l'Hospital erweitert.

Die Integralrechnung dient einer allgemeineren Flächeninhaltsberechnung, sollte sich aber nicht allein auf diesen Aspekt beschränken. Das Integral sollte auch als aus Änderungen rekonstruierter Bestand aufgefasst werden können. Verschiedene Integrationsmethoden wie partielle Integration und Substitution sollen zur Verfügung gestellt werden. Es sollte aber nicht der Eindruck entstehen, dass alle Integrale elementar berechnet werden können. Der Relevanz des Integrals in den Anwendungen soll Rechnung getragen werden.

Je nach didaktischem Konzept können weitere Beweise, die nicht ausdrücklich vorgesehen sind, durchgeführt werden.

Es kommt bei der Behandlung der Differential- und Integralrechnung insbesondere auch auf eine angemessene Verzahnung der beiden Themengebiete an. Diese wird zum Beispiel durch den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung oder durch die Umkehrung der Ableitungsregeln zu den Regeln der partiellen Integration und der Substitution deutlich.

Das Themenfeld der Differential- und Integralrechnung bietet vielfältige Möglichkeiten zum Aufgreifen von Realitätsbezügen und zur Modellierung. Dies gilt insbesondere für die Exponential- und Logarithmusfunktionen hinsichtlich ihrer Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsprozessen, aber auch für die trigonometrischen Funktionen in Bezug auf die Beschreibung von Schwingungsvorgängen und für die rationalen Funktionen in verschiedenen Bezügen, z. B. der Linsengleichung. Funktionsuntersuchungen, die ausschließlich dazu dienen, einen Überblick über den graphischen Verlauf eines Funktionsgraphen zu gewinnen, können zwar weiterhin als Übungsfeld dienen, sollen aber nicht vor der Behandlung realitätsnaher Probleme stehen.

Traditionell ist der Analysisunterricht von vielfältigen innermathematischen Zwängen belegt. So wird vom mathematischen Standpunkt aus eine Behandlung des Integralbegriffs nicht vor einer eingehenden Behandlung des Konvergenzbegriffs stehen. Dies ist aber nur eine Sichtweise von Mathematik, die im schulischen Unterricht zwar weiterhin Bestand, aber nicht die einzige Möglichkeit der sinnvol-

len und aktiven Auseinandersetzung mit Mathematik ist. So haben auch problemhaltige Zugänge, die den geradlinigen Stoffaufbau aufheben, ihre Berechtigung.

Die Behandlung der verbindlich genannten Inhalte hat wegen der Bedeutung für die zentrale Abiturprüfung auf jeden Fall Vorrang vor einseitigen Vertiefungen.

Hinweise zu Vernetzungsmöglichkeiten mit anderen Unterrichtsfächern	
Ph 1. / 2. Semester LK und GK	Geradlinige Bewegung, Geschwindigkeit und Beschleunigung Schwingungen und Drehbewegungen Arbeit im radialsymmetrischen Gravitationsfeld
Sw 2. Semester LK und GK	Angebots- und Nachfragefunktionen, Steuerfunktion
Ww E-Phase	Einkommensverteilung, Lorenzkurve

Differentialrechnung I

Lerninhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> Definition des Funktionsgrenzwertes für $x \rightarrow x_0$ und für $x \rightarrow \pm\infty$ Grenzwertuntersuchungen einschließlich der Betrachtung linksseitiger und rechtsseitiger Grenzwerte 	<p>Die Definition ist auf die Konvergenz von Folgen zurückzuführen.</p> <p>Es sollen Funktionsterme behandelt werden wie z. B.:</p> $\frac{x^2 - 1}{x + 1}, \frac{\sin(x)}{x}, \frac{ x }{x}, \frac{\cos(x) - 1}{x}.$ <p>Die Klasse der oszillierenden Funktionen mit z. B.</p> $f(x) = \begin{cases} x^n \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases}$ <p>kann durchgängig als Beispielmateri- al verwendet werden.</p>
<ul style="list-style-type: none"> Verknüpfung von Funktionen, Verkettung Grenzwertsatz für Funktionen Definition der Stetigkeit an einer Stelle x_0, Stetigkeitsnachweise für Stetigkeit an einer Stelle Sätze über Stetigkeit zusammengesetzter Funktionen Stetige Fortsetzbarkeit Stetigkeit auf abgeschlossenen Intervallen: Nullstellensatz, Zwischenwertsatz, Satz vom Maximum 	<p>Die bisherigen Verknüpfungen von Funktionen sind bewusst zu machen und um die Verkettung zu erweitern.</p> <p>Die Grenzwertsätze für Folgen sind auf die von Funktionen zu übertragen. Für eine Verknüpfungsart soll der Beweis geführt werden.</p> <p>Die Folgendefinition der Stetigkeit ist zu behandeln. Eine $\varepsilon - \delta$-Definition der Stetigkeit muss nicht thematisiert werden.</p> <p>Es müssen nicht alle Sätze bewiesen werden.</p> <p>Die Vollständigkeit der reellen Zahlen ist geeignet zu präzisieren.</p> <p>Es müssen nicht alle Sätze bewiesen werden.</p>

→

Lerninhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> Vertiefung des Ableitungsbegriffs Zusammenhang zwischen Stetigkeit und Differenzierbarkeit 	<p>Es sollen exemplarisch Untersuchungen der Differenzierbarkeit an einer Stelle auch unter Berücksichtigung von links- und rechtsseitiger Ableitung durchgeführt werden.</p> <p>Es sollen auch nicht triviale Beispiele für nicht differenzierbare Funktionen behandelt werden.</p> <p>Es sollen auch Gegenbeispiele betrachtet werden.</p>
<ul style="list-style-type: none"> Produktregel, Quotientenregel und Kettenregel Satz von Rolle, 1. Mittelwertsatz der Differentialrechnung 	<p>Es sollen Funktionen und zusammengesetzte Funktionen aus den folgenden Funktionsklassen abgeleitet werden können: ganzrationale Funktionen, einfache gebrochen rationale und beliebige trigonometrische Funktionen sowie Zusammensetzungen aus diesen Funktionsklassen.</p> <p>Es müssen nicht alle Sätze und Regeln bewiesen werden.</p>
<ul style="list-style-type: none"> Monotoniekriterien Notwendige und hinreichende Kriterien für relative Extremalstellen und für Wendestellen Extremalprobleme Funktionsuntersuchungen ohne und mit Scharparametern 	<p>Die Monotoniekriterien sind exemplarisch mit Hilfe des Mittelwertsatzes zu begründen.</p> <p>Anwenden und Vertiefen der aus der Einführungsphase bekannten Kriterien</p> <p>Die Extremalprobleme sollten auf ganzrationale, einfache gebrochen rationale und trigonometrische Zielfunktionen oder aus diesen Funktionsklassen zusammengesetzte Zielfunktionen führen. Die Definitionsbereichs- und Randwertproblematik ist mit einzubeziehen.</p> <p>Untersuchungen sind nur an wenigen Beispielen der genannten Funktionen und nur unter ausgewählten Aspekten zu behandeln.</p>

Integralrechnung I

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> Streifenmethode; Zerlegungssummen, insbesondere Ober- und Untersummen Flächeninhalt als Grenzwert von Ober- und Untersummen; Fehlerbetrachtungen Definition des bestimmten Integrals für stetige Randfunktionen 	<p>Als Randfunktionen kommen Potenzfunktionen oder einfache ganzrationale Funktionen in Betracht, z. B. $f: x \mapsto x^2$, $f: x \mapsto x^3$, $f: x \mapsto \frac{1}{2}x^2 - 1$. Ein Beispiel einer nicht äquidistanten Zerlegung des Intervalls sollte behandelt werden.</p> <p>Eine geeignete Definition des bestimmten Integrals ist abhängig vom fachdidaktischen Aufbau. Demnach stellt die Reihenfolge in den curricularen Vorgaben keinen Hinweis auf eine Reihenfolge der Behandlung im Unterricht dar. Wohldefiniertheit muss nicht thematisiert werden.</p> <p style="text-align: right;">→</p>

Lerninhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Unterschied zwischen Integral und Flächeninhalt • Eigenschaften des bestimmten Integrals: Linearität , Additivität, Intervalladditivität 	
<ul style="list-style-type: none"> • Stammfunktionen, unbestimmtes Integral • Integralfunktionen • Zwei Stammfunktionen unterscheiden sich nur um eine additive Konstante C: $F(x) - G(x) = C$ • Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung, Zusammenhang zwischen Integration und Differentiation: $\left(\int_a^x f(t) dt \right)' = f(x) \text{ und } \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ 	<p>Zur Vorbereitung können je nach fachdidaktischem Aufbau zunächst auch Flächeninhaltsfunktionen betrachtet werden.</p> <p>Auch im Leistungskurs muss der Beweis nicht mit allen Fallunterscheidungen behandelt werden.</p> <p>Es sollte ein Gegenbeispiel betrachtet werden, das die Notwendigkeit der beiden Voraussetzungen Integrierbarkeit und Existenz einer Stammfunktion erkennbar werden lässt.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Berechnung von Flächeninhalten • Berechnung von Flächeninhalten von Flächen zwischen Funktionsgraphen • Rekonstruktionen als Anwendungen der Integralrechnung, auch nicht geometrische Anwendung 	<p>Entsprechend dem didaktischen Aufbau können Integrationsverfahren bereits in Integralrechnung I statt in II behandelt werden.</p> <p>Für Rekonstruktionen können z. B. die physikalischen Begriffe der Arbeit, des Weges, der elektrischen Ladung oder das Volumen behandelt werden.</p>

MA-2: Differential- und Integralrechnung

Der thematische Übergang vom Kurs MA-1 zum Kurs MA-2 kann gemäß der eigenen Unterrichtsplanung unabhängig von dem hier dargestellten Übergang gestaltet werden.

Hinweise zu Vernetzungsmöglichkeiten mit anderen Unterrichtsfächern	
Bi 2. Semester LK und GK	Exponentielles Populationswachstum, dichteabhängige Regulation der Populationsgröße, Exklusion und Koexistenz, allometrisches Wachstum Wirkungsbereich von Umweltfaktoren, Toleranzkurven
Ch 1. Semester LK und GK	Nahrungsmittelverwertung in Organismen: zeitlicher Verlauf der Konzentration von Nährstoffen oder Giften
Ph 1. / 2. Semester LK und GK	Abkühlung und Entropie, Carnotscher Prozess und Wärmepumpen Resonanzkurve bei Wechselstromkreisen
Sw 2. Semester LK und GK	Sozialpolitik: private Vorsorge ohne und mit Inflation (Rendite in der privaten Altersvorsorge)

Differentialrechnung II

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> Geschwindigkeit und Beschleunigung von Wachstum und Zerfall Die natürliche Exponentialfunktion und ihre Ableitungsfunktion; die Eulersche Zahl e 	<p>Es sollen Wachstums- bzw. Zerfallsprobleme aus verschiedenen Anwendungsbereichen behandelt werden und das exponentielle Wachstum mit dem linearen Wachstum verglichen werden.</p> <p>Eine Wiederholung der Exponentialfunktionen f der Form $f(x) = c \cdot a^x$ und ihrer Eigenschaften ist möglich.</p> <p>Der Bedeutung der Zahl e für Logarithmus- und Exponentialfunktionen soll Rechnung getragen werden.</p>
<ul style="list-style-type: none"> Umkehrfunktionen und ihre Ableitung, Umkehrregel : $f'(f(x)) = \frac{1}{f'(x)}$ Ableitung der Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten Wurzelfunktionen Die natürliche Logarithmusfunktion, Ableitung der Logarithmusfunktion Berechnung von Grenzwerten mit der Regel von de l'Hospital 	<p>Der Begriff der Umkehrbarkeit und der Umkehrfunktion kann wiederholt werden.</p> <p>Die Arkusfunktionen können behandelt und die Umkehrregel zur Bestimmung der Ableitungsfunktionen verwendet werden.</p> <p>Es sind die maximalen Definitionsmengen zu bestimmen und es ist auf einseitige Differenzierbarkeit an den Rändern zu untersuchen .</p> <p>Der Fall „$\frac{0}{0}$“ kann hier oder bereits in Zusammenhang mit dem Mittelwertsatz behandelt werden. Hier sind auch die Fälle $x \rightarrow \pm\infty$ und Grenzwerte der Form „$\frac{\infty}{\infty}$“ zu betrachten.</p>

→

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> Anwendungen zur Exponential- und Logarithmusfunktion 	Es sind kontextbezogene inner- und außermathematische Anwendungen zu behandeln. Dabei sollen die Aufgaben bereits einen hohen Komplexitätsgrad erreichen und im außermathematischen Kontext Modellierungsmöglichkeiten bieten.
<ul style="list-style-type: none"> Gebrochen rationale Funktionen und ihre Eigenschaften Untersuchung von zusammengesetzten Funktionen Untersuchung von Funktionenscharen 	Es genügt, die grundlegenden Eigenschaften maximale Definitionsmenge, Stetigkeit, Differenzierbarkeit, Verhalten an den Definitionslücken und Verhalten im Unendlichen an wenigen Beispielen zu betrachten. Die bisher behandelten Funktionstypen sind geeignet zu verbinden, z. B. kommen in Betracht: $f(x) = x^3 \cdot e^{-x^2}$, $f(x) = x^2 \cdot (\ln x)^2$. Bei Funktionenscharen müssen die Fallunterscheidungen einen Schwierigkeitsgrad wie z. B. bei den Scharen f_t mit $f_t(x) = \frac{16(x-t)}{(1+x)^2}$, $t \in \mathbb{R}$, f_a mit $f_a(x) = \ln(x^2 - a)$, $a \in \mathbb{R}$ oder f_t mit $f_t(x) = (x^2 + t) \cdot e^{-x}$, $t \in \mathbb{R}$, nicht übersteigen.
<ul style="list-style-type: none"> Extremwertaufgaben Differentialgleichungen des natürlichen, des beschränkten und des logistischen Wachstums 	Zielfunktionen können alle bisher behandelten Funktionstypen und ihre Zusammensetzungen sein. Auf die Definitionsmengen- und Randwertproblematik ist einzugehen.

Integralrechnung II

Die Verteilung der Unterrichtsinhalte auf die zwei Abschnitte Integralrechnung II.1 und II.2 muss nur bei der Durchführung jahrgangsübergreifender Kurse beachtet werden, damit gewährleistet ist, dass die partielle Integration, die Integration durch Substitution, uneigentliche Integrale sowie Integrale zur Berechnung der Volumina von Rotationskörpern für die schriftliche Prüfung im Abitur verfügbar sind.

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
Integralrechnung II.1 <ul style="list-style-type: none"> Partielle Integration Integration durch Substitution Uneigentliche Integrale über unbeschränktem Definitionsbereich und über unbeschränkten Funktionen Rotationskörpervolumen bei Drehung um die Abszissenachse 	Beide Integrationsregeln sollten aus der Umkehrung der entsprechenden Differentiationsregel entwickelt werden. Die Berechnung von Volumina von Rotationskörpern soll auch in kontextbezogenen Aufgaben angewendet werden.

→

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
Integralrechnung II.2 <ul style="list-style-type: none"> Logarithmische Integration: $\int_a^b \frac{f'(x)}{f(x)} dx = [\ln f(x)]_a^b$ Integration gebrochen rationaler Funktionen; Partialbruchzerlegung Näherungsweise Berechnung von Integralen 	<p>Das Verfahren der Integration durch Partialbruchzerlegung muss für Fälle behandelt werden, in denen reelle Nullstellen im Nenner existieren.</p> <p>Aus den Verfahren Sehnentrapezregel, Tangententrapezregel, Simpsonsche Regel oder Keplersche Fassregel kann eine dem eigenen Konzept entsprechende Auswahl zu treffen. CAS können verwendet werden.</p>

MA-2: Stochastik I

Zu Beginn dieses Unterrichtsabschnittes kann eine integrierende Wiederholung von Lerninhalten der Stochastik aus der Einführungsphase erfolgen. Als Anwendungen werden empfohlen: klassische Probleme der Wahrscheinlichkeitsrechnung, auch Paradoxa, Lotto, Qualitätskontrolle, Zuverlässigkeit, Mendelsche Regeln, aktuelle Beispiele aus der Zeitung.

An eine systematische Behandlung der Kombinatorik ist nicht gedacht. Die erforderlichen Elemente der Kombinatorik können z. B. über Baumdiagramme entwickelt werden.

Je nach den in den Kursen MA-2 und MA-4 zur Verfügung stehenden Unterrichtszeiten können der Erwartungswert und die Standardabweichung der Binomialverteilung auch bereits im Kurs MA-2 bearbeitet werden.

Bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit

Inhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> Simulation eines Zufallsexperiments und Schätzung von Wahrscheinlichkeiten 	<p>Z. B. Julklapp mit dem Ereignis: „Mindestens einer zieht sein eigenes Geschenk“</p>
<ul style="list-style-type: none"> Bedingte Wahrscheinlichkeit und Multiplikationsformel, Vierfeldertafel Unabhängigkeit von zwei Ereignissen 	<p>Bedingte Wahrscheinlichkeit als Modellierungskonzept</p> <p>Wahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm als bedingte Wahrscheinlichkeiten</p> <p>Pfadregel als Spezialfall der allgemeinen Multiplikationsformel</p> <p>Bei der Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten kann auf die Bayessche Formel und die Problematik der A-priori- und A-posteriori-Wahrscheinlichkeiten eingegangen werden.</p> <p>Unabhängigkeit mit Hilfe der bedingten Wahrscheinlichkeit</p>

→

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Produktregel für unabhängige Ereignisse • Unabhängigkeit in der Vierfeldertafel 	<p>Hinweis auf die Gültigkeit der Produktregel bei Unabhängigkeit von n Ereignissen</p> <p>Unabhängigkeit als Modellierungskonzept</p> <p>Prototyp: Ziehen mit und ohne Zurücklegen und die entsprechenden Baumdiagramme</p> <p>Empfohlene Anwendungen: Zuverlässigkeit, Mendelsche Regeln, aktuelle Beispiele aus der Zeitung</p>

Zufallsgrößen

Inhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Diskrete Zufallsgröße und ihre Wahrscheinlichkeitsverteilung (kurz: Verteilung) • Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung diskreter Zufallsgrößen • Linearität des Erwartungswertes und Eigenschaft der Varianz $\text{Var}(aX + b) = a^2 \text{Var}(X)$ • faire Spiele 	<p>Bezug zu den empirischen Kenngrößen \bar{x} und s</p> <p>Erwartungswert als Vorhersage für das arithmetische Mittel aus vielen Beobachtungen der Zufallsgröße</p> <p>Verwendung des Erwartungswertes zur Beurteilung von Spielen und wirtschaftlichen Sachverhalten, Deutung dieses Kriteriums</p>

Bernoulli-Ketten und Binomialverteilung

Inhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Bernoulli-Ketten 	<p>Verständnis für die charakteristischen Merkmale dieses Modells durch zahlreiche Beispiele und Gegenbeispiele</p> <p>Berechnung von Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Produktregel für unabhängige Ereignisse, dabei kombinatorische Überlegungen zu</p> $\binom{n}{k}$
<ul style="list-style-type: none"> • Anzahl der Erfolge und relative Häufigkeit der Erfolge in einer Bernoulli-Kette als Beispiele für Zufallsgrößen • Verteilung der Anzahl der Erfolge in einer Bernoulli-Kette (Binomialverteilung) 	

MA-3: Analytische Geometrie und Lineare Algebra

Ausgehend vom Vektorbegriff kann der Unterricht zwei Strängen folgen, der Alternative A1 oder der Alternative A2.

A1: vektorielle analytische Geometrie.

A2: Anwendung von Matrizen bei Abbildungen.

Beiden Wahlgebieten gemeinsam ist ein Grundbestand an algebraischen und geometrischen Inhalten und Verfahren. Unterschiedlich sind die Schwerpunkte. Eines der Gebiete muss im Rahmen des Kurses vollständig behandelt werden. Darüber hinaus können weitere Themen behandelt werden.

Zu den beiden Gebieten gemeinsamen Grundlagen gehören das Aufstellen und Lösen von Systemen linearer Gleichungen und das Arbeiten mit Vektoren.

Lineare Gleichungssysteme sind in vielen Bereichen von Wissenschaft, Wirtschaft und Gesellschaft ein unentbehrliches Mittel zur mathematischen Bewältigung von Sachproblemen; auch viele mathematische Fragestellungen führen zu linearen Gleichungssystemen. Der Schwerpunkt des Unterrichts liegt auf Anwendungsaufgaben. Das Aufstellen eines dem Sachproblem angemessenen Gleichungssystems und die Interpretation der Lösung sind mindestens ebenso wichtig wie die Durchführung eines Lösungsverfahrens.

Hinweise zu Vernetzungsmöglichkeiten mit anderen Unterrichtsfächern	
Ku 2. Semester LK und GK	Bauwerke: Darstellung durch Schrägbilder
Ww 1. und 2. Semester LK	Materialwirtschaft, Beschaffung, Marktforschung

Grundlagen: Vektoren und lineare Gleichungssysteme

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> Ebene und räumliche Vektoren als Pfeilklassen Operationen mit Vektoren: Addition, Bildung des Gegenvektors, Subtraktion, Multiplikation mit einem Skalar 	<p>Der Klassenbegriff kann anschaulich, ohne Definition des Begriffs Äquivalenzklasse benutzt werden.</p> <p>Die Eigenschaften der Operationen bieten die Möglichkeit, den Vektorraum zu definieren.</p>
<ul style="list-style-type: none"> Linearkombination von Vektoren Lineare Abhängigkeit und lineare Unabhängigkeit 	<p>Der Begriff Basis kann hier eingeführt werden.</p>
<ul style="list-style-type: none"> Kartesisches Koordinatensystem, Koordinaten- / Komponentendarstellung von Vektoren, Ortsvektoren Betrag eines Vektors Schrägbilder 	<p>Bei räumlichen Problemen sollen Vektoren im Schrägbild dargestellt werden.</p> <p>Es sollen auch schiefe Körper wie Prismen und Pyramiden betrachtet werden. Kegel können einbezogen werden.</p> <p style="text-align: right;">→</p>

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Systeme linearer Gleichungen • Gauß-Algorithmus • Fragen der Lösbarkeit von linearen Gleichungssystemen • (m, n) - Systeme 	<p>Das Aufstellen und Lösen linearer Gleichungssysteme kann anhand von Sachaufgaben, aber auch wiederholend aus der Analysis zum Bestimmen eines Funktionsterms aus vorgegebenen Eigenschaften behandelt werden. Geeignete Lösungsverfahren sind selbständig auszuwählen und anzuwenden. Eine Festlegung auf ein Verfahren, etwa den Gauß-Algorithmus, ist nicht beabsichtigt.</p> <p>Im Rahmen der gewählten Alternative kann die Behandlung auch dann erfolgen, wenn das Lösen von Gleichungssystemen inhaltlich erforderlich wird, z. B. in A1 bei der Untersuchung von Lagebeziehungen oder in A2 mit der Einführung von Matrizen.</p> <p>Es können auch CAS eingesetzt werden. Die Behandlung des Gauß-Algorithmus ist im Hinblick auf den Einsatz eines programmierbaren Verfahrens sinnvoll.</p> <p>Schwerpunkt sind Systeme mit drei Gleichungen und drei Variablen.</p> <p>Lösungsmengen homogener linearer Gleichungssysteme können als Beispiele für Vektorräume dienen.</p>

Alternative A1: Vektorielle analytische Geometrie

Im Mittelpunkt dieses Wahlgebietes A1 stehen die Erarbeitung der vektoriellen Geraden-, Ebenen- und Kugelgleichungen sowie die Untersuchung ihrer Lagebeziehungen. Das räumliche Vorstellungsvermögen der Schülerinnen und Schüler kann durch Darstellungen von Geraden und Ebenen gefördert werden. Die Reihenfolge der Unterrichtsinhalte ist nicht verbindlich.

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Parameterform einer Geradengleichung • Lagebeziehungen von Geraden im Raum: parallele Geraden, windschiefe Geraden, Schnittpunkt zweier Geraden • Skalarprodukt • Schnittwinkel zweier Geraden 	<p>Dies beinhaltet, die vom Lösen linearer Gleichungssysteme bekannten Fälle genau einer Lösung, keiner Lösung oder „unendlich vieler“ Lösungen geometrisch zu interpretieren.</p> <p>Anwenden des Skalarproduktes z. B. auf Arbeit in der Physik.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Parameterform einer Ebenengleichung • Normalenform und Koordinatengleichung • Lagebeziehungen zwischen Ebene und Gerade, Parallelität, Schnittpunkt und Schnittwinkel 	<p>→</p>

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Lagebeziehungen von zwei Ebenen: Parallelität, Schnittgerade und Schnittwinkel • Abstandsberechnungen • Geradenscharen • Ebenenscharen • Untersuchungen auf Orthogonalität • elementargeometrische Beweise mit Hilfe des Skalarproduktes 	<p>Für die Bestimmung einer Gleichung der Schnittgeraden von zwei Ebenen sollte eine Ebenengleichung in Normalenform bzw. in Koordinatenform vorliegen.</p> <p>Berechnung folgender Abstände: Ebene-Ebene, Ebene-Gerade, Ebene-Punkt, Gerade-Gerade und Gerade-Punkt. Die Hessesche Normalenform kann, muss aber nicht für Abstandsberechnungen verwendet werden.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Kugelgleichungen • Lagebeziehungen von Gerade und Kugel • Gleichungen von Tangentialebenen 	
<ul style="list-style-type: none"> • Vektor- und Spatprodukt • Eigenschaften • Flächeninhalts- und Volumenberechnungen 	<p>Anwenden auf die Bestimmung der Flächeninhalte von Parallelogrammen und Dreiecken sowie der Volumina von Pyramide und Spat</p>

Alternative A2: Anwendung von Matrizen bei Abbildungen

Schwerpunkt dieses Wahlgebietes A2 sind geometrische Abbildungen. In der Sekundarstufe I behandelte Kongruenz- und Ähnlichkeitsabbildungen können vom analytischen Standpunkt vertieft werden. Zusätzlich sollen die affinen Abbildungen Dehnung und Scherung behandelt werden.

Die geometrischen Abbildungen werden hier mit Hilfe von Vektoren und Matrizen beschrieben. Eine Einführung des Arbeitens mit Matrizen ist für die Schüler auch deshalb nützlich, weil Matrizen in vielen Berufszweigen und angewandten Wissenschaften zur Modellierung und Lösung von Sachproblemen genutzt werden.

Zur Arbeit mit Matrizen eignet sich in besonderem Maße der Computer-Einsatz.

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Beschreibung von elementaren Abbildungen der Ebene mit Hilfe von Vektoren und Matrizen • Produkt eines Vektors mit einer Matrix 	<p>Im Mittelpunkt stehen Spiegelung an Parallelen zur y-Achse, Spiegelung an Ursprungsgeraden, Mehrfachspiegelungen, Drehung, Verschiebung, zentrische Streckung und Scherung. In diesem Zusammenhang soll das Produkt eines Vektors mit einer Matrix eingeführt werden.</p> <p style="text-align: right;">→</p>

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Produkt eines Vektors mit einer Matrix • Produkt zweier Matrizen, Potenzen von Matrizen • Inverse Matrix • Allgemeine Matrix-Vektorgleichung einer affinen Abbildung 	<p>Berechnung von Bildpunkten bei einer vorgegebenen Abbildung, Verkettung von Abbildungen</p> <p>Bei einem Einsatz von CAS können auch Abbildungen im Raum behandelt werden und sich auf 3,3-Matrizen und die Vernetzung zur Computergrafik beziehen.</p> <p>Bestimmung der Umkehrabbildung zu einer vorgegebenen Abbildung</p> <p>Geometrische Interpretation der Tatsache, dass bei Abbildungen der Form $\vec{x}' = A \cdot \vec{x}$ die Spalten der Abbildungsmatrix A die Bilder der Einheitsvektoren einer Basis sind.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Steuerung von Produktionsprozessen 	Anwenden auf die Gestaltung von Produktionsabläufen

MA-4: Stochastik II

Weiterführung der Bernoulli-Ketten

Die Verteilung der Unterrichtsinhalte auf die zwei Abschnitte Stochastik II.1 und II.2 muss nur bei der Durchführung jahrgangsübergreifender Kurse beachtet werden, damit gewährleistet ist, dass der Erwartungswert und die Standardabweichung bei einer Bernoulli-Kette für die schriftliche Prüfung im Abitur verfügbar sind.

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
Stochastik II.1 <ul style="list-style-type: none"> Erwartungswert $\mu = np$ und Standardabweichung $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$ der Anzahl der Erfolge in einer Bernoulli-Kette. μ als Kenngröße der Lage und σ als Kenngröße der Streuung der Verteilung der Zufallsgröße 	<p>Es wird die Herleitung des Erwartungswertes mit Hilfe der Summendarstellung der Anzahl der Erfolge empfohlen. Die Varianz kann ohne Herleitung verwendet werden.</p> <p>Beschreibung der Gestalt der Verteilung mittels μ und σ</p> <p>Experimentieren, beobachten und interpretieren anhand der graphischen Darstellung der Verteilungen</p> <p>An dieser Stelle sollten möglichst Tabellenkalkulationsprogramme zur Visualisierung verwendet werden.</p> <p>Empfohlene Anwendungen: Spiele, Gruppenprüfung auf eine Krankheit</p>
Stochastik II.2 <ul style="list-style-type: none"> $k\sigma$-Intervalle für Anzahl der Erfolge bei großen n, \sqrt{n}-Gesetz Vorhersagen für die Anzahl der Erfolge bei bekanntem p signifikante Abweichungen vom erwarteten Wert 	<p>$k\sigma$-Intervalle sind fundamental für Überlegungen zum Schätzen und bereiten Testen vor. Sicherheitswahrscheinlichkeiten werden mit Hilfe von Tabellen oder Tabellenkalkulationsprogrammen gefunden.</p> <p>Empfohlene Anwendungen: Anzahl der A-Wähler, Anzahl der Geburtstagskinder, Anzahl der Mädchengeburten, Häufigkeit einer Lotto-Zahl, Anzahl ausgefallener Bauelemente, Anzahl stornierter Buchungen</p> <p>Das 2σ-Intervall liefert ein Signifikanzniveau von rund 5%.</p>

MA-4: Komplexe Aufgaben

Mit mathematischer Modellierung und Problemlösung ist sowohl eine Anwendung und Vertiefung als auch eine Wiederholung bereits bekannter Methoden der Analysis beabsichtigt. Problemstellungen aus der analytischen Geometrie oder der linearen Algebra können berücksichtigt werden. Damit erfolgt zugleich eine zeitnahe Unterstützung der Schülerinnen und Schüler bei ihrer Vorbereitung auf die schriftliche Prüfung im Abitur.

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> Modellieren von Problemen, die zu mathematischen Darstellungen mit Funktionen der bereits bekannten Klassen führen 	<p>Anwenden der Methoden der Differential- und Integralrechnung</p> <p style="text-align: right;">→</p>

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> Untersuchung zusammengesetzter und verketteter Funktionen unter ausgewählten Aspekten Schnitt von Scharkurven, Ortskurven 	Das Lösen von Sachproblemen mit komplexen funktionalen Zusammenhängen ist Funktionsuntersuchungen ohne Anwendungsbezug stets vorzuziehen.

MA-4: Stochastik III

In diesem Lernabschnitt können wahlweise ein oder zwei der folgenden drei Themen oder ein freies Projekt bearbeitet werden.

Hinweise zu Vernetzungsmöglichkeiten mit anderen Unterrichtsfächern	
Bi 2. Semester LK und GK	Toleranzkurven als Normalverteilung einer Zufallsgröße
Sw 3. Semester LK und GK	Politische Entscheidungsprozesse: Wahlen

Normalverteilung

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> Von der Binomialverteilung zur Normalverteilung; Hinführen zur Problematik einer stetigen Zufallsgröße 	Die 3 Transformationen einer Binomialverteilung (der Säulen des Histogramms): Verschiebung des Erwartungswertes, Stauchung der (Säulen-) Breiten, Streckung der (Säulen-) Höhen können durch graphische Plausibilitätsbetrachtungen an einem konkreten Beispiel durchgeführt werden.
<ul style="list-style-type: none"> Normalverteilung mit σ und σ^2 als Beispiel einer Verteilung einer stetigen Zufallsgröße, Anpassen einer Normalverteilung an ein Histogramm 	<p>Empfohlene Anwendungen: Messgrößen (Körpergröße, Gewicht, Temperatur)</p> <p>Deutung der Parameter μ und σ^2 durch Bezug zu \bar{x} und s</p>
<ul style="list-style-type: none"> Erwartungswert und Varianz einer normalverteilten Zufallsgröße und Standardisieren einer normalverteilten Zufallsgröße 	Die Parameter werden in Analogie zum diskreten Fall Erwartungswert und Varianz genannt. Eine allgemeine Definition im stetigen Fall muss nicht erfolgen. Das Standardisieren kann inhaltlich aus der Bedeutung der Parameter begründet werden, an eine rechnerische Herleitung ist nicht gedacht.
<ul style="list-style-type: none"> $k\sigma$-Intervalle für eine normalverteilte Zufallsgröße signifikante Abweichungen vom erwarteten Wert Anwendungen zur Normalverteilung 	<p>Mit Hilfe der $k\sigma$-Intervalle soll ein inhaltliches Verständnis für den Begriff signifikante Abweichung erzielt werden.</p> <p>Anwenden z. B. auf Messgrößen oder Aktienrenditen</p>

Schätzen einer unbekannten Wahrscheinlichkeit

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> Verteilung der relativen Häufigkeit 	<p>Relative Häufigkeit als Schätzgröße ist eine Zufallsgröße. Verteilung abgeleitet aus der Verteilung der Anzahl der Erfolge Graphische Darstellung nach Klasseneinteilung zeigt „Zusammenziehen“ auf Wahrscheinlichkeit p.</p>
<ul style="list-style-type: none"> $k\sigma/n$-Intervalle für relative Häufigkeit bei großen n, $\frac{1}{\sqrt{n}}$-Gesetz Güte einer Schätzung auf der Basis der $k\sigma/n$-Intervalle Ausreichender Umfang einer Stichprobe bei rund 95%-Niveau und gegebener Genauigkeit 	<p>Abgeleitet aus $k\sigma$-Intervallen für Anzahl der Erfolge Insbesondere $k = 2$: $k \frac{\sigma}{n} = 2 \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \leq \frac{1}{\sqrt{n}}$ Auf 95%-Niveau Genauigkeit mindestens $\frac{1}{\sqrt{n}}$ Erfahrung, dass relative Häufigkeit ohne Angabe des Stichprobenumfangs nur beschränkten Informationsgehalt besitzt. Empfohlene Anwendungen z. B.: Wahlhochrechnungen, Meinungsumfragen, Beispiele aus der Zeitung</p>

Hypothesentest über eine unbekannte Wahrscheinlichkeit

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> Testproblem: Entscheidung zwischen alternativen Modellen aufgrund einer Stichprobe Annahmebereich Signifikanzniveau Fehler 1. und 2. Art 	<p>Bei zweiseitigem Test sind $k\sigma$-Intervalle als Annahmebereiche motiviert für entsprechende Signifikanzniveaus. Ein einseitiger Test zur Vertiefung Bei Testkonstruktion ist auch Approximation durch Normalverteilung möglich. Konkurrenz der beiden Fehler anhand der graphischen Darstellung verdeutlicht durch Betrachtung einer beliebigen Verteilung der Alternative</p>

4.6 Zusatzkurse

Zusatzkurse sind Grundkurse, die von Schülerinnen und Schülern der Leistungskurse und von interessierten Schülerinnen und Schülern aus den Grundkursen zusätzlich zu ihren Pflichtkursen besucht werden können.

Neben den hier dargestellten Zusatzkursen können weitere Grundkurse als Zusatzkurse angeboten werden, deren Inhalte durch die Schulen entwickelt und durch die für das Schulwesen zuständige Senatsverwaltung genehmigt werden.

Folgende Kurse sind möglich:

Zusatzkurse,

in denen Schülerinnen und Schüler in den jeweiligen Grund- oder Leistungskursen erworbene Kenntnisse und Fähigkeiten vertiefen und erweitern,

Seminarkurse,

in denen sich Schülerinnen und Schüler auf eine fachübergreifende und fächerverbindende Prüfung im Rahmen einer Besonderen Lernleistung vorbereiten.

Zusatzkurse bieten andere Themen als die Grund- und Leistungskurse. Für die Teilnahme an einigen der dargestellten Zusatzkurse sind Inhalte von bestimmten Grund- oder Leistungskursen Voraussetzung. Diese Zusatzkurse dürfen nicht vor dem Besuch der entsprechenden Grund- oder Leistungskurse belegt werden. Geringe Kenntnisunterschiede können im Verlauf des Unterrichts ausgeglichen werden.

Für die Zusatzkurse sind die Unterrichtsinhalte so global angegeben, dass zusätzlich zu dem didaktischen Freiraum auch ein großer inhaltlicher Gestaltungsspielraum gegeben und durch eigene Konzeptionen auszufüllen ist.

Kurs ma-Z1 Inzidenzgeometrie

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Axiomensystem über die Inzidenz von Punkten und Geraden • Geometrische und isomorphe algebraische Modelle • Unabhängigkeit Vollständigkeit Widerspruchsfreiheit 	<p>Maßvoller Ausbau eines Satzsystems und formales Schließen aus den Axiomen</p> <p>Klärung und Interpretation der Beziehung zwischen geometrischen und isomorphen algebraischen Modellen</p> <p>Behandlung der Problematik der Unabhängigkeit, Vollständigkeit und Widerspruchsfreiheit des Axiomensystems in exemplarischer Weise</p>

Kurs ma-Z2 Nichteuklidische Geometrie

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Hyperbolische Geometrie • Modell der hyperbolischen Geometrie • Konstruktionsaufgaben 	<p>Klärung der Beziehungen zur absoluten Geometrie und zur euklidischen Geometrie</p> <p>Vergleich elementarer geometrischer Zusammenhänge in der euklidischen mit denen in der hyperbolischen Geometrie</p>

Kurs ma-Z3 Logik

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Aussagen- und Prädikatenlogik • Quantoren, Verknüpfungen bei Aussageformen, Mengendiagramme • Logische Schlussformen 	<p>Behandlung von Problemen der Aussagen- und Prädikatenlogik, dabei aufbauend auf den den Schülerinnen und Schülern bekannten Grundlagen über Aussagen und Aussageformen und ihren Verknüpfungen</p> <p>Einführung und Diskussion logischer Strukturen weniger unter formalen und systematischen Aspekten, sondern in enger Verbindung mit inhaltlichen Problemen</p>

Kurs ma-Z4 Zahlentheorie

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Kongruenzen, Restklassen, Teilbarkeit • Fermatscher Satz und Satz von Euler • Perioden bei rationalen Zahlen 	<p>Euklidischer Algorithmus, Darstellung des größten gemeinsamen Teilers zweier Zahlen als Vielfachsumme der beiden Zahlen</p> <p>Berücksichtigung historischer Aspekte beim Satz von Fermat</p> <p>Untersuchung der Perioden und Vorperioden in der Dezimaldarstellung rationaler Zahlen</p>

Kurs ma-Z5 Numerische Mathematik

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Interpolation von Funktionen • Approximation nach Tschebyschew • Methode der kleinsten Quadrate • Iterative Lösung eines linearen Gleichungssystems • Differenzgleichungen 	<p>Entwicklung von Verfahren und Methoden der numerischen Mathematik, Erprobung und Interpretation</p> <p>Es sollen mehrere verschiedene Verfahren behandelt werden.</p> <p>Ein Rechner sollte eingesetzt werden, doch stellt dessen Bedienung keine von der Mathematik unabhängige eigenständige Kompetenz dar. Die Bewertung der Näherungsverfahren durch Fehlerabschätzungen und der kritische Umgang mit Rechnerergebnissen sind wesentliche Bestandteile numerischer Untersuchungen.</p>

Kurs ma-Z6 Differentialgleichungen

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Lineare Differentialgleichungen erster Ordnung • Lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung • Weitere spezielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung 	<p>Anwenden elementarer Lösungsverfahren für spezielle Differentialgleichungen</p> <p>Lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten im homogenen und inhomogenen Fall</p> <p>Anwendungen in der Physik, ungedämpfte und gedämpfte Schwingungen</p>

Kurs ma-Z7 Unendliche Reihen

Dieser Kurs setzt Kenntnisse aus dem Profilkurs des zweiten Halbjahres der Einführungsphase oder entsprechende Kenntnisse aus den Leistungskursen aus den Halbjahren MA-1 und MA-2 voraus.

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> Konvergente und divergente Reihen, Konvergenzkriterien, Cauchy-Kriterium Potenzreihen Taylor-Reihen 	<p>Verwenden des Cauchy-Kriteriums und weiterer Konvergenzkriterien</p> <p>Verwenden für eine Approximation von Funktionen durch ganzrationale Funktionen</p>

Kurs ma-Z8 Markowketten

Der Kurs setzt Kenntnisse aus der Stochastik voraus.

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> Homogene Markowketten Zustände und Übergangswahrscheinlichkeiten, Irrfahrtmodelle Grenzwahrscheinlichkeiten 	<p>Beschränkung auf endliche Zustandsräume (endliche Markowketten)</p> <p>Darstellung der Übergangswahrscheinlichkeiten durch Graphen und Matrizen</p> <p>Anwendungen auf Probleme aus der Biologie, Physik und der Wirtschaftswissenschaft</p>

Kurs ma-Z9 Elemente der Funktionentheorie

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> Komplexe Zahlen, Gaußsche Zahlenebene, Polarkoordinaten Lineare und einfache nicht lineare Funktionen, Stetigkeit und Differenzierbarkeit Kreisbewegungen und Schwingungen 	<p>Entwickeln der Körperaxiome, Schlussfolgerungen und Menge der komplexen Zahlen als Körper</p> <p>Algebraische und geometrische Darstellung sowie Rechenregeln komplexer Zahlen in Polarform</p> <p>Übertragen der aus der reellen Analysis bekannten Begriffe und Zusammenhänge auf komplexe Funktionen</p> <p>Verwenden von $z(t) = z_0 \cdot e^{i\omega t}$ für periodische Vorgänge</p>

Kurs ma-Z10 Kegelschnitte in der analytischen Geometrie

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> Doppelkegel in vektorieller Darstellung Schnitt eines Doppelkegels mit einer Koordinatenebene Dandelinsche Kugeln 	<p>Entwickeln einer Vektorgleichung des Doppelkegels in allgemeiner Form</p> <p>Untersuchen von Kreis, Ellipse, Parabel und Hyperbel, Verknüpfen mit der Darstellung im zweidimensionalen Koordinatensystem</p> <p>Zusammenhänge zwischen Dandelinschen Kugeln und den Brennpunkten der Kegelschnitte</p>

Kurs ma-Z11 Pathologien in der Analysis

In diesem Kurs kann interessierten Schülerinnen und Schülern Gelegenheit gegeben werden, Gegenbeispiele für die Nicht-Umkehrbarkeit von Sätzen oder Beispiele für die Unverzichtbarkeit von Voraussetzungen in Sätzen in einer mathematischen Tiefe zu untersuchen, die aufgrund der Komplexität der zu betrachtenden Funktionen im Rahmen der regulären Unterrichtszeit nicht möglich ist.

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Monotonie und Beschränktheit • Stetigkeit und Differenzierbarkeit • Integrierbarkeit 	Es können lokale und globale Eigenschaften von Funktionen untersucht werden, bei denen die vertrauten Kriterien nicht unmittelbar anwendbar sind. Es können z. B. auch betrachtet werden: Funktionen, die nirgends lokal beschränkt sind, Funktionen, die stetig und nirgends monoton sind, Funktionen die stetig und nirgends differenzierbar sind, periodische Funktionen, deren Summe nicht periodisch ist, Funktionen, deren Ableitungsfunktionen nicht integrierbar sind.

Kurs ma-Z12 Einführung in die mehrdimensionale Differential- und Integralrechnung

Für die Teilnahme an diesem Kurs sind Kenntnisse aus den Leistungskursen MA-1 und MA-2 oder sehr gute Kenntnisse aus den Grundkursen ma-1 und ma-2 Voraussetzung.

Unterrichtsinhalte	Kompetenzbezug, Erläuterungen und Anregungen
<ul style="list-style-type: none"> • Kurven und Flächen im dreidimensionalen Raum • Partielle Ableitungen, totales Differential, Gradient • Linienintegral, Flächenintegral, Volumenintegral 	<p>Analytische Darstellung von Kurven und Flächen in kartesischen Koordinaten, Zylinder- und Polarkoordinaten, zeichnerische Darstellung von Flächen durch ihre Höhenlinien mit der Gleichung $z = f(x, y) = \text{konst.}$</p> <p>Mögliche Anwendungen sind das Wandern auf einer Fläche entlang einer vorgegebenen Kurve $y = \Gamma(x)$, das Problem des Höhenunterschieds beim Wandern, das Problem des steilsten Anstiegs an einer Stelle und die Berechnung von Kräften im Potentialfeld, lokale Extrema und Extrema mit Nebenbedingungen.</p> <p>Mögliche Anwendungen sind das Volumen unterhalb eines Flächenstückes, der magnetische Fluss als Integral der Flussdichte, die Masse als Integral der Dichte und die Berechnung von Trägheitsmomenten</p>

4.7 Fremdsprachlicher Sachfachunterricht

Die zunehmende internationale Kooperation und der globale Wettbewerb verändern die Erwartungen an Lernende. Die Fähigkeit, Vorträge, Texte und Materialien zu einer Vielfalt von Themen in einer Fremdsprache verstehen und präsentieren zu können, wird an Hochschulen von den Studierenden ebenso erwartet wie in international agierenden Firmen und Wissenschaftsbetrieben von qualifizierten Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern. Darüber hinaus ist im Kontext internationalen Zusammenwirkens die Bereitschaft zum interkulturell sensiblen Umgang miteinander von großer Bedeutung.

Neben der Ausrichtung des Fremdsprachenunterrichts auf interkulturelle Handlungsfähigkeit ermöglichen längere und kürzere Sachfach-Unterrichtssequenzen in der Fremdsprache den Lernenden, sich auf die neuen Herausforderungen in einer globalisierten Welt vorzubereiten. Vertiefend können sie dies an Schulen tun, in denen neben dem Fremdsprachenunterricht mindestens ein weiteres Fach in einer Fremdsprache unterrichtet wird.

Der Sachfachunterricht in der Fremdsprache erfolgt auf der Grundlage der curricularen Vorgaben für die jeweiligen Unterrichtsfächer. Themen und Inhalte werden durch Festlegungen in schulinternen Curricula präzisiert und erweitert. Die **Staatliche Europaschule Berlin**, die **bilingualen Züge** und die **AbiBac-Schulen** arbeiten in der gymnasialen Oberstufe auf der Grundlage besonderer Regelungen, die u. a. Festlegungen bezüglich der fremdsprachlich erteilten Unterrichtsfächer treffen. Auch für diese Fächer gelten die curricularen Vorgaben der Berliner Schule mit den jeweiligen schulspezifischen Ergänzungen in Form von Unterrichtsplänen, die Elemente der jeweiligen Referenzkulturen einbeziehen.

Der Sachfachunterricht in der Fremdsprache bereichert und ergänzt den lebensnahen und effizienten Fremdsprachenunterricht. Er trägt zu einer erhöhten Fremdsprachenkompetenz bei, indem er die sprachlichen Lernprozesse des Fremdsprachenunterrichts fachspezifisch in den Bereichen Fachterminologie, Redemittel und Kommunikationsformen vertieft. Im fremdsprachlichen Sachfachunterricht arbeiten Schülerinnen und Schüler auf der Grundlage von authentischen Texten (im Sinne des erweiterten Textbegriffs), die sie unter Anleitung und selbstständig bearbeiten und auswerten. Sie lernen ihre Arbeitsergebnisse in der Fremdsprache zu präsentieren und üben sich im Kommunizieren über Inhalte der Sachfächer als Vorbereitung auf das Studium und die berufliche Tätigkeit in internationalen Kontexten. In Gruppenarbeitsphasen und in der Kommunikation mit Externen verhandeln sie erfolgreich in der Fremdsprache. Die korrekte Sprachverwendung wird insbesondere unter dem Aspekt der erfolgreichen Kommunikation gefördert.

Der Sachfachunterricht in der Fremdsprache bietet in besonderer Weise die Möglichkeit zum fachübergreifenden und fächerverbindenden Lernen. Der Sachfachunterricht bezieht verstärkt Themenbeispiele, Sichtweisen und methodisch-didaktische Ansätze aus den jeweiligen Bezugskulturen ein. Auf diese Weise fördert er die multiperspektivische Auseinandersetzung mit fachspezifischen Zusammenhängen und damit die Reflexion und Neubewertung der eigenen Lebenswirklichkeit und der eigenen Wertvorstellungen. Die Vermittlung fachspezifischer Arbeitsweisen und Darstellungskonzeptionen der jeweiligen Bezugskultur ermöglicht eine aktive Teilnahme der Lernenden am internationalen Wissenschaftsdiskurs.

Die Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung erfolgt auf der Grundlage der für das jeweilige Sachfach festgelegten Bewertungskriterien.

5 Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung

5.1 Grundsätze

Die Lehrerinnen und Lehrer entwickeln unter Beachtung der jeweils geltenden Rechtsverordnungen Kriterien für die Beurteilungen von Schülerinnen und Schülern. Diese Bewertungskriterien werden den Schülerinnen und Schülern zu Beginn eines Schulhalbjahres mitgeteilt und erläutert.

Beurteilungsgrundlagen in der gymnasialen Oberstufe im Fach Mathematik sind die Beteiligungen am Unterrichtsgeschehen und an den Unterrichtsgesprächen sowie die Klausurarbeiten.

Weitere Instrumente zur Leistungsfeststellung können benotete schriftliche Lernerfolgskontrollen, schriftliche oder mündliche Hausaufgabenkontrollen, unterrichtsimmanente Hausaufgabenkontrollen, Prüfungsgespräche, Lerntagebücher, Portfolios und Schülerreferate sowie z. B. eine Beteiligung an Projekten, an Lernen durch Lehren oder an Rollenspielen sein.

Schriftliche Leistungsüberprüfungen, in denen die Aufgabenformate den strukturierten Anforderungen einer Prüfungsaufgabe genügen, bilden insbesondere im Hinblick auf die zentralen Abiturprüfungen einen wesentlichen Beurteilungsaspekt.

5.2 Die Mitarbeit im Unterricht

Die Mitarbeit während des Unterrichts und die Beteiligung am Unterrichtsgespräch haben einen hohen Stellenwert. Bei der schriftlichen und mündlichen Mitarbeit im Unterricht ist die Qualität der Beiträge in Inhalt und Argumentation entscheidend.

Im Leistungs- und auch im Grundkurs ist der Grad der Exaktheit in der Verwendung der Fachsprache angemessen zu berücksichtigen.

Um die Mitarbeit der Schülerinnen und Schüler nicht zu hemmen, nehmen die Lernsituationen während des Unterrichts nicht den Charakter irreversibler Leistungssituationen an. In Erarbeitungsphasen, insbesondere in Brainstorming-, Vermutungs- oder Sammlungsphasen, und auch in Übungs- oder Sicherungsphasen wird eine von kurzfristigem Zensuredruck unbeschwerte Teilnahme am Unterricht ermöglicht.

Die für die Bewertung einer Schülerin oder eines Schülers günstigen schriftlichen oder mündlichen Beiträge werden grundsätzlich berücksichtigt. Dabei wird auch der kritische Umgang mit Fehlern positiv einbezogen. Durch offene Aufgaben und durch Problemstellungen und deren selbständige Bearbeitung, in denen Schülerinnen und Schüler in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit Lösungswege diskutieren und zu Ergebnissen gelangen, ergeben sich Beobachtungen selbständiger Schülerarbeit, die bei der Bewertung berücksichtigt werden.

Über die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen hinaus sollten auch die Personalkompetenzen, Kommunikations- und Sozialkompetenzen, in die Beurteilung einfließen.

Maßgebend für die Bewertung am Ende eines Schulhalbjahres ist der erreichte Entwicklungsstand der Kenntnisse und Kompetenzen unter Berücksichtigung der Lern- und Leistungsentwicklung.

Unterrichtsbezogene Kontrollen von Hausaufgaben finden innerhalb des Unterrichtsgesprächs oder in Einzelberatung während dafür geeigneter Unterrichtsphasen statt.

5.3 Schriftliche Leistungsüberprüfungen

Die Klausuren sollen die Fähigkeit der Schülerinnen und Schüler überprüfen, Mathematik in vielfältigen, auch komplexeren Aufgaben im inner- und außermathematischen Bereich anzuwenden. Mit den Klausuren in den Grund- und Leistungskursen erfolgt auch eine Vorbereitung auf die schriftliche Prüfung im zentralen Abitur.

Zur Überprüfung der Lern-, Leistungs- und Kompetenzentwicklung können zusätzlich zu den Klausuren benotete schriftliche Lernerfolgskontrollen durchgeführt werden. Diese können der Kontrolle der

individuellen Verfügbarkeit von Wissen und Können in einem begrenzten mathematischen Bereich dienen und nach dem Übergang in die Kursphase auch der Vorbereitung auf die erste Semesterklausur dienen. Über Anzahl und Umfang von schriftlichen Lernerfolgskontrollen in der Kursphase der gymnasialen Oberstufe kann die Fachkonferenz eine Empfehlung aussprechen.

Die schriftliche Hausaufgabenkontrolle ermöglicht eine Kontrolle der Bewältigung der Hausaufgaben sowie eine Bewertung.

Der mathematische Aufsatz kann als Hausaufgabe, als eine Aufgabe innerhalb von Klausuren oder in der Form einer schriftlichen Lernerfolgskontrolle durchgeführt werden.

5.4 Besondere Aspekte der Leistungsbewertung

In Referaten beschäftigen sich Schülerinnen und Schüler in Einzel- oder in Gruppenarbeit mit einem abgegrenzten Teilbereich der Mathematik. Eine schriftliche Vorlage sollte erstellt werden. Die Beurteilung eines Referats unterliegt Kriterien, die den Schülern vorher genannt werden müssen. Die Fachkonferenz kann Grundsätze empfehlen, wobei die Fähigkeit zur Präsentation angemessen berücksichtigt werden sollte.

Unter einem Portfolio versteht man eine zielgerichtete Sammlung von Schülerarbeiten, in denen die Schülerinnen und Schüler ihre eigenen, individuellen Lernfortschritte im Sinne von kumulativem Lernen dokumentieren und bewerten. Die Lehrerinnen und Lehrer können diese einsammeln und bewerten. Dabei sollten auch vertikale und horizontale Vernetzungen aufgezeigt werden.

In einem Lerntagebuch notieren die Schülerinnen und Schüler ihre persönlichen Auffassungen vom Unterrichtsgeschehen. Die Bewertung darf an dieser Stelle das Individuelle der Sammlung nicht verwischen. Die Korrektur sollte vielmehr Gesprächsanlass sein, um mögliche Unstimmigkeiten oder Missverständnisse auszuräumen.

Projektorientiertes Lernen kann einen Höhepunkt im Unterricht darstellen. Entweder rein mathematische oder fachübergreifende Projekte bieten sich an. Bei fachübergreifenden Projekten gibt es die Möglichkeit des modularen Aufbaus - Fachgruppen bearbeiten das Thema unter fachspezifischen Aspekten - oder des integrierten Aufbaus - alle Projektgruppen bearbeiten das Thema unter Aspekten verschiedener Fächer. Der hohe Zeitaufwand in der häuslichen Arbeit ist bei der Projektbewertung und deren Gewichtung für die Halbjahresnote zu beachten.

In verschiedenen Ebenen wird das Lernen durch Lehren im Unterricht seine Anwendung finden. Es beginnt beim Helfen in Gruppen- und Partnerarbeit, geht über das interaktive Referat und endet in der selbstgestalteten Unterrichtssequenz. Je nach Leistungsvermögen können Schülerinnen und Schüler ihre unterschiedlichen Kompetenzen für die gesamte Lerngruppe einbringen. Es können auch Gruppen eine Unterrichtsstunde vorbereiten und gestalten.

Echte Rollenspiele dürften im Mathematikunterricht der Sekundarstufe II eher eine untergeordnete Bedeutung behalten. Es besteht aber z. B. die Möglichkeit, unterschiedliche Modelle zur Problemlösung kontrovers darzustellen.