

# LEHRPLAN

---

# MATHEMATIK

Gymnasialer Bildungsgang

Jahrgangsstufen 5 bis 13

Geltende Lehrpläne  
zusammengefasst und teilweise ergänzt  
um Querverweise und Aufgabengebiete



Hessisches Kultusministerium

| Inhaltsverzeichnis |   | Seite |
|--------------------|---|-------|
| <b>Teil A</b>      | <b>Grundlegung für das Unterrichtsfach Mathematik<br/>in den Jahrgangsstufen 5 bis 13</b> |       |
| 1                  | Aufgaben und Ziele des Faches   | 2     |
| 2                  | Didaktisch - methodische Grundlagen   | 3     |
| 3                  | Umgang mit dem Lehrplan   | 6     |
| <b>Teil B</b>      | <b>Unterrichtspraktischer Teil</b>  |       |
|                    | <b>Der Unterricht in der Sekundarstufe I</b>  | 9     |
|                    | Übersicht der verbindlichen Themen  | 9     |
| 1                  | Die verbindlichen und fakultativen Unterrichtsinhalte der Jahrgangsstufen 5 bis 10        | 10    |
| 1.1                | Die Jahrgangsstufe 5  | 10    |
| 1.2                | Die Jahrgangsstufe 6  | 14    |
| 1.3                | Die Jahrgangsstufe 7  | 17    |
| 1.4                | Die Jahrgangsstufe 8  | 23    |
| 1.5                | Die Jahrgangsstufe 9  | 28    |
| 1.6                | Die Jahrgangsstufe 10   | 36    |
| 2                  | Übergangsprofil von Jahrgangsstufe 10 in die gymnasiale Oberstufe                         | 43    |
| 3                  | <b>Der Unterricht in der Sekundarstufe II</b>   | 46    |
| 3.1                | Strukturen des Mathematikunterrichts in der gymnasialen Oberstufe                         | 46    |
| 3.2                | Verbindliche Vorgaben   | 46    |
| 4                  | Die Sachgebiete und ihre Abfolge in den Jahrgangsstufen 11 bis 13                         | 47    |
| 4.1                | Die Jahrgangsstufe 11   | 47    |
| 4.2                | Die Jahrgangsstufe 12   | 51    |
| 4.2.1              | 12.1  | 51    |
| 4.2.2              | 12.2  | 55    |
| 4.3                | Die Jahrgangsstufe 13   | 59    |
| 4.3.1              | 13.1  | 59    |
| 4.3.2              | 13.2  | 63    |
| 5                  | Abschlussprofil am Ende der Qualifikationsphase   | 65    |

**Teil A****Grundlegung für das Unterrichtsfach Mathematik  
in den Jahrgangsstufen 5 bis 13****1 Aufgaben und Ziele des Faches**

Das Unterrichtsfach Mathematik im Gymnasium leistet seinen Beitrag zur Allgemeinbildung und zur Studierfähigkeit. Es bereitet gleichermaßen auf den Eintritt in das Berufs- und Arbeitsleben vor. Die Aneignung eines qualifizierten fachlichen Wissens und Könnens und die Vorbereitung auf die Berufs- und Arbeitswelt wird durch wissenschaftspropädeutisches Arbeiten und die Einbeziehung geeigneter Informationen und Materialien in der gymnasialen Oberstufe erreicht.

Für die Entwicklung und Festigung der erforderlichen mathematischen Qualifikationen der Schülerinnen und Schüler ist der sichere Umgang mit mathematischer Sprache und mathematischen Modellen von herausgehobener Bedeutung. Angestrebt wird die Fähigkeit, Themen, die einer Mathematisierung zugänglich sind und in denen Problemlösungen einer Mathematisierung bedürfen, mit Hilfe geeigneter Modelle aus unterschiedlichen mathematischen Gebieten zu erschließen und verständlich zu beschreiben, die Probleme mit entsprechenden Verfahren und logischen Ableitungen zu lösen.

Der Erwerb dieser Kompetenzen ist nur dann hinreichend sichergestellt, wenn grundsätzlich alle dafür geeigneten Fächer diese Aufgabe wahrnehmen.

Der Mathematikunterricht verfolgt drei Aspekte von Mathematik, die gleichgewichtig nebeneinander stehen:

**Mathematik als Hilfe zum Verstehen der Umwelt**

Der Mathematikunterricht im Gymnasium

- dient der Erarbeitung eines zukunftsorientierten, aufeinander aufbauenden, strukturierten Wissens,
- leitet an zu exaktem Denken und rationalen und objektiven Betrachtungsweisen,
- stellt Verbindungen zwischen einzelnen mathematischen Fachgebieten her und fördert die Zusammenarbeit mit anderen Fächern,
- zeigt die Anwendungsrelevanz mathematischer Begriffe, Sätze und Theorien auf, indem Sachprobleme strukturiert, wesentliche Aspekte in mathematischen Modellen dargestellt, Lösungswege gesucht und Lösungen interpretiert werden; das befähigt umgekehrt, mathematische Sätze und Theorien in unterschiedlichen Kontexten anzuwenden,
- fördert die kritische Beurteilung (Bewertung) mathematikhaltiger Aussagen,
- greift aktuelle Fragestellungen, neue Sichtweisen, moderne Arbeitsmethoden auf und schließt den Einsatz moderner schulrelevanter elektronischer Werkzeuge, z.B. Taschenrechner, Computer-Algebra-Systeme und Informationsmedien ein,
- bemüht sich um eine aktive Auseinandersetzung der Schülerinnen und Schüler mit den mathematischen Gegenständen, vermeidet eine mechanische Informationsaufnahme und stellt das systematische, inhaltsbezogene, zielorientierte Lernen in den Vordergrund.

**Mathematik als Geistesschulung**

Der Mathematikunterricht im Gymnasium

- fördert den Erwerb flexibel nutzbarer Fähigkeiten und Kenntnisse,
- leistet einen Beitrag zur Aneignung und Nutzung von Lernkompetenzen,
- vermittelt kognitive Strategien und intellektuelle Techniken,
- fördert Originalität und Produktivität durch ungewöhnliche Fragestellungen und unterschiedliche Denkansätze und das Denken in übergreifenden Strukturen,
- gewährleistet einen sicheren Umgang mit der Fachsprache, der mathematischen Terminologie und mit mathematischen Modellen, die aus unterschiedlichen Fachgebieten erschlossen werden,
- ist so gestaltet, dass sich lehrergesteuerte und von den Schülerinnen und Schülern gesteuerte Phasen gegenseitig ergänzen. Dabei wird ein solider, fundierter Wissenserwerb sichergestellt und auch die große Bedeutung der Kooperations- und Kommunikationsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler hervorgehoben.

**Mathematik als deduktives Gedankengebäude**

Der Mathematikunterricht im Gymnasium

- weckt Faszination für ästhetische Qualitäten wie logische Stringenz, Ordnung, Symmetrie,
- ist problemorientiert und betont den prozessualen Charakter der Mathematik,

- nimmt die Aufgabe wahr, das Argumentieren und Deduzieren sowie logisches Schließen zu üben, über die Qualität verschiedener Lösungsansätze, Lösungsstrategien oder Lösungen zu reflektieren und diese in ihrer Bedeutung einzuordnen,
- bezieht die historische Entwicklung mathematischer Begriffe, Sätze und Theorien mit ein, um z.B. Entwicklungen, veränderte Auffassungen und Darstellungen innerhalb der Mathematik zu verdeutlichen.

### **gymnasiale Oberstufe**

Der Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe

- dient der Erarbeitung eines zukunftsorientierten, aufeinanderbauenden, strukturierten Wissens,
- fördert den Erwerb flexibel nutzbarer Fähigkeiten und Kenntnisse,
- weckt Faszination für ästhetische Qualitäten wie logische Stringenz, Ordnung, Symmetrie,
- leistet einen Beitrag zur Aneignung und Nutzung von Lernkompetenzen,
- leitet an zu exaktem Denken und rationalen und objektiven Betrachtungsweisen,
- fördert Originalität und Produktivität durch ungewöhnliche Fragestellungen und unterschiedliche Denkansätze und das Denken in übergreifenden Strukturen,
- stellt Verbindungen zwischen einzelnen mathematischen Fachgebieten her und fördert die Zusammenarbeit mit anderen Fächern,
- ist problemorientiert und betont den prozessualen Charakter der Mathematik,
- zeigt die Anwendungsrelevanz mathematischer Begriffe, Sätze und Theorien auf, indem Sachprobleme strukturiert, wesentliche Aspekte in mathematischen Modellen dargestellt, Lösungswege gesucht und Lösungen interpretiert werden; das befähigt umgekehrt, mathematische Sätze und Theorien in unterschiedlichen Kontexten anzuwenden,
- bemüht sich um eine aktive Auseinandersetzung der Schülerinnen und Schüler mit den mathematischen Gegenständen, vermeidet eine mechanische Informationsaufnahme und stellt das systematische, inhaltsbezogene, zielorientierte Lernen in den Vordergrund,
- nimmt die Aufgabe wahr, das Argumentieren und Deduzieren sowie logisches Schließen zu üben, über die Qualität verschiedener Lösungsansätze, Lösungsstrategien oder Lösungen zu reflektieren und diese in ihrer Bedeutung einzuordnen,
- greift aktuelle Fragestellungen, neue Sichtweisen, moderne Arbeitsmethoden auf und schließt den Einsatz moderner schulrelevanter elektronischer Werkzeuge, z.B. Taschenrechner, Computer-Algebra-Systeme und Informationsmedien, ein,
- ist so gestaltet, dass sich lehrergesteuerte und von den Schülerinnen und Schülern gesteuerte Phasen gegenseitig ergänzen. Dabei wird ein solider, fundierter Wissenserwerb sichergestellt und auch die große Bedeutung der Kooperations- und Kommunikationsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler hervorgehoben,
- gewährleistet einen sicheren Umgang mit der Fachsprache, der mathematischen Terminologie und mit mathematischen Modellen, die aus unterschiedlichen Fachgebieten erschlossen werden,
- bezieht die historische Entwicklung mathematischer Begriffe, Sätze und Theorien mit ein, um z.B. Entwicklungen, veränderte Auffassungen und Darstellungen innerhalb der Mathematik zu verdeutlichen.

Voraussetzung und Grundlage für eine erfolgreiche Mitarbeit im Fach Mathematik in der gymnasialen Oberstufe sind die in der Sekundarstufe I erworbenen Fähigkeiten und Kenntnisse.

## **2 Didaktisch - methodische Grundlagen**

### **Sekundarstufe I**

Voraussetzung und Grundlage für eine erfolgreiche Mitarbeit im Fach Mathematik im Gymnasium sind die in der Grundschule erworbenen Fähigkeiten und Kenntnisse.

Der Unterricht soll

- die innere Beteiligung und das Interesse der Schülerinnen und Schüler am Fach wecken und ihre Einstellung zur Mathematik positiv beeinflussen,
- den Schülerinnen und Schülern Freude am Lernen und im Umgang mit der Mathematik vermitteln,
- die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler und ihre aktive Auseinandersetzung mit den Inhalten sowie ihre Kreativität und Selbstständigkeit fördern und stärken,

- die Schülerinnen und Schüler zur realistischen Einschätzung der eigenen Kompetenzen und Möglichkeiten befähigen,
- durch geeignete Unterrichtsmaterialien und -methoden Neugier und Interesse der Schülerinnen und Schüler wecken und Wissenserwerb sichern,
- typische Arbeitsweisen des Faches gezielt darstellen und den Schülerinnen und Schülern Gelegenheit geben, diese Arbeitsweisen in verschiedenen Situationen zu erproben,
- Bedeutung und Nutzen der Mathematik auch für andere Wissensgebiete deutlich machen,
- komplexe Fragen und Aufgabenstellungen mit unterschiedlichen Lösungsansätzen zulassen, Diskussion und Würdigung unterschiedlicher Lösungen und das Lernen aus Fehlern sowie individuelle Unterstützung und Förderung von Schülerinnen und Schülern ermöglichen,
- den Sinn mathematischer Begriffe, Sätze, Theorien und Verfahren herausarbeiten und den Schülerinnen und Schülern dadurch die Orientierung im Lernprozess erleichtern.

Die Schülerinnen und Schüler sollen

- konstruktive Arbeitshaltungen erwerben und einbringen und
- lernen,
  - eigenständig und im Rahmen kooperativer Arbeitsformen Lösungsansätze zu suchen und Lösungswege zu entwickeln,
  - Lösungswege und Entscheidungen zu reflektieren,
  - ausdauernd, konzentriert und verlässlich zu arbeiten,
  - sich Anforderungen zu stellen, Schwierigkeiten nicht aus dem Wege zu gehen,
  - ihr Verhalten im Unterrichtsprozess und in der Lerngruppe zu überdenken.

Der Unterricht soll so gestaltet werden, dass bei allen Schülerinnen und Schülern ein geordnetes Raster mathematischer Begriffe, Fakten und Verfahren entsteht.

Dieses Raster wird aufgebaut durch

- die systematische Erarbeitung von Fakten, mathematischen Sätzen und Beweisen,
- intelligentes Üben und Wiederholen,
- Verknüpfung des Wissens,
- die Verdeutlichung mathematischer Strukturen.

## Sekundarstufe II

Dieser Lehrplan bedingt eine Unterrichtsgestaltung, der folgenden Prinzipien Rechnung trägt:

- wissenschaftspropädeutische Orientierung
- Studien- und Berufsorientierung
- Gegenwarts- und Zukunftsorientierung
- Schüler- und Handlungsorientierung
- fachübergreifendes und fächerverbindendes Lehren und Lernen

Im Zentrum des Mathematikunterrichts in der gymnasialen Oberstufe stehen die drei Sachgebiete

- **Analysis**
- **Lineare Algebra/Analytische Geometrie**
- **Stochastik**

Diese drei Sachgebiete sind wesentlich, da sie Schülerinnen und Schüler mit fundamentalen mathematischen Ideen bekannt machen. Hierzu zählen insbesondere infinitesimale, algebraische, geometrische und stochastische Begriffsbildungen und Methoden.

- Allgemeine Methoden der Mathematik lassen sich in allen drei Sachgebieten an relevanten Beispielen demonstrieren.
- In Fachwissenschaft und Fachdidaktik sowie in Industrie, Wirtschaft und Verwaltung wird die grundlegende Bedeutung dieser drei Sachgebiete weitgehend gleich beurteilt, so dass sie auch verbindliche Gegenstände der Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung gemäß Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 1.12.1989 geworden sind. Dieser Konsens dient der Sicherung einer mathematischen Grundbildung mit inhaltlichen Mindestfestlegungen, die mit diesem Lehrplan in hessisches Landesrecht umgesetzt werden.

- Kenntnisse in diesen drei Sachgebieten sind auch in anderen Unterrichtsfächern der gymnasialen Oberstufe notwendig, ermöglichen fachübergreifendes und fächerverbindendes Lehren und Lernen und sind außerdem die Grundlage für weiterführende Studien.
- In den drei Sachgebieten und in den Kursthemen in 13.2 ermöglicht mathematisches Modellieren die Fokussierung auf Themen, die in einem engen sachlichen Zusammenhang mit der von den Schülerinnen und Schülern täglich erlebten Umwelt und auch mit anderen Unterrichtsfächern stehen. Hiermit werden neue inhaltliche Akzente im mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht gesetzt. Durch das mathematische Modellieren erfahren die Schülerinnen und Schüler Mathematik als Werkzeug. Der Prozess des Problemlösens rückt in den Vordergrund.

Diese Grundüberlegungen und die Tatsache, dass die Mathematik auch Hilfswissenschaft für andere Unterrichtsfächer ist, erfordern in den drei Sachgebieten einen Kanon von Unterrichtsinhalten und eine bestimmte Reihenfolge im Unterrichtsablauf.

### Grund- und Leistungskurse

Grund- und Leistungskurse haben bei der Vermittlung der allgemeinen Studierfähigkeit die gemeinsame Aufgabe der wissenschaftspropädeutischen Bildung, der Vermittlung fachspezifischer Lernziele und -inhalte, der fachübergreifenden und fächerverbindenden Strukturierung wissenschaftlicher Erkenntnisse und der Erziehung.

Grundsätzlich gelten die didaktischen Grundsätze und Arbeitsweisen sowohl für die Leistungs- als auch für die Grundkurse. Bei den Schülerinnen und Schülern, die Mathematik als Leistungsfach gewählt haben, kann in der Regel sachbezogene Motivation vorausgesetzt werden. In Grundkursen, in denen die Zusammensetzung oft heterogen ist, muss der Unterricht stärker darauf angelegt sein, eine solche Motivation zu erzeugen und damit die Einstellung der Schülerinnen und Schüler zum Mathematikunterricht günstig zu beeinflussen und zu fördern.

**Grundkurse** vermitteln grundlegende wissenschaftspropädeutische Kenntnisse und Einsichten in Stoffgebiete und Methoden. Sie sollen

- in grundlegende Sachverhalte, Problemkomplexe und Strukturen eines Faches einführen,
- wesentliche Arbeitsmethoden des Faches vermitteln, bewusst und erfahrbar machen,
- Zusammenhänge im Fach und über dessen Grenzen hinaus in exemplarischer Form erkennbar werden lassen.

In den Grundkursen werden grundlegende Sachverhalte, Problemkomplexe und Strukturen des Faches behandelt, eine vollständige Systematik und ein lückenloser Aufbau eines Sachgebietes werden nicht durchgängig angestrebt.

Auch mit einem begrenzten Instrumentarium müssen die Schülerinnen und Schüler befähigt werden, Transferleistungen zu erbringen, selbstständig Probleme zu lösen und Mathematik, insbesondere auch bei außermathematischen Problemstellungen, anzuwenden.

**Leistungskurse** vermitteln exemplarisch vertieftes wissenschaftspropädeutisches Verständnis und erweiterte Kenntnisse. Sie sind gerichtet auf eine

- systematische Beschäftigung mit wesentlichen, die Komplexität und den Aspektreichtum des Faches verdeutlichenden Inhalten, Theorien und Modellen,
- vertiefte Beherrschung der fachlichen Arbeitsmittel und Arbeitsmethoden, ihre selbstständige Anwendung, Übertragung und Reflexion,
- eine reflektierte Standortbestimmung des Faches im Rahmen einer breit angelegten Allgemeinbildung und im fachübergreifenden Zusammenhang.

In den Leistungskursen soll das geordnete Raster mathematischer Begriffe, Fakten und Verfahren umfangreicher sein. Damit erhalten die Schülerinnen und Schüler einen vertieften Einblick in die Komplexität und den Aspektreichtum der Sachgebiete. Durch deren systematische Erschließung und die maßgebliche Beherrschung der Definitionen, Begriffsbildungen, Ergebnisse, Sätze und Verfahren erhalten sie einerseits Einblick in die Mathematik als Wissenschaft, lernen aber auch Mathematik in anderen Fächern oder Fachgebieten anzuwenden.

Die Unterschiede zwischen Leistungs- und Grundkursen wirken sich im Einzelnen auch bei den verschiedenen thematischen Kernbereichen und Stichworten aus, die Bestandteile der Kursbeschreibungen sind.

### 3 Umgang mit dem Lehrplan

Der Lehrplan Mathematik für die Jahrgangsstufen 5 bis 13 des Gymnasiums bietet Freiräume für pädagogische Kreativität der Fachlehrerinnen und Fachlehrer, Mitsprachemöglichkeiten für die Schülerinnen und Schüler und Gestaltungsmöglichkeiten für die Fachkonferenzen.

Die verbindlichen Unterrichtsinhalte sollen in 2/3 der zur Verfügung stehenden Zeit erarbeitet werden; die übrige Unterrichtszeit dient der Vertiefung oder der Behandlung fakultativer Unterrichtsinhalte.

Um den unterschiedlichen Voraussetzungen, Erwartungen und Bedürfnissen der Schülerinnen und Schüler gerecht zu werden, erstellt die Fachkonferenz unter Berücksichtigung der besonderen örtlichen Gegebenheiten auf der Grundlage dieses Lehrplans ein Schulcurriculum. Dieses muss nicht nur alle verbindlichen Unterrichtsinhalte enthalten, sondern von den fakultativen Unterrichtsinhalten in jeder Jahrgangsstufe mehrere Themen zur weiteren Vertiefung und Ergänzung einbeziehen oder durch gleichwertige Unterrichtsinhalte ersetzen. Das Schulcurriculum Mathematik leistet somit einen wesentlichen Beitrag, das Profil der Schule zu schärfen.

Bei der didaktisch-methodischen Ausgestaltung des Schulcurriculums soll die erforderliche Kompensationsarbeit und die notwendige Differenzierung berücksichtigt werden. Die Unterrichtsinhalte, insbesondere der Jahrgangsstufen 5 und 11, eignen sich gut, Konzepte zu entwickeln, um Defizite auszugleichen, Wissensstrukturen in neuem Kontext zu verankern und durch intelligentes Wiederholen und Üben zu festigen. Aufbauend auf den Aussagen zu Grund- und Leistungskursen (Ziff.3, Teil A) und die grund- und leistungskursbezogenen Kursbeschreibungen sollen im Schulcurriculum die unterschiedlichen Schwerpunktsetzungen im einzelnen verdeutlicht werden.

Die Unterrichtsinhalte in den Jahrgangsstufen 5 bis 10 werden den Sachgebieten Geometrie, Zahlbereiche, Größen, Algebra/Funktionen und Stochastik zugeordnet. Der Lehrplan Mathematik für das Gymnasium ist so konzipiert, dass einmal eingeführte thematische Kernbereiche, Begriffe oder mathematische Aussagen in den darauf folgenden Schuljahren wieder aufgegriffen und erweitert oder vertieft werden. Das so vertikal vernetzte Gebäude von Vorstellungen mathematischer Begriffe und Sachverhalte, Definitionen und Lehrsätzen ist stets eingebunden in Anwendungszusammenhänge und bietet Gelegenheit, Unterrichtsmethoden zu verwenden, die Schülerinnen und Schüler zu selbstständigem, eigenverantwortlichem Handeln anleiten.

In jeder Jahrgangsstufe bieten sich vielfältige Gelegenheiten, die Unterrichtsinhalte miteinander zu verzahnen und Verbindungen zwischen den einzelnen Sachgebieten herzustellen.

Die Notwendigkeit, den Schülerinnen und Schülern Orientierungshilfen für die Berufs- und Studienwahl zu geben, ist schulcurricular zu berücksichtigen. Sie erfordert die Zusammenarbeit mit Organisationen der Wirtschaft und Verwaltung, mit Unternehmen, mit den Fachbereichen der Hochschulen, den zuständigen Arbeitsämtern und Studienberatungen. Hierdurch wird in besonderer Weise ermöglicht, den Schülerinnen und Schülern die Bedeutung der zu erwerbenden Grundkompetenzen im Fach Mathematik nach dem Abschluss ihrer schulischen Laufbahn für ihren weiteren beruflichen oder studienorientierten Werdegang sichtbar zu machen. Die Konzepte hierzu sind an den Schulen zu erarbeiten.

Ein weiteres tragendes Prinzip dieses Lehrplanes ist es, die Voraussetzungen für einen Mathematikunterricht im Gymnasium zu schaffen, der auch fachübergreifende und fächerverbindende Arbeit sowie das Modellbilden als wichtige Ziele in den Vordergrund stellt.

In inhaltlicher Abstimmung mit den Fachkonferenzen der in Frage kommenden Bezugsfächer setzt die Fachkonferenz Mathematik die Rahmenbedingungen für diese Arbeit, die unter Berücksichtigung der Situation der Lerngruppe von den Fachlehrerinnen und Fachlehrern initiiert und gesteuert wird. Dies geschieht auch in Form von Projekten und unter Einbeziehung außerschulischer Lernorte. Der Lehrplan bietet vielfältige Möglichkeiten der Vernetzung mit anderen Unterrichtsfächern. Einige davon sind exemplarisch jeweils in den didaktisch-methodischen Überlegungen zu den einzelnen Jahrgängen oder explizit bei den Unterrichtsinhalten genannt.

Verbindungen zum Fach Informatik sind bei den fachübergreifenden Anregungen nicht einzeln genannt, bieten sich aber überall dort an, wo Unterrichtseinsatz der neuen Medien (Computerprogramme, Computer Algebra Systeme, Internet usw.) angezeigt ist.

Besonders im Kurshalbjahr 13.2, in dem bewusst Verbindungen zwischen den Sachgebieten Analysis, Lineare Algebra / Analytische Geometrie und Stochastik hergestellt werden sollen, bieten sich viele Möglichkeiten, außermathematische Problemstellungen durch mathematische Modelle zu erfassen, darin zu bearbeiten, gegebenenfalls das Modell anzupassen, die sich ergebenden Konsequenzen zu interpretieren und schließlich die Grenzen des Modells zu reflektieren. Hier bietet sich der Einsatz von Rechnern besonders an.

Die Fachlehrerin oder der Fachlehrer wählt unter den für 13.2 angegebenen Sachgebieten eines aus und entscheidet über Auswahl, Ergänzungen und Reihenfolge der aufgeführten Kernbereiche auf der Grundlage von didaktischen und methodischen Vorgaben der Fachkonferenz.

Hinweise zu den Arbeitsmethoden werden dort gegeben, wo es darum geht, die Schülerinnen und Schüler zur Entwicklung von Methodenkompetenz mit wichtigen fachübergreifenden Arbeitsweisen vertraut zu machen. Dazu gehören z.B. die Behandlung komplexer und ergebnisoffen angelegter Problemstellungen, entdeckendes und experimentelles Arbeiten im Zusammenhang heuristischer Techniken, die gezielte Beschaffung von Informationen und die Präsentation von Wissen mit Hilfe neuer Medien, die Aufarbeitung, Darstellung und Bewertung von Daten sowie die Analyse mathematisch gewonnener Aussagen und Daten und schließlich die Erarbeitung typischer Methoden elementarer mathematischer Modellbildung.

Der Einsatz elektronischer Werkzeuge und Medien ist im Unterricht durchzuführen, wenn die personellen und sächlichen Voraussetzungen gegeben sind. Sie sollen eingesetzt werden

- zur Veranschaulichung und Darstellung mathematischer Zusammenhänge,
- zur Bewältigung erhöhten Kalkülaufwandes,
- zur Unterstützung entdeckenden und experimentellen Arbeitens,
- zum algorithmischen Arbeiten,
- zur Informationsbeschaffung im Internet sowie
- zur Aufbereitung und Präsentation von mathematischem Wissen.

Bei den verbindlichen und fakultativen Unterrichtsinhalten ist beginnend in der Klasse 7 an geeigneten Themenbereichen der Einsatz technisch-wissenschaftlicher Taschenrechnern (TR) oder grafik-fähiger Taschenrechner (GTR) und des Personalcomputers (PC) gefordert. Zur Programmierung von Algorithmen können bei Bedarf programmierbare TR oder GTR sowie einfache Programmiersprachen eingesetzt werden. Die Arbeit mit weiteren speziellen mathematischen Werkzeugen wie z.B. Computer-Algebra-Systemen (CAS) bleibt den Lehrkräften überlassen.

Es ist Aufgabe der Fachkonferenz Mathematik, ein gestuftes Schul-Curriculum für den Einsatz der beschriebenen Werkzeuge und Medien zu entwickeln. Dabei sind die notwendigen Absprachen und Abstimmungen mit den Fachkonferenzen der anderen Fächer so zu treffen, dass Verzahnungen und fachübergreifende Bezüge hergestellt sind. Die allgemeinen Ausführungen zur Nutzung des PC und des Internet sind zu beachten. Die sorgfältige Einführung in die Benutzung des TR oder GTR oder spezieller Mathematiksoftware ist im Fachunterricht zu leisten.

Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden im Übergangsprofil von der Klasse 10 in die gymnasiale Oberstufe nur die mathematischen Begriffe und Unterrichtsinhalte genannt, die unbedingt notwendig sind, um erfolgreich im Mathematikunterricht der Sekundarstufe II mitarbeiten zu können. Ausdrücklich wird darauf hingewiesen, dass ihre Relevanz nur in Zusammenhängen oder Anwendungen sichtbar werden kann.

Die Notwendigkeit, den Schülerinnen und Schülern Orientierungshilfen für die spätere Schullaufbahn oder Berufswahl zu geben, ist schulcurricular zu berücksichtigen. Sie erfordert die Zusammenarbeit mit Organisationen der Wirtschaft und Verwaltung, mit Unternehmen, mit den Fachbereichen der Hochschulen und den zuständigen Arbeitsämtern. Hierdurch wird in besonderer Weise ermöglicht, den Schülerinnen und Schülern die Bedeutung der zu erwerbenden Grundkompetenzen im Fach Mathematik für ihren weiteren schulischen oder beruflichen Werdegang sichtbar zu machen. Die Konzepte hierzu sind an den Schulen zu erarbeiten.



## Übersicht über Jahrgänge und Sachgebiete

|           | <b>Geometrie</b>  | <b>Zahlbereiche</b>   | <b>Größen</b>  | <b>Algebra / Funktionen</b>  | <b>Stochastik</b>   |
|-----------|---|---|--|--|---|
| <b>5</b>  | Geometrische Grundformen und geometrische Grundbegriffe   | Darstellungen von und Rechnen mit natürlichen Zahlen, Einfache Gleichungen  | Sachrechnen mit Währungen, Längen, Flächeninhalten, Volumina, Zeitspannen, Gewichten   |  | Absolute Häufigkeiten   |
| <b>6</b>  | Volumen und Oberfläche zusammengesetzter Körper, Winkel, Winkelmessung, Achsenspiegelung, Verschiebung und Drehung, Achsen-, Dreh- und Punktsymmetrie                                   | Teilbarkeit, Teiler, Vielfache, Primzahlen, Rechnen mit gewöhnlichen Brüchen und Dezimalbrüchen, Einfache Gleichungen | Oberflächeninhalt und Volumen von aus Quadern und Würfeln zusammengesetzten Körpern    |  | Relative Häufigkeiten, Vergleich von Chancen, Mittelwerte   |
| <b>7</b>  | Konstruieren von Figuren, Berechnen von Figuren, Flächeninhalt, Umfang, Scheitelwinkel, Nebenwinkel, Wechselwinkel, Winkelsumme in Dreiecken, Vierecken und n-Ecken, Kongruente Figuren | Rechnen mit rationalen Zahlen, Vergleich der Zahlbereiche, Einfache Gleichungen                                       | Prozentrechnung, Zinsrechnung  | Proportionale und antiproportionale Zuordnungen, einfache Gleichungen  | Wahrscheinlichkeit, Ereignisse bei ein- und mehrstufigen Zufallsversuchen, Additionssatz, Multiplikationssatz |
| <b>8</b>  | Kongruenz von Figuren<br>Linien im Dreieck<br>Kreis und Geraden, Thalesatz<br>Prismen   |   | Weiterführung der Prozent- und Zinsrechnung, Oberflächeninhalt und Volumen von Prismen | ganzrationale Terme, lineare Gleichungen und Ungleichungen, lineare Funktionen   | Simulation stochastischer Vorgänge, Zufallszahlen, Pseudozufallszahlen  |
| <b>9</b>  | Ähnlichkeit, Satzgruppe des Pythagoras, Kreis und Kreiszylinder   | Quadratwurzeln, Irrationalzahlen, reelle Zahlen   | Umfang und Flächeninhalt von Kreisen, Oberflächeninhalt und Volumen von Zylindern      | Quadratwurzeln<br>Systeme linearer Gleichungen, quadratische Gleichungen und quadratische Funktionen                       | Beschreibende Statistik   |
| <b>10</b> | Pyramide, Kegel, Kugel, Trigonometrie   |   | Oberflächeninhalt und Volumen von Pyramiden, Kegeln, Kugeln                            | Potenzen und Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen, Logarithmusfunktionen, Wachstumsmodelle, Trigonometrische Funktionen | Mehrstufige Zufallsversuche   |

**Teil B****Unterrichtspraktischer Teil****Übersicht der verbindlichen Themen**

| Lfd. Nr.    | Verbindliche Unterrichtsthemen |  | Stundenansatz |
|-------------|--------------------------------|--|---------------|
| <b>5.1</b>  | Zahlbereiche                   | Natürliche Zahlen  | 30            |
| <b>5.2</b>  | Geometrie                      | Grundformen und Grundbegriffe                                    | 40            |
| <b>5.3</b>  | Größen                         | Sachrechnen  | 40            |
| <b>6.1</b>  | Zahlbereiche                   | Teilbarkeit, Bruchzahlen und Dezimalbrüche                       | 72            |
| <b>6.2</b>  | Geometrie                      | Winkel, Symmetrie, Berechnungen an ebenen Figuren und an Körpern | 36            |
| <b>7.1</b>  | Größen / Funktionen            | Zuordnungen, Prozent- und Zinsrechnung                           | 36            |
| <b>7.2</b>  | Zahlbereiche                   | Rationale Zahlen   | 28            |
| <b>7.3</b>  | Geometrie                      | Konstruktionen ebener Figuren, Kongruenz, Berechnungen           | 28            |
| <b>7.4</b>  | Stochastik                     | Grundbegriffe  | 16            |
| <b>8.1</b>  | Algebra / Funktionen           | Lineare Gleichungen und Ungleichungen, lineare Funktionen        | 44            |
| <b>8.2</b>  | Geometrie                      | Kongruenz von Figuren, Konstruktionen, Prismen                   | 32            |
| <b>8.3</b>  | Größen / Algebra               | Weiterführung der Prozent- und Zinsrechnung                      | 12            |
| <b>8.4</b>  | Stochastik                     | Simulationen   | 20            |
| <b>9.1</b>  | Algebra                        | Lineare Gleichungssysteme  | 14            |
| <b>9.2</b>  | Zahlbereiche                   | Quadratwurzeln, reelle Zahlen                                    | 20            |
| <b>9.3</b>  | Funktionen                     | Quadratische Gleichungen, quadratische Funktionen                | 20            |
| <b>9.4</b>  | Geometrie 1                    | Ähnlichkeit  | 22            |
| <b>9.5</b>  | Geometrie 2                    | Satzgruppe des Pythagoras  | 12            |
| <b>9.6</b>  | Geometrie 3                    | Kreis und Kreiszylinder  | 10            |
| <b>9.7</b>  | Stochastik                     | Beschreibende Statistik  | 10            |
| <b>10.1</b> | Funktionen 1                   | Potenzfunktionen, Wurzelfunktionen                               | 30            |
| <b>10.2</b> | Funktionen 2                   | Exponential- und Logarithmusfunktionen                           | 30            |
| <b>10.3</b> | Geometrie                      | Pyramide, Kegel, Kugel   | 16            |
| <b>10.4</b> | Geometrie / Funktionen         | Trigonometrie und trigonometrische Funktionen                    | 24            |
| <b>10.5</b> | Stochastik                     | Mehrstufige Zufallsversuche                                      | 10            |

## Der Unterricht in der Sekundarstufe I

## 1 Die verbindlichen und fakultativen Unterrichtsinhalte in den Jahrgangsstufen 5 bis 10

## 1.1 Die Jahrgangsstufe 5

Da im 5. Schuljahr die Klassen neu zusammengesetzt werden, ist es eine Aufgabe des Unterrichts zunächst die unterschiedlichen Lernvoraussetzungen einander anzugleichen. In dieser Eingangsphase werden die Schülerinnen und Schüler in einer sinnvoll gestalteten Wiederholung schrittweise und behutsam auch in die Arbeits- und Lernformen des gymnasialen Bildungsgangs eingeführt.

Durch die Bestimmung von Anzahlen werden Vorstellungen der Schülerinnen und Schüler von den natürlichen Zahlen aus der Grundschule ergänzt. Die Schülerinnen und Schüler kommen zu Einsichten in den Zahlbegriff, lernen verschiedene Darstellungsformen der natürlichen Zahlen kennen, gehen sicher mit den Rechenoperationen mit natürlichen Zahlen um, haben damit einen propädeutischen Zugang zur Algebra und gewinnen erste Vorerfahrungen zu Inhalten und Methoden der Stochastik.

Mit Körpern und ebenen Figuren aus der Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler werden zunächst wesentliche geometrische Begriffe thematisiert. Als Abstraktion dieser Objekte entstehen geometrische Körper und Figuren, die geometrischen Grundbegriffe und elementare Eigenschaften der betrachteten Körper und Figuren. Zeichnerisches Handeln, Konstruieren, Schätzen und Messen stehen im Mittelpunkt des Geometrieunterrichts dieser Klassenstufe.

Mit dem Sachgebiet Größen werden die Schülerinnen und Schüler an den Anwendungscharakter von Mathematik herangeführt. Ein wichtiges Ziel des Unterrichts ist es dabei, z.B. Rechenoperationen oder geometrische Zusammenhänge aus sachgebundenen Kontexten herauszulösen. Der sinnvolle Gebrauch von Messwerten und Maßeinheiten ist intensiv zu üben.

Wo immer es möglich und angemessen erscheint, ist eine Vernetzung der drei eben angesprochenen Sachgebiete herzustellen.

| 5.1 | Zahlbereiche | Std.: 30 |
|-----|--------------|----------|
|-----|--------------|----------|

**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:****Natürliche Zahlen**

Bestimmung von Anzahlen und Darstellung in Diagrammen

Beispiele aus dem Erfahrungsbereich der Schüler (Sport, Währung, Glücksspiele, Bevölkerungszahlen)  
Anwendungen auf Zufallsversuche, absolute Häufigkeiten  
Diagramme, Tabellen als Darstellungs- und Abzählhilfe  
Entwicklung von Vorstellungen zur Multiplikation

Vergleichen, Ordnen  
Zahlenstrahl, Runden

Kleinerrelation, Verständnis für Größenordnungen,

Stellenwertsysteme

Reaktivierung des Dezimalsystems als Stellenwertsystem, Dualsystem, Potenzschreibweise  
Lesen und Schreiben von Zahlen im Zahlenraum bis zu einer Billion  
Hinweis auf die Unbegrenztheit der natürlichen Zahlen

Grundrechenarten, Rechengesetze

Addition / Subtraktion, Multiplikation / Division als jeweils entgegengesetzte Operationen;  
Beschränkung bei der schriftlichen Division auf zweistellige und einfache dreistellige Divisoren  
Anwendungen (z.B. Einkauf), Überschlagsrechnung,  
Verbindung der vier Grundrechenarten (Vorrangregeln,

|                      |  |
|----------------------|--|
| Einfache Gleichungen | Distributivgesetz)<br><br>Variable, Lösen einfacher Gleichungen durch systematisches Probieren |
|----------------------|--|

---

**Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

|  |  |
|--|--|
| Rechengesetze                            | Addition und einfache Multiplikationen im Dualsystem |
| Römische Zahlzeichen                     |  |
| Zeitleiste über die Entwicklung der Erde |  |
| Streckenlängen im Sonnensystem           |  |
| Hexadezimalzahlen                        |  |

---

|                      |   |
|----------------------|---|
| <b>Querverweise:</b> | <b>Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):</b> |
|----------------------|---|

---

## 5.2

## Geometrie

Std.: 40

**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

Räumliche Grundformen

Unterschiedliche Körper der Umwelt (z.B. Verpackungen, Gebäude, Gebäudeteile, Möbel)

Geometrische Körper  
Volumen und Oberflächeninhalt von Quadern und WürfelnQuader, Würfel, Zylinder, Kegel, Kugel, Pyramide als Idealisierung von Gegenständen  
Eigenständiges Entdecken von Eigenschaften wie Ecken, Kanten, Flächen, Krümmung von Kanten und Flächen  
Messen an und von Körpern  
Herstellen von Körpermodellen  
Kantenmodell von Quader, Würfel  
Zeichnung von Netzen und Schrägbildern von Quader, Würfel

Ebene Grundformen

Unterschiedliche Flächen der Umwelt (z.B. Grundstücke, Grundfläche von Wohnungen, Fenster, Wandflächen, Seitenflächen von Körpern)

Ebene Figuren, Koordinatensystem  
Flächeninhalt und Umfang von Rechtecken und QuadratenRechteck, Quadrat, Parallelogramm, Trapez, Raute, Dreieck, Kreis  
Orientierung im Koordinatensystem  
Eigenständiges Entdecken von Eigenschaften  
Erkennen und Herstellen achsensymmetrischer Figuren (Beschränkung auf das Gitternetz)  
Messen an und von ebenen Figuren  
Entwicklung zeichnerischer Fähigkeiten, Handhabung von Geodreieck und Zirkel

Geometrische Grundbegriffe

Punkt, Strecke, Fläche in der Umwelt, an Körpern und an ebenen Figuren  
Die Begriffe Gerade, Ebene einführen und mit Strecke, Fläche vergleichen

Lagebeziehung von Geraden zueinander

Beispiele für zueinander senkrechte bzw. paralleler Linien (Schienen, Wände, Möbel, Hefte)  
zueinander parallele Geraden  
zueinander senkrechte Geraden (lotrecht)  
Messen des Abstandes eines Punktes von einer Geraden, Messen des Abstandes zweier zueinander paralleler Geraden**Arbeitsmethoden der Schülerinnen und Schüler/Hinweise und Erläuterungen:**

Handelnde zeichnerische Aktivitäten stehen im Vordergrund

**Querverweise:****Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

5.3

Größen

Std.: 40

**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

Sachrechnen

Fortführung der Behandlung von Größen:  
 Messen, Einheiten  
 Rechnen mit den Größen, Sachaufgaben auch in Alltagssituationen  
 Währung und Währungseinheiten  
 Längen und Längeneinheiten  
 Flächeninhalt und Flächeneinheiten  
 Volumina und Volumeneinheiten  
 Zeitpunkt, Zeitspanne und Zeiteinheiten  
 Gewicht und Gewichtseinheiten

**Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

Mathematische Erschließung komplexer Alltagssituationen, Karten lesen, Maßstab

Themenvorschläge:

- Planung einer Wanderung oder Klassenfahrt
- Maßstab lesen
- Messen und Rechnen – Historische Entwicklung von Messtechniken und der Maßeinheiten

**Querverweise:****Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

## 1.2 Die Jahrgangsstufe 6

Die natürlichen Zahlen werden zum Bereich der nichtnegativen rationalen Zahlen erweitert. Die Teilbarkeitslehre fördert Fähigkeiten, die in der Bruchrechnung benötigt werden; sie schärft den Blick für die Beziehungen zwischen Zahlen. Verteilungsaufgaben, die sich auf Alltagssituationen beziehen, führen durch die Betrachtung von Anteilen auf gewöhnliche Brüche. Sie haben den Vorteil, dass ihre Darstellung mit Zähler und Nenner am ehesten handlungsbezogene und auf Einsicht zielende Vorstellungen hervorruft. Mit der Betrachtung von relativen Häufigkeiten wird eine Brücke zur Stochastik geschlagen. Gleichzeitig werden aber die Inhalte der Bruchrechnung in weiteren Kontexten erweitert und vertieft. Gerade in der Bruchrechnung spielen graphische Darstellungen und der aktive Umgang mit Material bei der Gewinnung von Einsichten eine große Rolle. Das Rechnen mit Brüchen und die Anwendung der Rechengesetze sollte stets mit inhaltlichen Vorstellungen verknüpft sein. Dezimalbrüche spielen im Alltag, in Technik und Wissenschaft eine große Rolle. Die Verwendung der Kommaschreibweise bei Größenangaben führt auf Dezimalbrüche. Das Rechnen mit ihnen muss deshalb sicher beherrscht werden.

Ein zentrales Thema ist der Winkelbegriff. Von seinen verschiedenen Aspekten ist der des Drehmaßes grundlegend, weil er sowohl das Messen wie das Abtragen von Winkeln mit leicht nachvollziehbaren Aktivitäten verbindet. Beides soll nicht isoliert, sondern stets im Zusammenhang mit sinnvollen übergeordneten Aufgaben erfolgen.

Symmetrie als übergeordneter Begriff liefert die Verbindung von Phänomenen der Umwelt zu geometrischen Objekten. Symmetriebetrachtungen führen zu Spiegelungen, Verschiebungen und Drehungen von Figuren und umgekehrt. Eine zeichnerisch handelnde Vorgehensweise steht hier im Vordergrund. Die bereits aufgebauten Grundvorstellungen von ebenen und räumlichen Objekten werden vertieft. Beim Berechnen und Zeichnen zusammengesetzter Figuren und Körpern werden im Allgemeinen Figuren behandelt, die sich in Rechtecke und Quadrate zerlegen lassen, sowie Körper, die aus Quadern und Würfeln bestehen. Dabei kommen Umfangs-, Flächen- und Volumenberechnung zur Anwendung.

| 6.1 | Zahlbereiche | Std.: 72 |
|-----|--------------|----------|
|-----|--------------|----------|

### Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

|   |   |
|---|---|
| Teilbarkeit                                       | Teiler einer Zahl, Teilmengen; Vielfache einer Zahl, Vielfachenmengen<br>Teilbarkeit von Summe und Produkt<br>Endstellenregeln für Teilbarkeit durch 2, 5, 10, 4, 25, 100; Quersummenregel für Teilbarkeit durch 3 und 9<br>Primzahlen und Primfaktorzerlegung (einige Beispiele)<br>Bestimmung des ggT, kgV von Zahlen vorwiegend durch systematisches Probieren |
| Gewöhnliche Brüche                                | Bruchteile (Anteile) und Brüche aus dem Erfahrungsreich der Schüler<br>Darstellung von Bruchteilen an Kreisen, Rechtecken, Strecken   |
| Grundaufgaben der Bruchrechnung                   | Bestimmung des Endwertes (Bruchteils), des Anfangswertes (Ganzen), des Bruches (Anteils)<br>Graphische Darstellungen zu den Grundaufgaben   |
| Bruchzahlen<br>Vergleichen und Ordnen von Brüchen | Beschränkung auf Brüche mit kleinem Zähler und kleinem Nenner<br>Gleichheit von Anteilen<br>Veranschaulichung am Zahlenstrahl<br>Kürzen und Erweitern von Brüchen, Hauptnenner als kgV  |

Rechnen mit Bruchzahlen

Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division von Bruchzahlen  
Anwendungen in Sachaufgaben  
Rechengesetze (Kommutativgesetz, Assoziativgesetz, Distributivgesetz) als Vorbereitung der Algebra (Vorrangregeln, einfache Gleichungen)

Dezimalbrüche, Rechnen mit Dezimalbrüchen

Dezimalschreibweise von Zehnerbrüchen  
Die vier Grundrechenarten bei abbrechenden Dezimalbrüchen  
Gewöhnliche Brüche in endliche und periodische Dezimalbrüche umwandeln  
Runden von Dezimalbrüchen, Schätzen, Überschlagsrechnen  
Anwendungen in Sachaufgaben  
Relative Häufigkeiten, Gewinnchancen, Vergleich von Gewinnchancen, Mittelwerte, Diagramme

---

**Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

Euklidischer Algorithmus  
Umwandlung periodischer Dezimalbrüche in gewöhnliche Brüche  
Doppelbrüche

---

**Querverweise:****Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

---



6.2

Geometrie

Std.: 36

**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

|                                       |   |
|---------------------------------------|---|
| Winkel                                | <p>Halbgerade, Winkel in der Umwelt erkennen (Dächer, Zäune, Wegkreuzungen, Drehen einer Kurbel, Steigungswinkel)</p> <p>Winkelgrößen messen und schätzen, auch in Figuren</p> <p>Winkel klassifizieren</p> <p>Winkel bei vorgegebener Größe zeichnen</p>   |
| Bewegung von Figuren                  | <p>Achsenspiegelung, Punktspiegelung, Parallelverschiebung, Drehung von Figuren ausführen</p> <p>Bestimmung der Bildfiguren</p> <p>Konstruktionsvorschriften und Eigenschaften der Abbildungen werden durch die Anschauung gewonnen bzw. erarbeitet</p> <p>Erzeugen von Mustern durch Spiegeln, Drehen, Parallelverschieben</p>         |
| Symmetrische Figuren                  | <p>Symmetrie in der Erfahrungswelt der Schüler, z.B. Verkehrsschilder, Graphiken, Blütenformen, Kristalle, Ornamente, Buchstaben, Ziffern, Zahlen</p> <p>Ganzheitliches Erkennen und spielerisches Herstellen punktsymmetrischer, achsensymmetrischer, drehsymmetrischer Figuren</p> <p>Zeichnen von Symmetrieachsen in Figuren</p>     |
| Flächen und Flächeninhalte            | <p>Flächeninhalt und Umfang von Rechtecken, Quadraten</p> <p>Inhalt und Umfang von Flächen, die aus Rechtecken und Quadraten zusammengesetzt sind</p> <p>Zerlegung von Figuren in Rechtecke und Quadrate</p> <p>Flächeninhalt, z.B. von Kacheln, Wänden, Grundstücken, Fenster, Türen</p> <p>Verbindung zum Rechnen mit Bruchzahlen</p> |
| Körper, Volumen und Oberflächeninhalt | <p>Volumen und Oberflächeninhalt von Quader und Würfel</p> <p>Modelle von Körpern, die aus Quadern und Würfeln zusammengesetzt sind (Verpackungen, Möbel, Räume, Gebäude)</p> <p>Volumen und Oberflächeninhalt von Körpern, die aus Quadern und Würfeln zusammengesetzt sind</p>  |

**Querverweise:****Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

### 1.3 Die Jahrgangsstufe 7

Die Sachgebiete proportionale und antiproportionale Zuordnungen erlauben neben einer reinen Beschreibung und Strukturierung von Sachzusammenhängen aus lebensnahen Anwendungssituationen auch eine elementare Hinführung zum Funktionsbegriff. Die funktionalen Zusammenhänge werden durch Angabe von Tabellen oder Graphen beschrieben. Der Einsatz des Taschenrechners kann hierbei die Berücksichtigung realistischer Daten erlauben. Der wichtige Zusammenhang zwischen den Sachgebieten proportionale, antiproportionale Zuordnungen und Prozentrechnung ist zu verdeutlichen, auch wenn die Prozentrechnung zunächst davon unabhängig – oder vor den Zuordnungen – eingeführt wird. Die große Bedeutung dieser beiden Sachgebiete für die mathematische Grundbildung erfordert eine besonders sichere Beherrschung dieser mathematischen Grundfertigkeiten. Bei der Einführung der Prozentrechnung ist die Anteilsvorstellung zu verwenden.

Da beim Einsatz von Taschenrechnern oder PC das schriftliche Rechnen in vielen Situationen etwas an Bedeutung verloren hat, sollte das Überschlagsrechnen in besonderer Weise geübt werden, um ein besseres Verständnis für die untersuchten Veränderungen und eine geeignete Kontrolle der von Taschenrechner oder PC angezeigten Ergebnisse zu ermöglichen.

Die Erweiterung zu den rationalen Zahlen ist zunächst an Beispielen aus Anwendungssituationen den Schülerinnen und Schülern einsichtig zu machen, die innermathematischen Fragestellungen sollten jedoch auch beachtet werden.

Das Argumentieren anhand anschaulicher Objekte ist bei der Planung von Konstruktionen ebener Figuren besonders zu üben. Die Einsicht in die Beweisnotwendigkeit ist dabei zu wecken und zu fördern. Neben dem sorgfältigen Konstruieren sollte auch die vollständige Beschreibung der Konstruktionen – die auch mit dem Geodreieck ausgeführt werden können – geübt werden. Die Zusammenhänge zwischen Figuren, Körpern und deren algebraischer Beschreibung sind aufzuzeigen.

Das Verständnis für stochastische Probleme kann nur in einem langfristigen Prozess erreicht werden. Die im 5. und 6. Schuljahr benutzten Begriffe absolute und relative Häufigkeit können nun zur Erklärung des Wahrscheinlichkeitsbegriffes verwendet werden. Das Heranführen an die Denkweise der Stochastik kann nur durch aktives Handeln im Rahmen von Zufallsexperimenten, Auswertung aktuellen Datenmaterials und Simulationen gelingen. Dabei sind zwei Aspekte zu betrachten: die Chance bei einem Zufallsversuch und die relative Häufigkeit bei der Analyse von Daten. Baumdiagramme erlauben die Beschreibung der Zufallsversuche und das Berechnen der entsprechenden Wahrscheinlichkeiten, dabei ist auch das Verständnis für Wahrscheinlichkeitsaussagen zu fördern. Das Berechnen von Wahrscheinlichkeiten sollte teilweise auch ohne Verwendung eines Taschenrechners erfolgen, denn eine Wiederholung und Festigung der Bruchrechnung kann besonders gut in diesem thematischen Kernbereich erfolgen.

Taschenrechner und PC sind im Mathematikunterricht ab Klasse 7 verbindlich einzusetzen. Sie dienen einerseits als Hilfsmittel zur Lösung von rechenintensiven Aufgaben und schaffen dadurch Zeit für mathematisches Handeln. Andererseits sollen auch die Möglichkeiten genutzt werden, mit diesen Medien das Entdecken neuer Zusammenhänge – auch im Sinne einer dynamischen Geometrie – zu erleichtern, das mathematische Experimentieren zu ermöglichen und die Veranschaulichung der erhaltenen Ergebnisse zu verbessern.

## 7.1

## Größen / Funktionen

Std.: 36

**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:****Proportionale und antiproportionale Zuordnungen**

Zuordnungen

Zuordnungstabellen  
 Graphische Darstellung im Koordinatensystem  
 Zuordnungen analysieren: z.B.: ‚Je mehr – desto mehr‘,  
 ‚Je mehr – desto weniger‘

Proportionale Zuordnungen

Summen- und Vielfachenregel, Quotientengleichheit,  
 Proportionalitätsfaktor  
 Dreisatz  
 Graphische Darstellung durch Ursprungsgeraden

Antiproportionale Zuordnungen

Vielfachenregel, Produktgleichheit, Zuordnungsvorschrift  
 Dreisatz  
 Graphische Darstellung, Vergleich mit Graphen anderer  
 Zuordnungen

Aufgaben aus komplexen Sachzusammenhängen

u.a. Bewegungsaufgaben, Geschwindigkeit

**Prozentrechnung**

Prozentbegriff

Vergleich des Anteils  
 Umwandlung zwischen den verschiedenen Darstellungen:  
 Bruch-, Dezimal- und Prozentschreibweise

Überschlagsrechnen (auch Rechnen mit speziellen Prozentsätzen (z.B.: 5 %, 10 %, 12,5 %, 20 %, 25 %,  $33\frac{1}{3}\%$ ))

Grundaufgaben zur Prozentrechnung

Berechnung des Prozentwertes, Prozentsatzes und Grundwertes  
 Kreisdiagramm, Stab- / Säulendiagramm, Streifen- / Blockdiagramm  
 Aufgaben aus komplexen Sachzusammenhängen, hierbei sind auch jeweils aktuelle Probleme zu berücksichtigen (Materialbesorgung durch die Schülerinnen und Schüler aus Presse oder Internet)

Zinsrechnung

Bezug zur Prozentrechnung, Jahreszinsen  
 Kapital, Zinsen, Zinssatz

Aufgaben zum erhöhten und verminderten Grundwert

Einsatz von Taschenrechnern

Grundaufgaben zur Prozentrechnung, Problematisieren der ‚%-Taste‘, Runden  
 Zinsen von Zinsen, Kapitalverdopplung  
 kritische Beurteilung der Ergebnisse, Problematisierung der ‚Genauigkeit‘

PC-Einsatz

Lösung von Aufgaben zur Prozentrechnung mittels Tabellenkalkulationsprogrammen, graphische Darstellungen (Kreis-, Balkendiagramme)

---

**Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

Aufgaben aus komplexen Sachzusammenhängen      Doppelter Dreisatz

|   |  |
|---|--|
| <b>Querverweise:</b><br><br><b>Wärme:</b> Phy 7.2 | <b>Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):</b><br><br>Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung |
|---|--|

---

## 7.2

## Zahlbereiche

Std.: 28

**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

Rationale Zahlen  
Vergleichen und Ordnen

Hinführung zu den negativen Zahlen anhand anschaulicher Modelle  
Zahl und Gegenzahl, Betrag einer Zahl  
Zahlenstrahl

Rechnen mit rationalen Zahlen

Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division  
Kommutativ-, Assoziativ- und Distributivgesetze  
Klammerregeln / Vorrangregeln (Propädeutik der in Klasse 8 zu behandelnden Termumformungen)

Einfache Gleichungen

Lösen einfacher Gleichungen in  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$  und  $\mathbb{Q}$  (keine Äquivalenzumformungen)

Koordinatensystem

Verwendung rationaler Zahlen (Darstellung und Bewegung von Figuren)

**Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

Koordinatensystem

Verschiebungspfeile, Verschiebungen von Figuren im Koordinatensystem (zeichnerische und rechnerische Ausführung), auch im 2., 3. und 4. Quadranten  
Hintereinanderausführung von Verschiebungen

Querverweise:

Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):

|            |                  |                 |
|------------|------------------|-----------------|
| <b>7.3</b> | <b>Geometrie</b> | <b>Std.: 28</b> |
|------------|------------------|-----------------|

**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

|   |   |
|---|---|
| Winkel an Geradenkreuzungen                     | Scheitelwinkel, Nebenwinkel, Stufenwinkel, Wechselwinkel  |
| Winkelsummensätze                               | Dreieck, Viereck, n-Eck   |
| Gleichschenkliges Dreieck                       | Basiswinkelsatz<br>Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende  |
| Konstruktion von Dreiecken und Vierecken        | Dreieck, Parallelogramm, Trapez<br>Höhen<br>Konstruktionen (Arbeiten auch mit Geodreieck)   |
| PC-Einsatz                                      | Konstruktion von Figuren mittels Geometrieprogrammen  |
| Kongruente Figuren                              | Kongruente Figuren als Figuren mit den gleichen Maßen und gleicher Gestalt / deckungsgleiche Figuren<br>Kongruenzsätze für Dreiecke (Begründung und Anwendung beim Konstruieren)<br>Vermessungsaufgaben |
| Flächeninhaltsberechnungen, Umfangsberechnungen | Parallelogramm, Dreieck, Trapez<br>Flächeninhalt und Umfang von Vielecken in Anwendungssituationen (Zerlegungen, Ergänzungen)<br>Flächenberechnungen unter Berücksichtigung von Messgenauigkeiten       |

**Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

|   |  |
|---|--|
| Grundkonstruktionen mit Zirkel und Lineal | Zweikreisfigur / gleichschenkliges Dreieck |
|---|--|

|  |   |
|--|---|
| <b>Querverweise:</b>                       | <b>Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):</b>             |
| <b>Licht und Schatten:</b> Ku 7.1, Phy 7.1 | Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung |

7.4

Stochastik

Std.: 16

**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

|   |   |
|---|---|
| Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung | Zufallsversuch, Ausfall (Ergebnis), relative Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit, Ereignis |
| Ereignisse bei einstufigen Zufallsversuchen   | Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses, Additionssatz, Laplace-Formel                   |
| Ereignisse bei mehrstufigen Zufallsversuchen  | Wahrscheinlichkeitsbaum, Multiplikationsregel   |

**Querverweise:****Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

#### 1.4 Die Jahrgangsstufe 8

Die Schülerinnen und Schüler lernen Äquivalenzumformungen, linearer Gleichungen und Ungleichungen kennen, die deren systematisches Lösen erlauben. Die Untersuchung wertgleicher Terme sollte auch mit dem Aufstellen von Termen verbunden werden. Die eher schematische Benutzung der dabei verwendeten Operationen – im Sinne eines Algorithmus – ist hierbei zu überwinden. Denn nur das Verständnis für die behandelten Verfahren führt langfristig auch zu einer Sicherheit in der Anwendung der Verfahren. Computer-Algebra-Systeme (CAS) können dabei helfen, diese Unterrichtseinheit interessanter und lebendiger zu gestalten.

Die Behandlung funktionaler Zusammenhänge am Beispiel von linearen Funktionen dient der Festigung des Funktionsbegriffes. Dabei ist nicht nur der Zuordnungsaspekt, sondern auch die Vorstellung von der Veränderung einer Größe (lineare, proportionale, antiproportionale Veränderung) zu berücksichtigen. Mit Hilfe von Termen und Funktionsgleichungen werden vor allem lineare Abhängigkeiten aus dem Erfahrungsbereich der Schülerinnen und Schüler beschrieben. Die Schülerinnen und Schüler lernen reale Situationen in die Sprache der Mathematik zu übertragen und zu lösen und das Ergebnis zu interpretieren.

Bei der Behandlung des Sachgebietes Kongruenz von Figuren kann besonders das selbständige Problemlösen geschult werden. Interaktive Geometrieprogramme unterstützen hier die Experimentmöglichkeiten der Schülerinnen und Schüler. Bei der Betrachtung der Figuren sind die Symmetrieeigenschaften als Ordnungsprinzip zu verwenden. Auch das Beweisen von Sätzen kann an vielen Beispielen geübt werden; die Schülerinnen und Schüler sollen lernen, selbständig Beweisideen zu finden. Die Begriffe Behauptung, Voraussetzung und Beweis eines Satzes sind dabei zu verwenden. Viele Beispiele bieten sich an, um den Begriff Umkehrsatz zu erläutern.

Komplexe Fragestellungen sind bei der Weiterführung der Prozentrechnung und Zinsrechnung mit Hilfe von linearen Gleichungen zu bearbeiten. Die erneute Behandlung der Prozentrechnung führt zu einer vertiefenden Betrachtung und Weiterentwicklung der verwendeten Begriffe und erlaubt eine Verbindung zu den Inhalten anderer Sachgebiete.

Die Behandlung der Wahrscheinlichkeitsrechnung ist hier unter dem Gesichtspunkt der Modellbildungen und der Simulation unter PC-Einsatz durchzuführen. Sie helfen insbesondere dynamische und stochastische Sachzusammenhänge zu verstehen und zu beschreiben. Beispiele aus anderen Fächern können dabei besonders gut durchgeführt werden.

Die in den Jahrgangsstufen 5 bis 7 entwickelten Vorstellungen von Körpern werden bei der Behandlung des Prismas weiterentwickelt. Beim Zeichnen von Schrägbildern wird man sich in der Regel auf ‚Freihandskizzen‘ beschränken können.



8.1

Algebra / Funktionen

Std.: 44

**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:****Lineare Gleichungen und Ungleichungen**

Ganzrationale Terme

Aufstellen von Termen, Analyse von Termen, Wertgleichheit von Termen  
Umformungsregeln

Binomische Formeln

Faktorisieren, quadratische Ergänzung

Lineare Gleichungen / Ungleichungen

Lösen linearer Gleichungen und Ungleichungen  
Lösungsmenge (auch leere Menge)  
Lösungsmengen von Ungleichungen auf der Zahlengeraden veranschaulichen  
Umstellen einer Formel**Lineare Funktionen**

Proportionale Funktionen / Lineare Funktionen

Darstellung durch Graph und Tabelle, Funktionsgleichung,  
Nullstelle, Steigungsdreieck  
Verschiebung, Achsenabschnitt  
Gerade als Graph, Punktprobe  
Funktionsgleichungen zu Graphen angeben  
Proportionales und lineares Wachstum

Antiproportionale und andere Funktionen

Funktionsgleichungen und Graph bei antiproportionalen Funktionen  
Beispiele für andere nichtlineare Funktionen**Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

PC-Einsatz

CAS bei Termumformungen

Binomische Formeln für  $n > 2$ 

Pascalsches Dreieck, Binomischer Satz

Bruchgleichungen

Kürzen und Erweitern von Bruchtermen

Geraden und Punkte

Gerade durch zwei Punkte, Steigung  
Schnittpunkte zweier Geraden berechnen

Verhältnis zweier Größen

Einfache Verhältnisgleichungen

Codierung von Zahlen

Bedeutung der Strichcodes, Codierungsmethoden, Prüfziffer, ISBN-Codierung

**Querverweise:****Grundlagen der Neuzeit:** G 8.3, Eth 8.4, Rka 8.4, Rev 8.1-2, D, L, Phy 8.2**Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

|     |           |          |
|-----|-----------|----------|
| 8.2 | Geometrie | Std.: 32 |
|-----|-----------|----------|

**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

|  |   |
|--|---|
| Dreiecke   | Mittelsenkrechte (Umkreis), Winkelhalbierende (Inkreis),<br>Höhenschnittpunkt<br>Anwendungen  |
| Beweisen am Beispiel von Dreiecken und Vierecken | Definition, Satz, Kehrsatz, Wenn-dann-Beziehung, Verwendung geometrischer Eigenschaften   |
| Ordnen der Vierecke                              | Verschiedene Ordnungsgesichtspunkte betrachten (Symmetrieeigenschaften)   |
| Kreis und Geraden                                | Sehne, Sekante, Tangente<br>Thalessatz  |
| Einsatz interaktiver Geometrieprogramme          | Geometrieprogramme zur Darstellung von geometrischen Figuren und zum 'spielerischen Experimentieren', um neue Erkenntnisse zu gewinnen. |
| Prismen  | Körpermodell, Netz, Schrägbild (Handskizze)<br>Oberflächeninhalt, Volumen<br>Wiederholung: Flächeninhalt ebener Figuren                 |

**Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

|                                   |   |
|-----------------------------------|---|
| Punktspiegelung, Achsenspiegelung | Achsensymmetrie und Punktsymmetrie in Natur, Technik und Kunst<br>Verwendung der Eigenschaften der Abbildungen zum Beweisen |
| Umkreis, Inkreis                  | Sehnenviereck<br>Umfangswinkelsatz – Zusammenhang mit Thalessatz<br>Tangentenviereck  |

**Querverweise:****Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung

8.3

Größen / Algebra

Std.: 12

**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

Prozentuale Änderungen

Vermehrter und verminderter Grundwert  
 „Änderung um“, „Änderung auf“, Prozentsätze über 100%  
 Verknüpfungen von Prozentsätzen

Zinsrechnung unter Berücksichtigung der Zeit

Monats- und Tageszinsen bei jährlicher Verzinsung  
 Zinsformel

Zinseszinsen

Wachstum eines Kapitals mit Zinseszins schrittweise berechnen

Taschenrechner oder PC

Komplexere Berechnungen (z.B.: Kapitalverdopplung)  
 mittels TR oder PC

**Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

Zinseszinsen

Verstehen und Anwenden der Formel:

$$K_n = K_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Zinsen von Zinsen, Promille

**Querverweise:****Geld und Tausch:** Sk 8.2, G 8.1+3**Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und  
 Medienerziehung

8.4

Stochastik

Std.: 20

**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

|   |   |
|---|---|
| Simulationen von stochastischen Vorgängen | Zufallszahlen, Pseudozufallszahlen, Simulation von einfachen Zufallsversuchen   |
| PC-Einsatz                                | Tabellenkalkulationen ermöglichen die Bearbeitung von größeren Datenmengen.<br>Zufallszahlengenerierung<br>Strecken-, Balken-, Kreisdiagramme erstellen |

**Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

|              |                                       |
|--------------|---------------------------------------|
| Simulationen | Computersimulation komplexer Vorgänge |
|--------------|---------------------------------------|

**Querverweise:****Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung

## 1.5 Die Jahrgangsstufe 9

Der sichere Umgang mit Systemen von linearen Gleichungen ist eine wichtige Voraussetzung für die Bearbeitung inner- und außermathematischer Problemstellungen. Die Zusammenhänge werden hier am Beispiel von Systemen mit zwei linearen Gleichungen in zwei Variablen in Realitätsbezügen eingeführt, geübt und vertieft. Dabei sind die Kenntnisse der Beziehung zwischen den verschiedenen algebraischen und geometrischen Lösungsverfahren (und Lösungsfällen) sowie das verständige und sichere Umgehen damit von besonderer Bedeutung. Hier müssen im Hinblick auf das Abschlussprofil vor allem Kenntnisse über lineare Gleichungen, aber auch über Prozentrechnung und lineare Funktionen sowie Proportionen wieder aufgegriffen werden und mit den neuen Inhalten vernetzt werden.

Zahlbereiche werden im Verlauf der gesamten Schulzeit systematisch aufgebaut bzw. erweitert. Im Jahrgang 9 erfolgt die Erweiterung der rationalen Zahlen in dem Sinne, dass die Schüler gewisse Quadratwurzeln als nicht rationale Zahlen kennen lernen, mit dem Rechnen mit Quadratwurzeln vertraut und im Umgang damit sicher werden. Die Menge der reellen Zahlen wird lediglich als neue Obermenge für nicht rationale Zahlen eingeführt. Ein tiefergehendes Verständnis (z. B. im Zusammenhang mit der Behandlung von Intervallschachtelungen) für die Begriffsbildung im Hinblick auf die Analysis (Vollständigkeit) kann nur vorbereitet werden.

Viele Sachprobleme führen auf quadratische Gleichungen, deren Lösungsverfahren die Schülerinnen und Schüler beherrschen müssen. Im Sinne des spiraligen Aufbau des Funktionsbegriffs lernen sie jetzt quadratische Funktionen als wichtige Klasse nicht-linearer Funktionen kennen. Sie müssen die Fähigkeit ausbilden, quadratische Beziehungen zwischen Größen zu erkennen und zu mathematisieren. Sie sollen die algebraischen Eigenschaften des Funktionsterms und die geometrischen des Graphen zueinander in Beziehung setzen sowie geometrische Operationen im algebraischen Kontext erarbeiten. In Analogie zur Umkehrung des Quadrierens wird die Möglichkeit zur Umkehrung der Quadratfunktion untersucht. Dabei sollen weniger der eher technische Aspekt der Umformung des Funktionsterms als der des Variablentauchs (Wertetabelle und Graph) als Idee der Umkehrung der Operationen sowie die reflektierte Nutzung des Taschenrechners im Vordergrund stehen.

Anknüpfend an die Vorkenntnisse der Lernenden wird der Ähnlichkeitsbegriff präzisiert. Anhand der Strahlensätze wird erfahren, wie geometrische Zusammenhänge durch Einbeziehung algebraischer Methoden für die praktische Nutzung verfügbar werden. Der Ähnlichkeitsbegriff und die Strahlensätze müssen als Hilfsmittel beim Berechnen geometrischer Größen, beim Konstruieren oder beim Beweisen sicher angewendet werden. Der Umgang mit Ähnlichkeit ist zentrales Prinzip bei der Bearbeitung geometrischer Sachverhalte, und die hier hergestellte Beziehung zwischen Algebra und Geometrie (Verhältnis – Proportion – Ähnlichkeit) schafft die Vernetzung unterschiedlicher Sachgebiete. Hier sollen bekannte Zusammenhänge und Techniken aufgegriffen und vertieft werden (Verhältnisrechnung, einfache Bruchgleichungen sowie Entdecken, Formulieren und Beweisen mathematischer Sätze).

Der Gesichtspunkt, dass geometrische Zusammenhänge rechnerisch erfasst werden, wird durch die Behandlung des Satzes von Pythagoras weiter ausgebaut. Dieser Satz ist so wichtig, dass die Schülerinnen und Schüler seine Aussagen kennen, sie inner- und außermathematisch anwenden und seine kulturhistorische Bedeutung beschreiben können müssen.

Die Schülerinnen und Schüler berechnen den Inhalt kreisförmig begrenzter Flächen. Bei der näherungsweise Bestimmung der Kreiszahl  $\pi$  lernen sie einfache infinitesimale Methoden kennen. Durch die Behandlung des Kreiszylinders wird die in Klasse 5 begonnene systematische Berechnung von Volumen und Oberflächeninhalt von Körpern fortgesetzt.

Die beschreibende Statistik ist ein zentrales Gebiet der Stochastik. Hier müssen die Schülerinnen und Schüler nominale, ordinale und metrische Skalen unterscheiden sowie wichtige Lage- und Streumaße zur mathematischen Beschreibung und zum Vergleich von Häufigkeitsverteilungen verwenden lernen. Der Unterschied zwischen den Begriffen relative Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit soll an geeigneten Beispielen verdeutlicht werden. Dabei sind die in den Klassen 7 und 8 erworbenen Kenntnisse zu festigen. Unter dem Aspekt des Realitätsbezuges von Mathematik muss hier das Durchführen eigener Erhebungen vor allem auch in Verbindung zu anderen Fächern im Vordergrund stehen.

9.1

Algebra

Std.: 14

**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:****Lineare Gleichungssysteme**

Systeme von zwei linearen Gleichungen in zwei Variablen

Geometrische Lösung, Einsetzungs-, Gleichsetzungs-, Additionsverfahren, sämtliche Lösungsfälle

Anwendungen

Realitätsbezogene Beispiele zu Sach- und Textaufgaben und fachübergreifende und fächerverbindende Problemstellungen

**Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

Systeme mit drei und mehr Variablen

GAUSS-Algorithmus

Lineare Ungleichungssysteme

Geometrische Veranschaulichung  
Lineare Optimierung**Arbeitsmethoden der Schülerinnen und Schüler/Hinweise und Erläuterungen:**

Durch die Bearbeitung komplexer und offen angelegter Problemstellungen (z. B. Tarifvergleiche) sollen die Schülerinnen und Schüler lernen, gegebene Sachzusammenhänge mit Hilfe der erarbeiteten mathematischen Mittel systematisch zu analysieren, Erkenntnisse zu ordnen und zu bewerten.

**Querverweise:****Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

## 9.2

## Zahlbereiche

Std.: 20

**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:****Quadratwurzeln, reelle Zahlen**Begriff der Quadratwurzel einer Zahl  $a \geq 0$  $\sqrt{a}$  als die nichtnegative Zahl, deren Quadrat die Zahl  $a$  istLösungen der Gleichung  $x^2 = a$ 

Quadrieren und Wurzelziehen als Umkehroperationen zueinander

Irrationalitätsbeweis (z.B. über Endziffern), Begründen und einfache Beweisverfahren

Näherungswerte für Quadratwurzeln

Umgang mit Näherungswerten (Rechnerzahlen)  
Sinnvoller Gebrauch des Taschenrechners

Irrationale Quadratwurzeln und reelle Zahlen

Wiederaufgreifen von Wissen über Zahlbereiche  
Darstellung von Zahlen auf der Zahlengeraden: Konstruktion von Quadratwurzeln auf der Zahlengeraden, Vergleich der Zahlbereiche, Rechengesetze

Rechnen mit Quadratwurzeln

Rechenregeln für Quadratwurzeln; Begründung und Anwendung, Termumformungen

**Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

Verfahren zur Wurzelbestimmung

HERON-Verfahren und Intervallhalbierung (auch durch Nutzung von Tabellenkalkulation oder einer Programmiersprache)

Rechnen mit Quadratwurzeln

Einfache Gleichungen mit Wurzeln

Irrationalität in der griechischen Mathematik

Erarbeiten kulturhistorischer Zusammenhänge

**Querverweise:****Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung

|     |            |          |
|-----|------------|----------|
| 9.3 | Funktionen | Std.: 20 |
|-----|------------|----------|

**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:****Quadratische Gleichungen und quadratische Funktionen**

Quadratische Gleichungen

Graphische und rechnerische Lösungsverfahren, quadratische Ergänzung, Lösungsformel  
Sachprobleme, die auf quadratische Gleichungen führen

Spezielle Gleichungen, deren Lösung auf die Lösung quadratischer und anderer bekannter Gleichungen zurückgeführt werden kann

Faktorisieren durch Ausklammern von  $x$  bzw.  $x^n$   
Zurückführung auf den Fall  $T_1 \cdot T_2 = 0$ , Linearfaktoren  
Biquadratische Gleichungen (Idee der Substitution)  
Einfache Bruchgleichungen und Wurzelgleichungen

Quadratische Funktionen

Zugang über Realitätsbezüge (z.B. Extremalprobleme, die auf quadratische Funktionen führen)

Eigenschaften der Funktion und des Graphen: Normalparabel, Scheitelpunkt, Nullstellen, Verschiebung des Graphen in Richtung der Koordinatenachsen, Strecken und Stauchen in Richtung der y-Achse, Spiegeln an den Koordinatenachse  
Visualisierung der geometrischen Abbildungen mittels PC

Quadratwurzelfunktion

Problematisieren und Vertiefen des Begriffs „Umkehrfunktion“ am Beispiel der Quadrat- bzw. Wurzelfunktion

**Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

Komplexe Terme und Gleichungen (auch mittels PC oder GTR)

Vertiefung algebraischer Techniken (möglichst im Zusammenhang realitätsbezogener Anwendungen) durch konsequentes Wiederaufgreifen, Vertiefen und Vernetzen bekannter Inhalte und Techniken  
Bruch- und Wurzelterme bzw. -gleichungen: Aufbau und Umformung komplexer Terme und Lösung entsprechender Gleichungen

Scheitelpunktsform der Parabel

Satz von VIETA

**Querverweise:****Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung



## 9.4

## Geometrie

Std.: 22

**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:****Ähnlichkeit**

Ähnlichkeit bei ebenen Figuren

Maßstabsgetreues Vergrößern und Verkleinern einer Figur; Ähnlichkeit, Eigenschaften ähnlicher Figuren: Längenverhältnisse, Winkelkonstanz  
Flächeninhalt bei zueinander ähnlichen Vielecken

Strahlensätze

Strahlensatzfigur, Formulierung und Begründung der Sätze, Problem der Umkehrung

Berechnen, Konstruieren und Beweisen  
mittels Ähnlichkeit

Berechnung von Streckenlängen, Streckenteilung; Inkommensurabilität

Untersuchung realitätsbezogener Problemstellungen im Zusammenhang mit Ähnlichkeit: z. B. Kartographie, Baupläne, Papierformate (DIN)

Schwerpunktsatz im Dreieck

**Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

Zentrische Streckung

Begriff der zentrischen Streckung (Zentrum und Streckfaktor), Eigenschaften, (vorläufige) Klassifizierung geometrischer Abbildungen

Ähnlichkeitssätze beim Dreieck

Verbindung zu den Strahlensätzen  
Anwendung: z.B. zur Herleitung des Katheten- und Höhensatzes oder Sehnensatzes

Kultur- und kunsthistorische Bedeutung bestimmter Teilverhältnisse

Bestimmte Teilverhältnisse, innere und äußere Teilung, harmonische Teilung, goldener Schnitt

Ähnlichkeit bei räumlichen Figuren

Volumen

Querverweise:

Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):

|     |           |          |
|-----|-----------|----------|
| 9.5 | Geometrie | Std.: 12 |
|-----|-----------|----------|

**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

|   |  |
|---|--|
| Satz des Pythagoras und dessen Umkehrung                      | Erarbeiten der mathematischen Zusammenhänge mit Bezügen zur Geschichte der Mathematik und zu praktischen Problemen<br>Kenntnis des Kathetensatzes und des Höhensatzes  |
| Berechnen von Streckenlängen in ebenen und räumlichen Figuren | Anwenden, Vertiefen und Vernetzen bekannter geometrischer und algebraischer Kenntnisse und Fähigkeiten zur Bearbeitung realitätsbezogener Problemstellungen, Vergleich unterschiedlicher Lösungswege (algebraisch und geometrisch)<br><br>Erarbeitung, Anwendung und Umstellung von Formeln im Zusammenhang mit der Satzgruppe des Pythagoras (gleichseitiges Dreieck, Raum- und Flächendiagonalen im Würfel und Quader) |

**Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

|  |  |
|--|--|
| Satz des Pythagoras – Erweiterungen und Vertiefungen | Höhen- und Kathetensatz, Quadraturprobleme (geometrische und algebraische Lösung)<br>Unterrichtsprojekte zur Vermessung und Kartographie |
| Historische Zusammenhänge                            | Pythagoreer und griechische Mathematik; pythagoreische Zahlentripel  |

**Arbeitsmethoden der Schülerinnen und Schüler/Hinweise und Erläuterungen:**

Im Rahmen der Behandlung der Satzgruppe des Pythagoras sollen die Schülerinnen und Schüler mit überschaubaren Informationsrecherchen oder „Forschungsaufträgen“ (z.B. zu möglichen Beweisen für den Satz des Pythagoras oder zu dessen Anwendung) beauftragt werden. Dazu sollen sie auch unter Nutzung neuer Medien lernen, wie zugängliches mathematisches Wissen gewonnen, aufgearbeitet und der Lerngruppe präsentiert werden kann.

**Querverweise:****Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung

9.6

Geometrie

Std.: 10

**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

Kreis  
Umfang und Flächeninhalt des Kreises

Proportionalität von Umfang von Radius bzw. vom Flächeninhalt und dem Quadrat des Radius

Kreiszahl  $\pi$  in der Geschichte

Verfahren zur näherungsweisen Bestimmung von  $\pi$  (Einsatz von TR, GTR, PC), Umgang mit Näherungswerten, Herstellen kultur- und wissenschaftshistorischer Bezüge im Zusammenhang mit der Entwicklung von Verständnis für infinitesimale Zugänge  
Hinweis zum Bogenmaß

Kreiszylinder

Netz und Schrägbild (Handskizzen)  
Volumen und Oberflächeninhalt

**Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

Kreiszahlalgorithmen

Flächeninhalt von n-Ecken

Kreisteile

Kreisbogen und Sektor

Winkelmaße

Grad- und Bogenmaß des Winkels

**Querverweise:****Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung

9.7

Stochastik

Std.: 10

**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:****Beschreibende Statistik**

Graphische Darstellungen statistischer Daten

Gesamtheit, Stichprobe, Häufigkeitsdiagramme  
Skalen: Nominalskala, Ordinalskala, metrische Skala

Lagemaße

Modalwert (häufigster Wert), Zentralwert (Median),  
arithmetisches Mittel, PC-Einsatz

Streuemaße

Spannweite, Standardabweichung, PC-Einsatz

Arbeitsweisen der Statistik

Statistische Daten erheben, Erstellen von Häufigkeitsverteilungen und deren graphische Darstellung, Auswertung anhand der erarbeiteten Diagramme sowie mithilfe von Lage- und Streuparametern (auch durch Nutzung von Rechnern); Beurteilung statistischer Angaben im realen Kontext (Aussagekraft von Statistiken und deren Bewertung)

**Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

Vertiefungen und Erschließung komplexer Alltagssituationen

Z.B. Untersuchen von Verkehrsgeschehen und Erstellen einer Verkehrsplanung; Analyse des Konsumverhaltens; naturwissenschaftliche Beobachtungen im Zusammenhang mit Wetter, Tierpopulationen oder Nahrungsmittelanalysen

**Querverweise:****Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung

## 1.6 Die Jahrgangsstufe 10

Der Ausbau des Potenzbegriffes erfolgt durch Erweiterung auf nicht-natürliche Exponenten. Hier müssen die Schülerinnen und Schüler Sicherheit beim Rechnen mit Potenzen gewinnen. Das Radizieren wird als Umkehroperation zum Potenzieren erarbeitet. Zur Erweiterung der Kenntnisse über Funktionen lernen die Schülerinnen und Schüler als weitere Funktionenklasse die Potenz- und Wurfelfunktionen kennen. Die Frage nach der Umkehrbarkeit einer Funktion wird hier eingehend untersucht. Moderne elektronische Werkzeuge (graphikfähiger Taschenrechner oder mathematische PC-Software) können hier gut zur besseren Veranschaulichung mathematischer Zusammenhängen eingesetzt werden.

Zur weiteren Vertiefung des Potenzbegriffes, aber vor allem auch im Hinblick auf deren enorme inner- und außermathematische Bedeutung, werden Exponential- und Logarithmusfunktionen behandelt und das Rechnen mit Logarithmen integriert. Wegen der hohen Bedeutung in anderen Sachgebieten und Fächern müssen logarithmische Skalen besprochen werden.

Körperdarstellungen und -berechnungen sind unerlässlich für die Schulung räumlichen Vorstellungsvermögens und unverzichtbarer Bestandteil einer auf die Anwendung im Alltag ausgerichteten mathematischen Bildung. Hinzu kommt die mathematikgeschichtliche Bedeutung der Untersuchung und Berechnung raumgeometrischer Größen. Die Behandlung der entsprechenden Inhalte durchzieht die gesamte Mittelstufe und wird in der Oberstufe mittels Methoden der Analysis und der linearen Algebra fortgeführt. Am Ende der Mittelstufe werden die Spitzkörper und die Kugel mit den Mitteln der Geometrie untersucht.

Die mathematischen Begriffe Sinus, Kosinus und Tangens eines Winkels sowie der Sinus- und Kosinussatz sind in der ebenen und räumlichen Geometrie sowie in vielen Realitätsbezügen (z.B. Technik, Physik, Vermessung) unentbehrlich. Trigonometrische Funktionen sind Beispiele für periodische Funktionen. Nicht exakt bestimmbarer Funktionswerte werden zunächst näherungsweise mittels Einheitskreis ermittelt. Die Bedeutung der allgemeinen Sinus- und Kosinusfunktion im Bogenmaß wird bei wichtigen Anwendungen (periodische Vorgänge in Natur, Technik etc.) deutlich. Die Werte der trigonometrischer Funktionen werden dann in der Regel mit dem Taschenrechner (näherungsweise) bestimmt. Für spezielle Winkel ( $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ , ...) müssen die Werte von  $\sin \alpha$  und  $\cos \alpha$  aufgrund von Betrachtungen im gleichseitigen und gleichschenkelig rechtwinkligem Dreieck bekannt sein. Die weitergehende Untersuchung der jeweiligen Umkehrfunktionen soll nicht Unterrichtsgegenstand sein, jedoch muss die Grundidee der Umkehrung im Hinblick auf die Nutzung elektronischer Hilfsmittel behandelt werden.

Die Stochastik in der S I wird damit abgeschlossen, dass die Schülerinnen und Schüler lernen, die bereits ab dem Jahrgang 7 behandelten mehrstufigen Zufallsversuche im realitätsbezogenen Kontext durch Systematisierung der Zählverfahren zu mathematisieren. Hier kommt methodischen Aspekten auch im Hinblick auf die Vorbereitung auf die S II besondere Bedeutung zu. Zentral ist hier die Fähigkeit zur Abbildung einer vorliegenden Situation auf ein bekanntes Modell. Dies geschieht durch Veranschaulichung von Zählvorgängen mittels Baumdiagramm, durch systematisches Probieren mit reduzierten Anzahlen und induktives Erschließen des Ergebnisses.

## 10.1

## Funktionen

Std.: 30

**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:****Potenzfunktionen, Wurzelfunktionen**

Potenzen mit natürlichen Exponenten

Potenzgesetze, Exponentendarstellung von Zahlen, Vorsilben Hekto, Kilo, Mega, Giga

Potenzen mit ganzzahligen Exponenten

Potenzgesetze; Beschränkung auf von Null verschiedene Zahlen als Basis; Exponentenschreibweise, Vorsilben Dezi, Zenti, Milli, Mikro, Nano

n-te Wurzel, Potenzen mit rationalen Exponenten

Radizieren als Umkehren des Potenzierens für nichtnegative Radikanden  
n-te Wurzeln als Potenz  
Erweiterung des Potenzbegriffs auf gebrochene rationale Exponenten, Potenz- und Wurzelgesetze

Einfache Potenzgleichungen

Gleichungen, die auf die Form  $x^n = a$  zurückgeführt werden können

Potenz- und Wurzelfunktionen

Typische Repräsentanten:  $x \rightarrow x^k$ ,  $k = 2, 3, 4, -1, -2$ , Symmetrieeigenschaften der Graphen; Kurvenverläufe für verschiedene Exponenten  
Verschieben, Strecken und Stauchen des Graphen in Richtung der y-Achse, Nutzung von GTR oder PC

Umkehrung von Potenzfunktionen

Problematisieren des Begriffs Umkehrfunktion am Beispiel der Quadrat- und Wurzelfunktion  
Grundidee der Umkehrung einer Funktion: Tausch von unabhängiger und abhängiger Variablen; Kriterien für die Umkehrbarkeit; Wertetabelle, Graph und Funktionsterm einer Funktion und ihrer Umkehrung

Wurzelfunktionen als Umkehrfunktionen eingeschränkter Potenzfunktionen,

typische Repräsentanten:  $n = \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ 

sinnvoller Gebrauch des Taschenrechners

**Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

Numerische Algorithmen

Iterative Verfahren zur Wurzelbestimmung (Intervallhalbierung), Einsatz von PC oder TR

Terme und Gleichungen von Wurzeln

Verständiger Umgang mit Bruchtermen, Rationalmachen des Nenners, einfache Wurzelgleichungen

**Querverweise:****Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung

## 10.2

## Funktionen

Std.: 30

**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:****Exponentialfunktionen, Logarithmusfunktionen**Exponentialfunktionen:  $x \rightarrow b^x$ **Aufgrund des starken Anwendungsbezuges dieser Unterrichtseinheit ist die Verwendung eines PC oder GTR erforderlich**Zugang über realitätsbezogene Beispiele: Wachstums- und Zerfallsprozesse, Verzinsung  
Verdopplung- und Halbierungszeiten als ParameterGraphen für  $b = 2, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$  und Eigenschaften, Vergleich mit linearen, quadratischen und kubischen Funktionen

Logarithmen

Logarithmieren neben dem Radizieren als zweite Möglichkeit der Umkehrung des Potenzierens, Logarithmengesetze

 $\log_b a = \log_{10} a / \log_{10} b$ , verständiger Gebrauch des TaschenrechnersLogarithmusfunktionen  $x \rightarrow \log_b x$ 

Wiederaufgreifen des Begriffs der Umkehrfunktion, Umkehrung der Exponentialfunktion, Eigenschaften der Logarithmusfunktion und ihrer Graphen

Modellierung von Wachstums- und Prozessmodellen

Modellierung von Prozessen aus den Natur-, Sozial- oder Wirtschaftswissenschaften anhand gegebenen Datenmaterials z. B. aus naturwissenschaftlichen oder demoskopischen Untersuchungen, mittels Exponential- oder anderer bekannter Funktionen, auch durch Nutzung von Rechnern, exemplarischer Vergleich verschiedener Modelle und Beurteilung deren Grenzen

Linearisierung von Exponentialfunktionen

Arbeit mit Wertetabellen, Tabellenkalkulation oder logarithmische Skalen oder einfach logarithmischen Papier

**Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

Linearisierung von Potenzfunktionen

Arbeit mit doppelt logarithmischem Papier oder Tabellenkalkulation

Logarithmisch definierte Größen, wie z.B. der pH-Wert oder die Lautstärke

historische Bezüge, „alte“ mathematische Werkzeuge

Logarithmentafeln und ihre Bedeutung in der Wissenschaftsgeschichte, Internetrecherchen

**Arbeitsmethoden der Schülerinnen und Schüler/Hinweise und Erläuterungen:**

Wachstumsprozesse und ihre mathematische Beschreibung durch Exponential- oder andere bekannte Funktionen sind ein zentraler Unterrichtsgegenstand der Jahrgangsstufe 10. An diesen Beispielen können die Schülerinnen und Schüler mit den elementaren Methoden zur mathematischen Modellierung vertraut werden. Sie lernen, vorliegende Sachzusammenhänge durch Beschaffung von Informationen aufzubereiten, Wissen aus verschiedenen Bereichen der Mathematik im fachübergreifenden Kontext zu vernetzen und so Modelle zur mathematischen Beschreibung zu entwickeln, geeignet darzustellen und zu hinterfragen.

|   |  |
|---|--|
| <b>Querverweise:</b><br><br><b>Wachstum:</b> Phy 10.2-3 | <b>Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):</b><br><br>Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung |
|---|--|



10.3

Geometrie

Std.: 16

**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:****Pyramide, Kegel, Kugel**

Darstellung räumlicher Körper

Schrägbild, Ansichten (Vorder- und Seitenansicht, Draufsicht), Symmetrien  
Schulung räumlicher Anschauung und Darstellung

Oberflächeninhalt und Volumen

Experimentelles und heuristisches Arbeiten (Schüttversuche, Modelle, Näherungsverfahren)  
Herleitung und Begründung der Formeln (angemessene Auswahl treffen, Wiederaufgreifen des Satzes des Pythagoras)**Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**Berechnungen am Kegel- und Pyramidenstumpf sowie am Kugelabschnitt  
Zusammengesetzte KörperWiederaufgreifen der Strahlensätze  
Zurückführung auf bekannte Berechnungen  
Platonische und Archimedische Körper

Satz von Cavalieri

Perspektiven

Perspektiven in Kunst und Technik

**Querverweise:****Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

## 10.4

## Geometrie/Funktionen

Std.: 24

**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:****Trigonometrie und trigonometrische Funktionen**

$\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$  und  $\tan \alpha$  als Längenverhältnisse

Darstellung im rechtwinkligen Dreieck, Einheitskreis (Winkel von  $0^\circ$  bis  $360^\circ$ ), geometrische Bestimmung von  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ ,  $\tan \alpha$ ,  
trigonometrische Beziehungen:  $\cos \alpha = \sin (90^\circ - \alpha)$ ,  
 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ;  $\tan \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$

Berechnungen in Dreiecken, Vielecken und räumlichen Figuren

Anwendungen aus Technik, Physik und ebener und räumlicher Geometrie  
Sinus- und Kosinussatz  
Wiederaufnahme der Kongruenzsätze, Vernetzen geometrischer und algebraischer Denk- und Sichtweisen

Bestimmung von Winkelmaßzahlen zu gegebenen Sinus-, Kosinus- und Tangenswerten

Wiederaufgreifen der Grundidee des Umkehrens einer Funktion, sinnvoller Gebrauch des Taschenrechners  
Steigungswinkel einer Geraden

Sinus- und Kosinusfunktion

Definition über den Einheitskreis bzw. über die senkrechte Projektion einer Kreisbewegung  
Eigenschaften: Symmetrie, Periodizität  
Beispiele periodischer Zusammenhänge (z. B. Modelle einfacher zyklischer Prozesse aus den Natur-, Wirtschafts- oder Sozialwissenschaften), Nutzung des PC

**Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

Vertiefungen im Hinblick auf die Berechnung realitätsbezogener Zusammenhänge oder Aspekte der Technikgeschichte

Vermessungsprobleme, Triangulation, Landvermessung in der Geschichte (z. B. Trassen von Wasserleitungen)

Allgemeine Sinus- und Kosinusfunktion  
 $x \rightarrow a \sin(b x + c)$  bzw.  $x \rightarrow a \cos(b x + c)$

Strecken / Stauchen und Verschieben des Graphen der Sinus- und Kosinusfunktion, PC-Einsatz

Tangensfunktion

Zusammenhang zur Sinus- und Kosinus-Funktion  
Typische Eigenschaften: Symmetrie, Periodizität

Bestimmung von  $\sin \alpha$  und  $\cos \alpha$

Additionssätze:  $\sin(\alpha \pm \beta)$ ,  $\cos(\alpha \pm \beta)$   
Algorithmische Bestimmung mittels Taschenrechner oder Tabellenkalkulation  
Approximative Bestimmung mittels Quadratfunktion

**Arbeitsmethoden der Schülerinnen und Schüler/Hinweise und Erläuterungen:**

Die Algebraisierung geometrischer Sachverhalte gehört zu den zentralen Leistungen in der Geschichte der Mathematik. Die Schüler müssen mit der Idee des Perspektivwechsels vertraut werden und lernen, unterschiedliche Gebiete der Mathematik in eine sinnstiftende Beziehung zueinander zu setzen. Dies geschieht durch Wiederaufgreifen und Verknüpfen von Wissen aus der Algebra und der Geometrie sowie durch konsequentes Herstellen von Realitätsbezügen.

**Querverweise:****Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung

10.5

Stochastik

Std.: 10

**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:****Mehrstufige Zufallsversuche**

Mehrstufige Zufallsversuche

Wiederaufgreifen von Wissen über die Beschreibung mehrstufiger Zufallsversuche: Baumdiagramm, relative Häufigkeiten als Schätzwerte für Wahrscheinlichkeiten, Pfadmultiplikationsregel, Additionsregel  
Abzählstrategien

**Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

Bernoulli-Experimente und Binominalverteilung

Beispiele und Berechnung von Wahrscheinlichkeiten bei Bernoulli-Experimenten  
Systematisierung der Berechnung von Wahrscheinlichkeiten  
Formel der Binominalverteilung, GALTON-Brett  
Computer-simulierte Zufallsexperimente

**Arbeitsmethoden der Schülerinnen und Schüler/Hinweise und Erläuterungen:**

Die Inhalte sollen unter dem Aspekt stochastischer Modellbildung bei speziellen Anwendungen erarbeitet werden. Dazu werden insbesondere bisher erarbeitete Kenntnisse in neuen komplexen Zusammenhängen angewendet und vertieft. Akzentuiert wird der Aspekt des induktiven Arbeitens in der Stochastik: Entwickeln, Darstellen und Vertiefen stochastischer Modelle.

**Querverweise:****Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung

## 2 Übergangsprofil von der Jahrgangsstufe 10 in die gymnasiale Oberstufe

Voraussetzung und Grundlage für eine erfolgreiche Mitarbeit im Fach Mathematik in der gymnasialen Oberstufe sind die in der Sekundarstufe I erworbenen Qualifikationen und Kenntnisse. Diese sollten für einen kontinuierlich aufeinanderbauenden Unterricht als mathematische Werkzeuge zur Verfügung stehen oder - falls notwendig - durch eine in den laufenden Unterricht integrierte, dennoch weitgehend selbstständige Wiederholung wieder verfügbar gemacht werden können. Hierdurch werden keine Aussagen darüber getroffen, in welcher Weise diese Inhalte im Unterricht der Sekundarstufe I erarbeitet werden.

### Zahlbereiche/Algebra/Funktionen

|   |   |
|---|---|
| Zahlbereiche $\mathbb{N}$ , $\mathbb{Z}$ , $\mathbb{Q}$ , $\mathbb{R}$      | Sichere Beherrschung der Grundrechenarten in $\mathbb{Q}$ (Bruchzahlen und Dezimalzahlen) und $\mathbb{R}$<br>Betrags- und Größenvergleich<br>Teilbarkeit, Primzahlen, Primfaktorzerlegung, Divisionsalgorithmus  |
| Proportionale und antiproportionale Funktionen                              | Funktionsgleichung<br>Definitionsbereich, Wertebereich, Graph einer proportionalen und antiproportionalen Funktion<br>Quotienten- und Produktgleichheit   |
| Prozentrechnung<br>Zinsrechnung   | Grundaufgaben der Prozent- und Zinsrechnung<br>Erweiterter bzw. verminderter Grundwert<br>Anwendungen der Prozent- und Zinsrechnung z.B. in Naturwissenschaften und Wirtschaft  |
| Ganzrationale Terme mit rationalen und irrationalen Zahlen; Termumformungen | Distributivgesetz<br>Kürzen und Erweitern<br>Binomische Formeln   |
| Lineare Funktionen und lineare Gleichungen                                  | Steigung, Steigungsdreieck und y-Achsenabschnitt<br>Gerade (Strecke) als Graph einer linearen Funktion<br>Parallelität und Orthogonalität von Geraden<br>Äquivalenzumformungen zur Lösung einer linearen Gleichung<br>Umkehrfunktion zu einer linearen Funktion   |
| Lineare 2x2-Gleichungssysteme   | Graphische Verfahren, Gleichsetzungs-, Einsetzungs-, Additionsverfahren zur Lösung eines linearen 2x2-Gleichungssystems   |
| Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen                        | Wertetabelle und Graph einer quadratischen Funktion<br>Geometrische Abbildungen bei quadratischen Funktionen (Verschiebung parallel zur x-Achse und parallel zur y-Achse, Spiegelung an der x-Achse, Streckung parallel zur y-Achse)<br>Scheitelpunktbestimmung bei einer quadratischen Funktion<br>Lösung einer quadratischen Gleichung mittels quadratischer Ergänzung oder mittels der p-q-Formel<br>Lösung biquadratischer Gleichungen<br>Faktorisierung eines quadratischen Funktionsterms |

Potenzen, Potenzgesetze  
Potenzfunktionen

Potenzgesetze für Potenzen mit ganzzahligen und rationalen Exponenten, insbesondere mit positiven und negativen Stammbrüchen als Exponenten  
Quadratwurzel und Quadratwurzelgesetze, Exponentialschreibweise für Quadratwurzeln  
Graph und Eigenschaften der Funktion  
 $f: x \rightarrow x^n$ , mit  $x \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$   
Wurzelfunktion als Umkehrfunktion

Trigonometrische Funktionen

Beschreibung und graphische Darstellung von Sinus, Kosinus, Tangens als Funktion

Exponentialfunktionen

Eigenschaften und Graph der Funktionen  $f: x \rightarrow ab^x$   
Wachstums- und Zerfallsprozesse  
Anwendungen  
Logarithmus als Umkehroperation; Logarithmengesetze  
Lösung einfacher Exponentialgleichungen

### **Geometrie**

Vertrautheit mit den Grundbegriffen der Geometrie: Punkt, Gerade, Strecke, Ebene, Halbebene, ebene Figur, räumliche Figur, Länge, Flächeninhalt, Volumen, Winkel als Punktmenge, Winkelgröße  
Klassifikation von Vierecken  
Strategien zur Lösung von Textaufgaben  
Voraussetzung, Behauptung, Beweis als Aufbau eines mathematischen Lehrsatzes kennen

Kongruenzabbildungen

Verschiebung, Achsenspiegelung, Drehung

Symmetrie

Achsensymmetrische und punktsymmetrische Figuren, insbesondere Dreiecke und Vierecke

Winkelsätze

Einfache Winkelsätze (Nebenwinkelsatz, Scheitelwinkelsatz, Stufenwinkelsatz, Wechselwinkelsatz, Winkelsummensatz im Dreieck und Viereck)  
Satz von Thales und dessen Umkehrung  
Konstruktion von Tangenten an einen Kreis  
Lösung von Berechnungs- und Beweisaufgaben als Anwendung der Winkelsätze

Flächeninhalte

Berechnung des Flächeninhalts von Rechteck, Parallelogramm, Trapez, Drachen, Dreieck und von zusammengesetzten Figuren

Kongruenzsätze für Dreiecke

Grundkonstruktionen  
Konstruktion (Konstruktionsbeschreibung) von Dreiecken als Anwendung der Kongruenzsätze  
Anwendungen z.B. in der Landvermessung

Transversalen im Dreieck

Mittelsenkrechte, Höhe, Winkelhalbierende, Seitenhalbierende (Schwerpunkt), Umkreis und Inkreis eines Dreiecks  
Dreieckskonstruktionen mit Transversalen

Satzgruppe des Pythagoras

Satz des Pythagoras, Höhensatz, Kathetensatz und deren Umkehrung; Anwendungen

Ähnlichkeitsgeometrie

1. Strahlensatz und seine Umkehrung  
2. Strahlensatz

|   |  |
|---|--|
| Kreis und Kreisteile                      | Bestimmung von $\pi$<br>Flächeninhalt und Umfang von Kreis und Kreisteilen<br>Winkel im Bogenmaß   |
| Trigonometrie                             | Sinus, Kosinus, Tangens am rechtwinkligen Dreieck und am Einheitskreis<br>Sinussatz, Kosinussatz<br>Dreiecksberechnungen und Anwendungen |
| Volumen und Oberflächeninhalt von Körpern | Schrägbild von Quader, Zylinder, Prisma, Kegel, Kugel  |

### **Stochastik**

|                             |   |
|-----------------------------|---|
| Beschreibende Statistik     | Statistische Daten erheben und auswerten; absolute Häufigkeit; relative Häufigkeit<br>Streifen- und Säulendiagramme<br>Mittelwerte (arithmetisches Mittel, Zentralwert)                       |
| Wahrscheinlichkeitsrechnung | Einstufige und mehrstufige Zufallsversuche<br>Ergebnismenge<br>Ereignis - Elementarereignis<br>Laplace-Wahrscheinlichkeit von Ereignissen<br>Wahrscheinlichkeitsbäume (Summen-, Produktregel) |

|                       |  |
|-----------------------|--|
| <b>Taschenrechner</b> | Sinnvoller Umgang mit dem Taschenrechner bei Anwendungsaufgaben<br>Sicherheit bei der Angabe von Lösungen, die der Problemstellung angemessen sind |
|-----------------------|--|

### 3 Der Unterricht in der Sekundarstufe II

#### 3.1 Struktur des Mathematikunterrichts in der gymnasialen Oberstufe

Sachgebiete und ihre Zuordnung

Im Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe geben die **Sachgebiete** Analysis, Lineare Algebra / Analytische Geometrie und Stochastik die Strukturierung für die Kurse vor. Die Zuordnung dieser drei Sachgebiete zur Jahrgangsstufe 11 und zu den Halbjahren von 12.1 bis 13.2 erfolgt aufgrund inhaltlicher Zusammenhänge und sichert Kontinuität und Sequentialität des Lernprozesses.

| Kurshalbjahr | Sachgebiete   |
|--------------|---|
| 11.1         | Analysis I  |
| 11.2         | Analysis I  |
| 12.1         | Analysis II<br>Grundkurs<br>Leistungskurs                             |
| 12.2         | Lineare Algebra / Analytische Geometrie<br>Grundkurs<br>Leistungskurs |
| 13.1         | Stochastik<br>Grundkurs<br>Leistungskurs                              |
| 13.2         | Kursthemen<br>Grundkurs<br>Leistungskurs                              |

Die Sachgebiete werden

- durch **didaktisch-methodische Überlegungen** erläutert.  
Die didaktisch-methodischen Überlegungen nehmen die allgemeinen didaktischen und methodischen Grundsätze aus Teil A auf und konkretisieren sie hinsichtlich des jeweiligen Sachgebietes. Sie erläutern
  - die Stellung des Sachgebietes innerhalb der Sequentialität und Kontinuität der Kursabfolge,
  - die Lernrelevanz des Sachgebietes für die Schülerinnen und Schüler,
  - besondere methodische Erfordernisse
 und geben Hinweise auf fachübergreifende Zusammenhänge.
- durch **Unterrichtsinhalte** und diesen zugeordnete Stichworte inhaltlich konkretisiert.
- durch **fachübergreifende und fächerverbindende Hinweise** ergänzt, die Möglichkeiten der Kooperation und Koordination mit anderen Fächern zeigen.

#### 3.2 Verbindliche Vorgaben

Verbindlich

- sind die drei Sachgebiete und ihre Zuordnung zu den Kurshalbjahren (11.1 bis 13.1);
- die Sachgebiete 12.2 und 13.1 können in ihrer Reihenfolge auf Beschluss der Fachkonferenz ausgetauscht werden,
- auszuwählen ist im Kurshalbjahr 13.2 eines der Kursthemen,

- sind die Unterrichtsinhalte mit den diesen zugeordneten Stichworten, wobei nicht alle Stichworte in gleicher Intensität behandelt werden können. Die Erschließung des jeweiligen Unterrichtsinhaltes soll deshalb durch Schwerpunktsetzungen erfolgen, die durch didaktische und methodische Planungen bestimmt werden.
- sind die Stichworte der Unterrichtsinhalte.

Über die Reihenfolge der Unterrichtsinhalte und der Stichworte kann von der Fachlehrerin oder dem Fachlehrer entschieden werden.

Die fachübergreifenden und fächerverbindenden Hinweise haben Anregungscharakter.

Der vorliegende Lehrplan basiert auf dem Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 1.12.1989 über die „Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung ‘Mathematik’“ mit ihren Konkretisierungen und ist somit die Umsetzung dieses KMK-Beschlusses in Landesrecht.

#### **4 Die Sachgebiete und ihre Abfolge in den Jahrgangsstufen 11 bis 13**

Voraussetzung und Grundlage für eine erfolgreiche Mitarbeit im Fach Mathematik in der gymnasialen Oberstufe sind die in der Sekundarstufe I erworbenen Kenntnisse und Fähigkeiten. In dem hier vorliegenden Lehrplan Mathematik für die gymnasiale Oberstufe ist als Anhang eine Übersicht aufgenommen über die aus dem Rahmenplan (1995) Mathematik Sekundarstufe I zusammengestellten mathematischen Inhalte, die nach Beendigung der Jahrgangsstufe 10 für einen kontinuierlich aufeinander aufbauenden Unterricht als Werkzeuge zur Verfügung stehen sollen. Hierdurch werden keine Aussagen darüber getroffen, in welcher Weise diese im Unterricht der Sekundarstufe I erarbeitet werden.

##### **4.1 Die Jahrgangsstufe 11: Analysis I**

###### **Didaktisch-methodische Überlegungen**

In der Sekundarstufe I wird durch die Betrachtung linearer, quadratischer und einfacher rationaler Funktionen sowie elementarer Potenz-, Exponential- und trigonometrischer Funktionen der Funktionsbegriff eingeführt.

Die Begriffsbildung ist zentral für den Mathematikunterricht bis zum Abitur und wird insbesondere als Einstieg in das Jahresthema Analysis I wieder aufgegriffen und vertieft. Dazu sollen zunächst ohne und dann mit den Mitteln der Differentialrechnung die charakteristischen Funktionseigenschaften an wichtigen Beispielen aus den genannten Funktionsklassen herausgearbeitet und vor allem unter dem Modellbildungsaspekt mathematischer Funktionen im Zusammenhang mit typischen Anwendungen behandelt werden.

Für die Analysis ist der Begriff der Ableitung fundamental. Er soll durch den Aufbau algebraischer und geometrischer Grundvorstellungen sowie unter Berücksichtigung des Anwendungs- und Modellbildungsaspektes erarbeitet werden: Ableitung als (lokale) Änderungsrate einer Funktion, Ableitung als Steigung der Tangente an einen Funktionsgraphen sowie in außermathematischen Zusammenhängen, wie z.B. Ableitung einer Weg-Zeit-Funktion als Momentangeschwindigkeit in der Physik, Ableitung einer zeitlich veränderlichen Bestandsgröße als Wachstums- oder Zerfallsgeschwindigkeit des betrachteten Prozesses, Ableitung der Einkommenssteuerfunktion als Spitzensteuersatz. Dabei ist für die Schülerinnen und Schüler die Betrachtung und Mathematisierung von Grenzprozessen ungewohnt und von besonderer didaktischer Bedeutung. Diese neue infinitesimale Sichtweise der Mathematik ist das Kernstück der Analysis I und muss - sicherlich unterschiedlich ausgeprägt - für die jeweiligen Orientierungsmodelle im Jahrgang 11 der Schulen - gleichermaßen als Grundverständnis, Methode und Kalkül in den Köpfen der Schülerinnen und Schüler sinnstiftend verankert und hinreichend für Anwendungen und den weiteren Ausbau in der Qualifikationsphase entwickelt sein.

Während eine mehr anschauliche Einführung des Grenzwertes des Differenzenquotienten im Hinblick auf den Grundkurs genügt, ist eine vertiefte Betrachtungsweise (z.B. auch über Folgen) und stärkere Formalisierung des Grenzwertbegriffs im Hinblick auf den Leistungskurs gefordert. Die Einführung des Stetigkeitsbegriffes soll nur als Vertiefung angestrebt werden. Grenzwerte zusammengesetzter Terme sind erst zur Vorbereitung der Ableitungsregeln zu untersuchen.

Als Anwendung des Ableitungskalküls kommt der Untersuchung und Beschreibung funktionaler Zusammenhänge eine wichtige Rolle zu. Begriffe wie Maximum, Minimum, Zunahme oder Abnahme sind



zentral für das Verständnis vieler Anwendungssituationen. Dabei sollen, um die Überforderung der Schülerinnen und Schüler zu vermeiden, inner- und außermathematische Bezüge im angemessenen Verhältnis stehen und die Komplexität des verwendeten Funktionenmaterials überschaubar bleiben. Es ist jedoch in jedem Fall zu beachten, dass ein reines Kalkültraining im Bereich ganzrationaler Funktionen den Intentionen des Kurses nicht gerecht werden kann.

Wegen der von Jahr zu Jahr unterschiedlichen Länge der Schulhalbjahre können die Fachkonferenzen den zeitlichen Notwendigkeiten angemessene Verschiebungen bestimmter curricularer Kursanteile festlegen. So sind insbesondere begrenzte und didaktisch vertretbare Umschichtungen zwischen den Halbjahren 11.2 und 12.1 möglich (z.B. kann die Erarbeitung weitergehender Themen der Differentialrechnung aus der 12.1 vorgezogen werden). Die verbindlichen Inhalte des Gesamtcurriculums für den Bereich der Analysis (11.1 bis 12.1) dürfen dabei nicht gekürzt und Voraussetzungen für die Abiturprüfung nicht beschnitten werden.

Die didaktischen und methodischen Möglichkeiten neuer Medien und moderner schulrelevanter Rechner bzw. mathematischer Software sollen in ausgewählten Unterrichtszusammenhängen genutzt werden. Dabei kommen vor allem solche Einsatzbereiche infrage, bei denen gesicherte Erfahrungen aus der didaktischen Forschung vorliegen und dokumentiert sind. Dabei können grafikfähige Taschenrechner, Taschencomputer und mathematische Software genutzt werden als

- Mittel zur Veranschaulichung und Visualisierung funktionaler Zusammenhänge (z.B. bei bestimmten Funktionsuntersuchungen) und algebraisch akzentuierter Begriffsbildungen (z.B. Grenzwertbegriff, Zugang zur linearen Approximation über die Idee des „Funktionenmikroskopes“). Auch die meist vorhandenen Tabellierungsfunktionen der Systeme können ergänzend verwendet werden.
- Rechenhilfsmittel, um einerseits den Kalkülaufwand bei Begriffserarbeitungen oder Herleitungen zu bewältigen und andererseits eine übertriebene Kalkülorientierung zu vermeiden (z.B. Ableitungsbegriff, Erarbeitung der Ableitungsregeln).
- Medium zur Unterstützung experimentellen und heuristischen Arbeitens (z.B. Untersuchung spezieller Grenzwerte, Entdeckung höherer Ableitungsregeln).
- mathematische Werkzeuge, die Zugänge zu realitätsbezogenen Anwendungen erleichtern und Modellbildungsprozesse erst mit vertretbarem Aufwand ermöglichen (z.B. Untersuchung von Steuertarifen).
- Darüber hinaus können die in den meisten Schulen oder auch privat vorhandenen Internetzugänge genutzt werden, um zu bestimmten mathematischen Themen zu recherchieren (z.B. zur Geschichte der Analysis) oder auch um Informationen für die Bearbeitung spezieller Anwendungen zu erhalten (z.B. soziographische Entwicklungen).

Anregungen zum fachübergreifenden und fächerverbindenden Arbeiten:

|   |   |
|---|---|
| Physik  | Der Begriff der Ableitung zur Festlegung und als Bindeglied zwischen physikalischen Begriffen: Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung; Energie und Leistung; Ladung und Stromstärke; Temperatur und Temperaturgefälle; Winkel und Winkelgeschwindigkeit; Wärmehalt und spezifische Wärme |
| Biologie, Chemie (Medizin)                                | Ableitungsbegriff zur Mathematisierung von Prozessen: Geschwindigkeit und Beschleunigung bei Wachstums- und Zerfallsprozessen; Reaktionsgeschwindigkeit; Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Epidemie,  |
| Physik, Technik   | Brückenbau, Trassierung von Straßen und Gleisen, technische Kinematik, Verkehrsdurchsatz; Extremalprobleme bei Konstruktionen   |
| Fächer des gesellschaftswissenschaftlichen Aufgabenfeldes | Steuertarife (Steuer und Spitzensteuersatz), Kostenfunktionen, Grenzkosten, Optimierungsprobleme in der Wirtschaft; Inflationsrate, Scheidungsrate, soziographische Entwicklungen; Politikersprache („Rückgang des Anstiegs der Arbeitslosenzahlen“)                                      |

11

## Analysis I

## Unterrichtsinhalte

## Stichworte

Funktionsbegriff und wiederholende Betrachtung elementarer Funktionsklassen

Definitionsmenge, Wertemenge, Funktionsterm, -gleichung, -graph, Wertetabelle, Umkehrfunktion

Untersuchung linearer, quadratischer und weiterer einfacher ganzrationaler Funktionen mit in der Sekundarstufe I erworbenen Methoden

Untersuchung elementarer Funktionen, Potenzfunktionen, Exponential- und trigonometrischer Funktionen

Einführung des Ableitungsbegriffes

Änderungsrate einer Funktion; Steigung eines Graphen oder Einstieg über einen Anwendungszusammenhang  
Differenzenquotient (Änderungsrate, Steigung)  
Grenzwert des Differenzenquotienten als Stabilisierungsprozess (Rechner)  
Bestimmung durch algebraische Vereinfachung des Quotienten  
Infinitesimale Sichtweise

Ableitung einer Funktion an einer Stelle  
Ableitungsfunktion

Berechnung von Ableitungen elementarer Funktionen:  
 $f(x) = x^n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$   
Verknüpfen geometrischer und algebraischer Sichtweisen

Ableitungsfunktionen, höhere Ableitungsfunktionen

Typische Ableitungskalküle

Summen- und Faktorregel durch Zurückführung auf die Grenzwertbestimmung zusammengesetzter Terme  
Umkehrung des Ableitens

Funktionsuntersuchung mit Hilfe des Ableitungskalküls

Monotonie- und Krümmungsverhalten; relative und absolute Extrempunkte, Wendepunkte (jeweils notwendige und hinreichende Kriterien), vollständige Kurvendiskussion  
ganzrationale Funktionen (schwerpunktmäßig), auch Beispiele aus anderen Funktionsklassen

Bestimmung funktionaler Zusammenhänge

Bestimmung von Funktionen mit vorgegebenen Eigenschaften

Anwendungen und Weiterführung des Ableitungskalküls

Extrempunkte (auch Lösung mit den Methoden der Sekundarstufe I)  
Umkehrfunktion (Taschenrechner)  
Erweiterung des Ableitungskalküls (Quotientenregel nur als Vertiefung)

|   |  |
|---|--|
| <p><b>Querverweise:</b></p> <p><b>18. Jahrhundert:</b> G, Phil, D, Mu, Phy</p> <p><b>Renaissance, Reformation, Aufklärung:</b> G, Phil, L, GrA, D, Mu, Phy, Rka</p> <p><b>Ökonomie vs. Ökologie?:</b> D, E, Spa, Ita, L, PoWi, Ek, Rev, Phil, Spo</p> <p><b>Mathematische Konzepte:</b> Phy</p> <p><b>Programmierung – Simulation:</b> Inf, Ch, Phy, PoWi</p> | <p><b>Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):</b></p> <p>Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung</p> <p>Kulturelle Praxis</p> |
|---|--|

## 4.2 Die Jahrgangsstufe 12: - Analysis II - Lineare Algebra / Analytische Geometrie

### 4.2.1 12.1 Analysis II Didaktisch-methodische Überlegungen

Die Berechnung des Inhalts einer Fläche, die von einer Kurve begrenzt wird, erfordert eine Erweiterung der Methode der Flächenberechnung. Der Gedanke, Flächeninhalte mittels geeigneter Approximation zu berechnen, führt wiederum zu einer infinitesimalen Methode. Damit werden Bezüge zum vorangegangenen Unterricht der Jahrgangsstufe 11 hergestellt.

Als Zugang zur Analysis II ist die Einführung in die Integralrechnung vorgesehen. Die gegenüber der Sekundarstufe I verallgemeinerte Flächeninhaltsberechnung erfolgt zunächst über die Betrachtung von Ober- und Untersummen und wird auf die Frage nach der Existenz eines gemeinsamen Grenzwertes zurückgeführt. Durch den Einsatz geeigneter Rechner kann gerade hier der Kalkülaufwand erheblich reduziert und die Konzentration der Schülerinnen und Schüler auf das Verständnis begrifflicher Zusammenhänge gelenkt werden. An geeigneten Anwendungsbeispielen soll der Zusammenhang zwischen Flächeninhaltsbestimmung und der Berechnung verallgemeinerter Größenprodukte aufgezeigt werden. Dabei ist die Grundvorstellung dieses infinitesimalen Summationsprozesses durch die Behandlung geeigneter Anwendungsbeispiele (z.B. physikalische Arbeit, Gesamtwachstum einer Größe, Volumenbestimmung) hinreichend zu verankern.

Mit dem Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung wird eine Verbindung zwischen den Operationen Differenzieren und Integrieren hergestellt. Der Begriff der Stetigkeit soll im Leistungskurs zum vertieften Verständnis dieses zentralen Lehrsatzes beitragen. Im Grundkurs wird man sich auf eine eher anschauliche Herleitung und die Herausarbeitung seines Nutzens für die Ermittlung bestimmter Integrale beschränken.

Neben der Einführung der Integralrechnung umfasst der Kurs Analysis II die Weiterführung der Differentialrechnung. Dabei geht es um die weitergehende und vertiefende Untersuchung komplexerer Funktionen unter Einbeziehung transzendenter, trigonometrischer und rationaler Funktionen und auch Funktionenscharen. Dazu wird die Erarbeitung eines angemessenen Kalkülvorrates als Fortführung des Jahresthemas Analysis I abgeschlossen. Während man sich im Grundkurs auf die Produktregel und die Kettenregel (lineare Verkettung) beschränkt, müssen im Leistungskurs die Quotientenregel und die allgemeine Form der Kettenregel behandelt werden.

Die notwendige Verzahnung der Differential- und Integralrechnung wird deutlich, wenn die partielle Integration im Zusammenhang mit der Produktregel und die Integration durch Substitution im Zusammenhang mit der Kettenregel eingeführt und betrachtet werden, wobei sich der Grundkurs auf lineare Substitution beschränkt. Weitere Verbindungen von Differential- und Integralrechnung kann die Behandlung von Differentialgleichungen im Zusammenhang mit der Mathematisierung von Problemstellungen aus verschiedensten Anwendungsbereichen bieten.

Hier ist die Durchführung von Schülerprojekten zu ausgewählten Sachthemen möglich, mit denen Bezüge zu anderen Fachgebieten aufgezeigt werden können.

Insgesamt bietet der Kurs vielfältige Möglichkeiten zum Aufgreifen von Realitätsbezügen und zur Modellierung. Dies gilt insbesondere für Mathematisierungen mittels transzendenter Funktionen, die einen wichtigen Unterrichtsgegenstand im Kurs darstellen. Während Exponential- und Logarithmusfunktionen vor allem Wachstums- und Zerfallsprozesse in vielfältigen Zusammenhängen beschreiben, stehen trigonometrische Funktionen hauptsächlich im physikalischen und technischen Kontext.

Möglichkeiten der Approximation funktionaler Zusammenhänge als wichtiges Anwendungsfeld sollen vor allem im Leistungskurs behandelt werden. Zur Gewinnung passender Funktionsterme können einerseits typische Verfahren der Analysis (z.B. TAYLOR-Polynome, Interpolation) leicht bereitgestellt werden, andererseits aber auch mathematische Verfahren verwendet werden, bei denen aus konkreten empirischen Daten Näherungsfunktionen gewonnen werden. Für den Unterricht bietet sich die Behandlung der Regressionsrechnung an, weil diese theoretisch leicht erarbeitet werden kann und moderne Rechner durchgängig unterschiedliche Regressionsmodelle bereitstellen (z.B. linear, quadratisch, exponentiell). Gerade hier gibt es eine Fülle realitätsbezogener Materialien, die sich methodisch besonders für von den Schülerinnen und Schülern selbstgesteuerte Unterrichtssequenzen, für Gruppenarbeit und für Projektaufträge eignen.

Sowohl im Grund- als auch im Leistungskurs ist auf die Einhaltung einer Balance zwischen Anwendungsorientierung und der theoretisch abgesicherten Erarbeitung der dazu notwendigen mathematischen Voraussetzungen zu achten.

Die didaktischen und methodischen Möglichkeiten neuer Medien und moderner schulrelevanter Rechner bzw. mathematischer Software können auch hier, ähnlich wie für die Jahrgangsstufe 11 beschrieben, in ausgewählten Unterrichtszusammenhängen genutzt werden.

Anregungen zum fachübergreifenden und fächerverbindenden Arbeiten:

|  |   |
|--|---|
| Fächer des mathematisch-naturwissenschaftlich-technischen Aufgabenfeldes | Integral als mathematische Grundlage des Arbeits- und Energiebegriffs; Integral als Gesamtzuwachs; Volumina-Bestimmung; Mathematisierung von Schwingungs-, Wellen-, Zerfalls-, Lade-, Entlade- und Alterungsvorgängen                   |
| Fächer des gesellschaftswissenschaftlichen Aufgabenfeldes                | Gewinnung und Untersuchung funktionaler Zusammenhänge zur Beschreibung gegebener Daten; Untersuchung von Entwicklungen bei Populationen; Mittelwertbildung bei stetigen Wachstumsvorgängen; Mathematisierung von Wirtschaftskreisläufen |
| Biologie (Medizin)   | Abbau von Medikamenten und Schadstoffen im Körper; Herzleistungsmessung   |

| GK 12.1  | Analysis II   |
|--|---|
| <b>Unterrichtsinhalte</b>  | <b>Stichworte</b>   |
| Einführung in die Integralrechnung   | <p>Berechnung von Flächeninhalten durch Approximation und Grenzprozesse, Definition des bestimmten Integrals, Entwicklung der Grundvorstellung des Integralbegriffs als verallgemeinerte Summation in Anwendungszusammenhängen</p> <p>Eigenschaften und Anwendung des bestimmten Integrals (Summen- und Faktorregel)</p> <p>Begriff der Stammfunktion und unbestimmtes Integral</p> <p>Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und Stammfunktionsintegrale, Flächeninhaltsberechnung</p> |
| Erweiterung und Verknüpfung der Differential- und Integralrechnung   | <p>Untersuchung komplexerer Funktionen, dazu Erarbeitung und Anwendung der Produkt- und Kettenregel (lineare Verkettung)</p> <p>Lineare Substitution als weiterführende Integrationsmethode</p> <p>Herausarbeitung des Zusammenhanges zur Kettenregel</p> <p>Verständiger Umgang mit den erarbeiteten Kalkülen der Analysis in bekannten Funktionsklassen: ganzrationale Funktionen, einfache rationale Funktionen, Exponential- und einfache trigonometrische Funktionen</p>                     |
| Anwendung und Vertiefung der Differential- und Integralrechnung  | <p>Funktionsuntersuchungen</p> <p>Extremalprobleme</p> <p>Volumenintegral (Rotation um die x-Achse)</p>   |
| <b>Querverweise:</b><br><br><b>Wirtschaftsprozesse:</b> PoWi, G, Ek, E, F (GK/Profil É)<br><b>Integralbegriff:</b> Phy | <b>Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):</b><br><br>Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung<br>Kulturelle Praxis   |

## LK 12.1

## Analysis II

## Unterrichtsinhalte

## Stichworte

Einführung in die Integralrechnung

Berechnung von Flächeninhalten durch Approximation und Grenzprozesse, Definition des bestimmten Integrals als Grenzwert von Ober- und Untersumme, Entwicklung der Grundvorstellung des Integralbegriffs als verallgemeinerte Summation in Anwendungszusammenhängen, Analyse des Integralbegriffs (Bedeutung der Beschränktheit und Stetigkeit von Funktionen)

Eigenschaften und Anwendung des bestimmten Integrals (Summen- und Faktorregel)

Begriff der Stammfunktion und unbestimmtes Integral

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und Stammfunktionsintegrale

Numerische Integration

Erweiterung und Verknüpfung der Differential- und Integralrechnung

Produktregel, Quotientenregel, Kettenregel, Ableitung von Umkehrfunktionen

Exponential- und Logarithmusfunktionen, Mathematisierung von Wachstums- und Zerfallsprozessen, trigonometrische Funktionen

Partielle Integration, Integration durch Substitution, Zusammenhang zur Produkt- und Kettenregel, uneigentliche Integrale

Untersuchung komplexerer Funktionen und Extremalprobleme (auch mit Integration)

Anwendung und Vertiefung der Differential- und Integralrechnung

Volumenintegral  
Integralbegriff in Anwendungszusammenhängen  
Approximation von Funktionen: Asymptotisches Verhalten, Approximation durch Polynome (z. B. TAYLOR-Entwicklung), Ausgleichskurven als mathematische Modelle für gegebene Daten

## Querverweise:

**Wirtschaftsprozesse:** PoWi, G, Ek, E, F (GK/Profil É)  
**Integralbegriff:** Phy

## Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung  
Kulturelle Praxis

#### 4.2.2 12.2 Lineare Algebra / Analytische Geometrie

Didaktisch-methodische Überlegungen

In dem Kurs Lineare Algebra / Analytische Geometrie werden zwei Grundvorstellungen des Mathematikunterrichts miteinander in Verbindung gebracht. Es kann hier eine starke Anwendungsrelevanz gezeigt, andererseits können daraus theoretische Konzepte und Anfänge einer mathematischen Theorie entwickelt werden.

Von diesen Basisvorstellungen ausgehend kann damit begonnen werden, einfache Objekte des dreidimensionalen Anschauungsraums mit Hilfe von Vektoren zu beschreiben und zu untersuchen. Bei diesem Einstieg, in dem die Geometrie im Vordergrund steht, soll auch das räumliche Vorstellungsvermögen durch die Betrachtung von Modellen und durch zeichnerische Darstellungen von räumlichen Gebilden gefördert werden.

Mit Hilfe von Vektoren werden Geraden und Ebenen dargestellt und geometrische Fragestellungen erklärt und beschrieben, so dass schließlich strukturelle Sachverhalte entwickelt werden können. Als notwendiges Handwerkszeug ist ein tragfähiges Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme unerlässlich. Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme, wie z.B. das Gauß-Verfahren, lassen eine Computerunterstützung angezeigt erscheinen.

Neben Anwendungen in der Geometrie sollen die Schülerinnen und Schüler erfahren, dass die hier entwickelten Begriffe, Konzepte und Verfahren auch in anderen Gebieten grundlegend und bedeutungsvoll sind.

Nur im Leistungskurs wird mehr Wert auf Begrifflichkeit und Systematik gelegt. Ebenso können wohl auch nur hier Kreis oder Kugel angesprochen werden.

Neben geometrischen Fragestellungen eignet sich auch die Diskussion zahlreicher Anwendungen zum Einstieg in das Kursthema, die allesamt auf lineare Gleichungssysteme führen. Hier, bei größeren linearen Gleichungssystemen, sollte dann die Behandlung des Gaußschen Algorithmus breiten Raum einnehmen. Aber auch bei diesem Weg ist eine geometrische Interpretation von Lösungsmengen der linearen Gleichungssysteme zu empfehlen. Durch sie können strukturelle Aspekte verdeutlicht und herausgearbeitet werden. Durch die Matrix-Vektor-Schreibweise werden Matrizen eingeführt und möglicherweise Matrizenaddition oder Matrizenmultiplikation motiviert.

Eine umfangreichere Behandlung des Matrizenkalküls kann sich vor allem in Leistungskursen ergeben, wenn Matrizen mit linearen oder affinen Abbildungen in Zusammenhang gebracht werden. Hieraus öffnen sich viele Querverbindungen z.B. zu iterierten Funktionensystemen der fraktalen Geometrie oder zur Stochastik. Matrizen werden in zahlreichen Berufsfeldern und angewandten Wissenschaften zur Modellierung von Sachproblemen genutzt. Deshalb sollte der Anwendungsbezug nicht nur auf innermathematische Fragestellungen beschränkt bleiben. Beispiele für Anwendungsfelder, die für Modellbildungen geeignet sind: Input-Output-Analyse, Beschreibung von Prozessen durch Übergangsmatrizen (Warteschlangen, Maschinenkontrolle, Irrfahrtmodelle usw.). Hierbei können auch Simulationsprogramme eingesetzt werden.

In den Unterrichtsinhalten soll es nicht um die Deduktion mathematischer Theorien gehen. Die Begriffe und mathematischen Sätze werden als Werkzeuge verstanden, deren Bedeutung mehr in der Nützlichkeit liegt, geometrische Fragestellungen oder Problemstellungen aus anderen Gebieten zu beschreiben, zu erklären und zu lösen. So sollten auch im Leistungskurs exakte Beweise nur exemplarisch durchgeführt werden.

Die Arbeit mit Tabellen, Formelsammlungen, Materialien aus Anwendungsbezügen, Zeitschriften usw. und der Einsatz von Medien erweitern die Möglichkeit der Selbstständigkeit und der Teamarbeit und bieten.



Anregungen zum fachübergreifenden und fächerverbindenden Arbeiten:

|  |   |
|--|---|
| Physik   | Vektorrechnung, Skalarprodukt, Vektorprodukt  |
| Physik, Gemein-<br>schaftskunde  | Lineare Gleichungssysteme im Zusammenhang mit Verkehrsleitsystemen  |
| Fächer des gesell-<br>schaftswissenschaft-<br>lichen Aufgabenfel-<br>des | Matrizenrechnung bei Produktionsabläufen, Skalarprodukt beim Rechnen mit Lis-<br>ten, usw.                        |
| Kunst<br>(Architektur)   | Räumliche Gebilde, Dach- und Fassadenflächen, Längen von Begrenzungslinien,<br>Winkel zwischen Gebäudekanten usw. |
| Erdkunde   | Abstandsbestimmungen in der Kartographie (z.B. unter Berücksichtigung von Hö-<br>henlinien)                       |
| Biologie   | Matrizenrechnung bei Populationsentwicklungen   |

## GK 12.2

## Lineare Algebra / Analytische Geometrie

## Unterrichtsinhalte

Analytische Geometrie

## Stichworte

Vektoren

Geraden und Ebenen (Parameter- und Koordinatendarstellung)

Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren

Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen im Raum

Zur Vertiefung können Geradenbüschel, Ebenenbüschel betrachtet werden

Skalarprodukt

Länge eines Vektors

Winkel zwischen zwei Vektoren, Orthogonalität

Abstandsbestimmungen (außer Abstandsbestimmungen bei windschiefen Geraden)

Schnittwinkel von Geraden im Raum

Anwendungen des Skalarproduktes

Lineare Gleichungssysteme

Anwendungen linearer Gleichungssysteme

Lösungsverfahren (insbesondere Gauß-Algorithmus bei umfangreicheren Gleichungssystemen)

Geometrische Interpretation von Lösungsmengen

## Querverweise:

**Datenbanken:** Inf, PoWi, G, Ek, Ch  
**Vektoren:** Phy

## Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung

| LK 12.2  | Lineare Algebra / Analytische Geometrie  |  |
|--|--|--|
| <b>Unterrichtsinhalte</b>  | <b>Stichworte</b>  |  |
| Analytische Geometrie  | Vektoren<br><br>Geraden und Ebenen (Parameter- und Koordinatendarstellung)<br><br>Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren<br><br>Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen im Raum<br>Geradenbüschel, Ebenenbüschel<br><br>Teilverhältnisse<br><br>Skalarprodukt<br>Länge eines Vektors<br>Winkel zwischen zwei Vektoren, Orthogonalität<br><br>Normalenform von Geraden und Ebenengleichungen<br>Abstandsbestimmungen<br>Schnittwinkel von Geraden und Ebenen im Raum<br>Anwendungen des Skalarproduktes |  |
| Lineare Gleichungssysteme  | Anwendungen linearer Gleichungssysteme<br><br>Lösungsverfahren, auch Gauß-Algorithmus<br><br>Geometrische Interpretation von Lösungsmengen   |  |
| Vektorräume  | Begriff des Vektorraums<br>Basis und Dimension   |  |
| Matrizen und lineare Abbildungen *)  | Begriff der Matrix, Produkt von Matrizen, Inverse Matrix, Anwendungen in der Geometrie oder bei nicht-geometrischen Problemen  |  |
| Fortführung der Analytischen Geometrie **)   | Vektorprodukt mit Anwendungen<br>Kreis, Kugel<br>Lagebeziehungen zwischen Kugel und Ebene  |  |
| <b>Querverweise:</b><br><br><b>Datenbanken:</b> Inf, PoWi, G, Ek, Ch<br><b>Vektoren:</b> Phy | <b>Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):</b><br><br>Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung   |  |

\*) und \*\*): Einer der beiden Unterrichtsinhalte Kernbereiche ist verbindlich.

### 4.3 Die Jahrgangsstufe 13: - Stochastik - Kursthemen zu den drei Sachgebieten

#### 4.3.1 13.1 Stochastik Didaktisch-methodische Überlegungen

Im Rahmen dieses Kurses werden die Schülerinnen und Schüler mit den Denkweisen und Methoden der Wahrscheinlichkeitstheorie und der beschreibenden und beurteilenden Statistik vertraut. Sie erfahren Mathematik als stark anwendungsbezogene Wissenschaft, es können auch in größerem Umfang aktuelle, reale Daten verwendet werden. Sie lernen, dass in Situationen, die anscheinend keine klare Entscheidungen und Beurteilungen gestatten, es durchaus sinnvoll sein kann, soweit es sich um stochastische Prozesse handelt, diese durch geeignete mathematischen Modelle zu beschreiben und quantitative Aussagen über Wahrscheinlichkeiten und Erwartungen bei Abläufen zu machen, deren jeweiliger Ausgang unbekannt ist.

Die Modellbildung stellt einen wesentlichen Gesichtspunkt bei der Behandlung stochastischer Themen dar. Die Schülerinnen und Schüler sollen erkennen, dass es zu einer Fragestellung durchaus verschiedene Modellbildungen geben kann. Dabei sind auch die Grenzen der benutzten Modelle aufzuzeigen.

Die Begriffe Ereignis und Wahrscheinlichkeit spielen bei diesen Überlegungen eine fundamentale Rolle. Jedoch ist eine ausführliche Bearbeitung des Themas „Ereignisalgebra“ im Rahmen dieses Kurses nicht erforderlich, es genügt, die aussagenlogischen Relationen „und“ bzw. „oder“ zur Verbindung von Ereignissen zu verwenden. Der Begriff Wahrscheinlichkeit kann zunächst im Hinblick auf sich stabilisierende Häufigkeiten bei oft wiederholten Zufallsexperimenten diskutiert werden. Der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff sollte jedoch - auch in Grundkursen - problematisiert werden. Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen sind so zu wählen, dass den empirischen Befunden entsprechen. Die axiomatische Definition (Kolmogoroff) des Wahrscheinlichkeitsbegriffs führt in Leistungskursen zu einem tieferen Verständnis des Begriffes der Wahrscheinlichkeitsverteilung. Der Abbildungscharakter von Wahrscheinlichkeit, Zufallsgröße und Wahrscheinlichkeitsverteilung erhält hier stärkeres Gewicht, spielt aber im Allgemeinen eine eher untergeordnete Rolle.

Die Binomialverteilung gilt als grundlegende Verteilungsfunktion, dennoch sollte eine Berechnung der Werte nur in Einzelfällen durchgeführt werden. Hier ist in geeigneter Weise das Arbeiten mit statistischen Tabellen oder Taschenrechnern in den Unterricht einzubeziehen. Einfache Rekursionen erlauben auch mittels programmierbarer Taschenrechner die eigenständige Berechnung der Werte der Binomialverteilung.

Sowohl im Grundkurs als auch im Leistungskurs kann das Testen von Hypothesen an vielen anwendungsorientierten Problemen ausgeführt werden. Im Grundkurs betrachtet man dabei solche Probleme, die eine Modellierung erlauben, bei der die Binomialverteilung zum Tragen kommt. Im Leistungskurs sind auch Approximationen der Binomialverteilung anzuwenden. Durch den kritischen Umgang mit Datenmaterial gewinnen die Schülerinnen und Schüler die Einsicht, dass beim Testen von Hypothesen unvermeidbar durch die Konstruktion des Testes Fehler entstehen. Wesentlich ist die Erkenntnis, dass eine Abhängigkeit zwischen dem Fehler erster Art und dem Fehler zweiter Art besteht.

In besonderer Weise kann in diesem Kurs das selbstständige Erarbeiten und die kritische Betrachtung der Ergebnisse durch die Schülerinnen und Schüler - aber auch das Arbeiten im Team - gefördert werden, denn auf eine strenge Abfolge der Unterrichtsinhalte kann teilweise verzichtet werden, so dass hierbei stärker die Problemorientierung als Unterrichtsprinzip zum Tragen kommt. Die Möglichkeiten, aktuelles Datenmaterial als Ergänzung zum Lehrbuch zu verwenden, sollten genutzt werden, da dadurch eine verstärkte Motivation erreicht wird und in besonderer Weise fachübergreifende und fächerverbindende Themen im Unterricht bearbeitet werden können. Zur Begründung von Sätzen reicht in den Grundkursen meist eine Plausibilitätsbetrachtung aus. In den Leistungskursen kann auf einige exemplarische Beweise nicht verzichtet werden.

Anregungen zum fachübergreifenden und fächerverbindenden Arbeiten:

|   |   |
|---|---|
| Biologie  | Vererbung, Ansteckungsrisiko, Wirksamkeit von Medikamenten und Tests, Verhaltensforschung   |
| Physik  | Zerfallsvorgänge, Thermodynamik, Atommodelle  |
| Chemie  | Orbitalmodell   |
| Fächer des gesellschaftswissenschaftlichen Aufgabenfeldes | Meinungsumfragen, Wahlprognosen, demographische Statistik (Abhängigkeiten von Merkmalen), Planungen von Verkehrseinrichtungen, Statistische Kontrollmethoden bei der Massenproduktion, Anwendung der Spieltheorie bei Lösung wirtschaftsmathematischer Fragen, Versicherungswesen |
| Erdkunde  | Meteorologie  |

| GK 13.1   | Stochastik  |
|---|---|
| <b>Unterrichtsinhalte</b>   | <b>Stichworte</b>   |
| Grundlegende Begriffe der Stochastik  | <p>Zufallsexperimente und Ereignisse</p> <p>Absolute und relative Häufigkeit, Häufigkeitsverteilungen und deren graphische Darstellungen<br/>Lage- und Streumaße</p> <p>Wahrscheinlichkeitsbegriff (Laplace-Wahrscheinlichkeit soll als Sonderfall erkannt werden)<br/>Empirisches Gesetz der großen Zahlen</p>         |
| Berechnung von Wahrscheinlichkeiten   | <p>Additionssatz<br/>Pfadregeln (Summe, Produkt)</p> <p>Unabhängigkeit von zwei Ereignissen<br/>Bedingte Wahrscheinlichkeiten</p>   |
| Kombinatorische Zählprobleme<br>(Zählverfahren sollten nur so weit behandelt werden, wie sie für das Verstehen der nachfolgenden Fragestellungen nötig sind.) | <p>Geordnete Stichprobe (mit/ohne Zurücklegen)<br/>Ungeordnete Stichprobe (ohne Zurücklegen)</p>  |
| Wahrscheinlichkeitsverteilung von Zufallsgrößen   | <p>Zufallsgröße, Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung einer Zufallsgröße</p> <p>Bernoullikette<br/>Binomialverteilung</p>   |
| Hypothesentest  | <p>Ein- und zweiseitiger Test<br/>Annahmebereich, Ablehnungsbereich<br/>Fehler erster und zweiter Art; die Binomialverteilung erlaubt, das Testen von Hypothesen ausführlich zu besprechen: Nullhypothese, Alternativhypothese sowie Signifikanzniveau sind an Beispielen aus verschiedenen Gebieten zu formulieren</p> |
| <b>Querverweise:</b><br><br><b>Quantenphysik:</b> Phy, D, Phil<br><b>Manipulation:</b> D, E, Mu, G<br><b>Verhaltensforschung:</b> Bio                         | <b>Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):</b><br><br>Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung<br>Gesundheitserziehung  |

| LK 13.1   | Stochastik  |  |
|---|---|--|
| <b>Unterrichtsinhalte</b>   | <b>Stichworte</b>   |  |
| Grundlegende Begriffe der Stochastik  | Zufallsexperimente und Ereignisse<br>Absolute und relative Häufigkeit, Häufigkeitsverteilungen und deren graphische Darstellungen<br>Lage- und Streumaße<br><br>Wahrscheinlichkeitsbegriff (Laplace-Wahrscheinlichkeit soll als Sonderfall erkannt werden)<br>Empirisches Gesetz der großen Zahlen  |  |
| Berechnung von Wahrscheinlichkeiten   | Additionssatz<br>Pfadregeln (Summe, Produkt)<br><br>Unabhängigkeit von Ereignissen<br>Bedingte Wahrscheinlichkeiten   |  |
| Kombinatorische Zählprobleme<br>(Zählverfahren sollten nur so weit behandelt werden, wie sie für das Verstehen der nachfolgenden Fragestellungen nötig sind.) | Geordnete Stichprobe (mit/ohne Zurücklegen)<br>Ungeordnete Stichprobe (ohne Zurücklegen)  |  |
| Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Zufallsgrößen   | Zufallsgröße, Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung<br><br>Wahrscheinlichkeitsverteilungen mehrerer Zufallsgrößen (Summe oder Produkt)  |  |
| Spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilungen   | Bernoullikette<br>Binomialverteilung<br><br>Normalverteilung (Dichte- und Verteilungsfunktion)<br>Näherungsformeln für die Binomialverteilung   |  |
| Hypothesentest  | Ein- und zweiseitiger Test<br>Annahmebereich, Ablehnungsbereich, Fehler erster und zweiter Art; die Binomialverteilung erlaubt, das Testen von Hypothesen ausführlich zu besprechen: Nullhypothese, Alternativhypothese sowie Signifikanzniveau sind an Beispielen aus verschiedenen Gebieten zu formulieren<br>Operationscharakteristiken dienen zur Verdeutlichung des Zusammenhanges zwischen dem Fehler erster Art und dem Fehler zweiter Art |  |
| <b>Querverweise:</b><br><br><b>Quantenphysik:</b> Phy, D, Phil<br><b>Manipulation:</b> D, E, Mu, G<br><b>Verhaltensforschung:</b> Bio                         | <b>Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):</b><br><br>Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung<br>Gesundheitserziehung  |  |

#### 4.3.2 13.2 Kursthemen zu den drei Sachgebieten Didaktisch-methodische Überlegungen

Im Kurshalbjahr 13.2 besteht die Möglichkeit, verstärkt fachübergreifend und fächerverbindend zu arbeiten. Um dies zu verwirklichen, sollen Kernbereiche aus den Sachgebieten Analysis, Lineare Algebra / Analytische Geometrie und Stochastik verbunden und vertieft werden.

Es sollen bewusst Bezüge zwischen diesen Sachgebieten hergestellt werden. Hierzu sind Kursthemen vorgegeben. Eines der Kursthemen ist verbindlich auszuwählen.

- Über die Auswahl des Kursthemas sowie
- über die Auswahl, Ergänzungen und Reihenfolge der den Kursthemen zugeordneten möglichen Unterrichtsinhalte

entscheiden die Fachlehrerinnen und Fachlehrer in Zusammenarbeit mit den Fachkonferenzen aus methodischen und didaktischen Überlegungen. Eine Behandlung von nicht aufgeführten Kursthemen ist möglich und bedarf der Genehmigung des zuständigen Staatlichen Schulamtes.

Bei der Behandlung der Kursthemen ist sicherzustellen, dass folgende Ziele erreicht werden:

- Anwendung von erworbenen Kenntnissen bei praxisnahen Fragestellungen,
- Vertiefung und Erweiterung von bearbeiteten Unterrichtsinhalten,
- Aufzeigen von Querverbindungen zwischen den drei Sachgebieten.

Neben innermathematischen Erweiterungen und Vertiefungen empfiehlt es sich, geeignete Anwendungsprobleme aus Technologie, Wirtschaft und Gesellschaft in Projekten zu bearbeiten. Dazu kann ein mathematisches Modell konstruiert werden, um das Ausgangsproblem darin zu bearbeiten, gegebenenfalls das Modell anzupassen und die sich ergebenden Konsequenzen zu interpretieren. Die Grenzen des Modells sind zu reflektieren. Die den Kursthemen 13.2 zugeordneten möglichen Unterrichtsinhalte sind in diesem Zusammenhang als geeignete Werkzeuge für einen solchen mathematischen Modellierungsprozess zu verstehen und haben Anregungscharakter.

Im Schulcurriculum sind die Grundsätze für die Ausdifferenzierung von Grund- und Leistungskurs zu berücksichtigen (vgl. Teil A, Ziff. 3).



## 13.2

## Kursthemen zu den drei Sachgebieten

**Kursthemen** und mögliche Unterrichtsinhalte \*)

**Gewöhnliche Differentialgleichungen**

Richtungsfeld, Differentialgleichungen erster Ordnung, Existenz- und Eindeigkeitssatz, elementare Lösungsmethoden, Differentialgleichungen zweiter Ordnung

**Potenzreihen**

Ganzrationale Funktionen als Näherungsfunktionen, Exponentialreihe, Potenzreihen, Taylorsche Formel, Taylorsche Reihen

**Numerische Näherungsverfahren/Approximation von Funktionen**

Interpolation durch Polynome, Approximationsverfahren, Fixpunkte, Newton-Verfahren, Numerische Integration (Sehnen-Trapezverfahren, Simpsonsche Regel), Regressionsmodelle

**Kreis und Kugel**

Kreis in der Ebene, Kugel, Ebene und Gerade, Lagebeziehungen zwischen Kugel, Ebenen und Geraden, Schnittmengen

**Kegelschnitte**

Vektorgleichung des Doppelkegels, Scheitelgleichung der Kegelschnitte, Arten der Kegelschnitte (Kreis, Parabel, Ellipse und Hyperbel)

**Praktische Stochastik**

Operations-Charakteristik (Anwendung der Binomialverteilung - Anteilstest, Anwendung der Normalverteilung - Mittelwerttest, Gütefunktion), Schätzung des Mittelwerts einer normalverteilten Grundgesamtheit, Vorzeichentest, Chi-Quadrat-Test, Monte-Carlo-Methode, Markow-Ketten, Simulationen

**Determinanten und Matrizen**

Lineare Gleichungssysteme und Determinanten, Determinanten und Volumen, Abbildungsmatrizen und Determinanten

**Affine Abbildungen**

Definition und Eigenschaften affiner Abbildungen, Darstellung affiner Abbildungen, Anwendungen in der fraktalen Geometrie

**Mathematische Strukturen und Beweisverfahren**

Gruppen und Körper; Beweisverfahren: direkter und indirekter Beweis; vollständige Induktion

**Querverweise:**

**Deterministisches Chaos:** Phy, Inf  
**Naturwissenschaftliches Denken:** Bio, Phy, Eth, Phil, Ch  
**Computergaphik:** Inf, Ku  
**Computersimulationen:** Inf, Bio, Ch, D, Phy

**Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung  
 Kulturelle Praxis  
 Gesundheitserziehung

\*) s. 4.3.2, zweitletzter Absatz

**5 Abschlussprofil am Ende der Qualifikationsphase: 13.1 und 13.2****13.1**

Die insbesondere in der Jahrgangsstufe 11 erworbenen Kenntnisse und Fähigkeiten bilden die Grundlage für Analysis II in 12.1 und sind somit in das Abschlussprofil am Ende der Qualifikationsphase entsprechend einbezogen.

Unbeschadet unterschiedlicher schulcurricularer bzw. in der pädagogischen Entscheidung der einzelnen Lehrkraft liegender didaktischer und methodischer Planungen der Kurse ist bezüglich der Sachgebiete Analysis, Lineare Algebra / Analytische Geometrie und Stochastik am Ende von 13.1 von dem im nachfolgenden Schaubild aufgezeigten Abschlussprofil auszugehen.

Diese Vorgaben sind die Grundlagen für die Wahl von Mathematik als schriftliches Abiturprüfungsfach sowohl als Leistungs- als auch als Grundkursfach.

**13.2**

Am Ende der Qualifikationsphase (13.2) ergibt sich der Kenntnisstand aus dem Schaubild zu 13.1 sowie dem für den Unterricht jeweils gewählten Kursthema aus 13.2.

**Abschlussprofil am Ende der Qualifikationsphase (13.1)**

Das Abschlussprofil ergibt sich aus den Sachgebieten der Kurse 12.1 bis 13.1

**Grundkurs****Leistungskurs  
(zusätzlich zum Grundkurs)****Analysis****1. Differentialrechnung und Integralrechnung**

Differenzenquotient, Ableitung an einer Stelle

Grenzwerte, Grenzwertsätze

Ableitungsregeln:

Summenregel, Faktorregel, Produktregel, Kettenregel  
(lineare Verkettung)

Kettenregel (allgemein)  
Verkettung von Funktionen  
Quotientenregel

Ableitungsfunktionen und ihre geometrischen Deutungen

Untersuchungen von Funktionen und ihrer Graphen:  
Symmetrie zur y-Achse, Punktsymmetrie zum  
Koordinatenursprung  
Nullstellen, relative und absolute Extrempunkte,  
Wendepunkte  
Monotonieverhalten, Krümmungsverhalten

Achsensymmetrie, Punktsymmetrie

Krümmungsverhalten: Bestimmung der  
Lösungsmenge von Ungleichungen

Tangentengleichungen

Umkehrfunktion

Ableitung der Umkehrfunktion

Bestimmung von Funktionen oder Funktionenscharen zu vorgegebenen Bedingungen

Extremwertaufgaben

|   |   |
|---|---|
| Bestimmtes Integral                                   | Integralbegriff                         |
| Stammfunktion   |   |
| Summen- und Faktorregel                               |   |
| Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung      | Begründung des Hauptsatzes              |
| Berechnung des Inhalts eines begrenzten Flächenstücks | uneigentliches Integral und Anwendungen |
|   | Volumenintegral                         |
| Integration durch lineare Substitution                | Integration durch Substitution          |
|   | Partielle Integration                   |

## 2. Auswahl der Funktionsklassen

|  |   |
|--|---|
| Ganzrationale Funktionsscharen mit Parameter | Logarithmusfunktionen mit Parameter                             |
| Exponentialfunktionen mit Parameter          | trigonometrische Funktionen mit Parameter (ohne Umkehrfunktion) |

## Lineare Algebra / Analytische Geometrie

|  |   |
|--|---|
| Analytische Geometrie:   |   |
| Vektoren   |   |
| Geraden und Ebenen   |   |
| Parameter- und Koordinatendarstellung von Gerade und Ebene im Raum |   |
| Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen im Raum            |   |
| Geradenbüschel, Ebenenbüschel                                      |   |
| Skalarprodukt  | Normalenform von Geraden- und Ebenengleichungen                       |
| Betrag eines Vektors   |   |
| Winkel zweier Vektoren   |   |
| Abstandsbestimmungen (außer bei windschiefen Geraden)              | Abstandsbestimmungen windschiefer Geraden                             |
|  | Besondere Linien und Punkte im Dreieck                                |
| Schnittwinkel von Geraden im Raum                                  | Schnittwinkel   |
| Anwendungen des Skalarproduktes                                    |   |
| Lineare Gleichungssysteme:   |   |
| Homogene und inhomogene lineare Gleichungssysteme                  | Gauß-Algorithmus  |
| Lösungsverfahren, Lösungsmenge                                     | Struktur der Lösungsmenge   |
|  | Lineare Abbildungen und Matrizen:*)                                   |
|  | Begriff der Matrix  |
|  | Matrix-Vektor-Multiplikation  |
|  | Abbildungen   |
|  | Produkt von Matrizen  |
|  | Inverse Matrix  |
|  | Anwendungen   |
|  | Fortführung der Analytischen Geometrie: **)                           |
|  | Vektorprodukt; Kreis, Kugel; Lagebeziehungen zwischen Kugel und Ebene |

**Stochastik**

Ergebnis und Ereignis:

Relative Häufigkeit

Empirisches Gesetz der großen Zahlen

Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses

Laplace-Wahrscheinlichkeit

Berechnen von Laplace-Wahrscheinlichkeiten:

Geordnete Stichprobe (mit und ohne Zurücklegen)

Ungeordnete Stichprobe (ohne Zurücklegen)

Baumdarstellungen

Summen- und Produktregel

Bedingte Wahrscheinlichkeit (Baumdarstellung)

Unabhängigkeit von zwei Ereignissen

Unabhängigkeit von drei Ereignissen

Bernoulli-Kette, Binomialverteilung

Wahrscheinlichkeitsfunktion einer Zufallsgröße

Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung

Normalverteilung als Näherungsformel  
für die Binomialverteilung, Dichte - und  
Verteilungsfunktion

Einseitiger und zweiseitiger Hypothesentest (nur mittels Bi-  
nomialverteilung)

Einseitiger und zweiseitiger Hypothe-  
sentest (auch mittels Normalverteilung)

Annahmebereich, Ablehnungsbereich

Fehler erster und zweiter Art

\*) und \*\*): Einer der beiden Schwerpunkte ist verbindlich