



**Verbindliche curriculare Vorgaben
für den Unterricht in der Qualifikationsphase
der gymnasialen Oberstufe**

Mathematik

Stand: 20.01.2003

Impressum

Verbindliche curriculare Vorgaben für den Unterricht in der Qualifikationsphase in der gymnasialen Oberstufe

Mathematik

(Januar 2003, VcV 8-2003, Pädagogisches Landesinstitut Brandenburg,
14974 Ludwigsfelde-Struveshof)

Herausgeber:

Pädagogisches Landesinstitut Brandenburg (PLIB), 14974 Ludwigsfelde-Struveshof

Tel.: 03378 209-105.

E-Mail: poststelle@plib.brandenburg.de

Dieses Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte einschließlich Übersetzung sind dem Herausgeber vorbehalten. Die Vervielfältigung für schulische Zwecke ist gestattet.

Das Pädagogische Landesinstitut Brandenburg (PLIB) ist eine Einrichtung im Geschäftsbereich des Ministeriums für Bildung, Jugend und Sport des Landes Brandenburg (MBS).

Die verbindlichen curricularen Vorgaben werden vom Pädagogischen Landesinstitut Brandenburg im Auftrag des MBS herausgegeben. Sie werden durch Verwaltungsvorschriften über verbindliche curriculare Vorgaben für den Unterricht in der Qualifikationsphase der gymnasialen Oberstufe des MBS in Kraft gesetzt.

© Ludwigsfelde, Januar 2003

Eine Aufstellung aller verbindlichen curricularen Vorgaben für den Unterricht in der Qualifikationsphase der gymnasialen Oberstufe erscheint im Amtsblatt Nr. x /2003.

Die verbindlichen curricularen Vorgaben werden vom PLIB nicht als Druckfassung herausgegeben. Sie finden diese im Internet auf der Homepage des PLIB unter: www.plib.brandenburg.de.

Schulen, die keinen Internetzugang haben, wenden sich bitte an das PLIB, Tel. 03378 209-173.

Sie erhalten vom PLIB eine CD-ROM oder bei Bedarf eine Kopierfassung.

Inhalt

0	Funktion der verbindlichen curricularen Vorgaben	4
1	Spezifische Aspekte der verbindlichen curricularen Vorgaben im Fach Mathematik	5
1.1	Hinweise zum Umgang mit den verbindlichen curricularen Vorgaben	5
1.2	Gegenüberstellung des Vorläufigen Rahmenplans und der verbindlichen curricularen Vorgaben	5
1.3	Umgang mit den Themen, Inhalten und fachspezifischen Methoden	7
1.4	Berücksichtigung der Einheitlichen Prüfungsanforderungen (EPA)	7
1.5	Struktur der zentralen Prüfungsaufgaben	8
2	Verbindliche curriculare Vorgaben für den Unterricht in der Qualifikationsphase	9
2.1	Analysis	9
2.2	Analytische Geometrie/Lineare Algebra	14
2.3	Stochastik	20
2.4	Umgang mit mathematischen Werkzeugen/Hilfsmitteln	23

0 Funktion der verbindlichen curricularen Vorgaben

Die verbindlichen curricularen Vorgaben für die zehn Fächer des Zentralabiturs konkretisieren die weiterhin geltenden Vorläufigen Rahmenpläne. Sie legen die im Unterricht in den vier Schulhalbjahren der Qualifikationsphase verbindlich zu bearbeitenden Inhalte, Themen, Fachmethoden und die Anforderungen fest. Sie basieren auf den EPA in der jeweils gültigen Fassung, der GOSTV und der VV-GOSTV.

Die in den verbindlichen curricularen Vorgaben festgelegten Themen und Fachmethoden sowie die Anforderungen sollen vergleichbare Voraussetzungen für die zentrale Abiturprüfung sichern.

Da die Abiturprüfung sich auf den Unterricht in der Qualifikationsphase bezieht, wird die Jahrgangsstufe 11 hier nicht berücksichtigt.

Die in den verbindlichen curricularen Vorgaben verwendeten Fachbegriffe entsprechen in der Regel den gültigen Vorläufigen Rahmenplänen für die gymnasiale Oberstufe. In einigen Fächern wurden Präzisierungen und Änderungen vorgenommen. Dies wird im Einzelfall erläutert. Der gemeinsame Europäische Referenzrahmen für Sprachen sowie die neuen EPA für die Fächer Deutsch, Englisch und Mathematik haben Änderungen erforderlich gemacht.

1 Spezifische Aspekte der verbindlichen curricularen Vorgaben im Fach Mathematik

1.1 Hinweise zum Umgang mit den verbindlichen curricularen Vorgaben

Bei der Entwicklung der curricularen Vorgaben im Fach Mathematik waren als spezifische Rahmenbedingungen die Strukturierung des Vorläufigen Rahmenplans von 1992, die zeitgleiche Entwicklung der neuen Einheitlichen Prüfungsanforderungen für dieses Fach sowie die Entwicklung von modernen mathematischen Werkzeugen und ihre Integration in einen modernen Mathematikunterricht zu berücksichtigen.

Ausgehend von diesen Überlegungen werden in den folgenden Abschnitten Aussagen zum Verhältnis von Vorläufigem Rahmenplan und den verbindlichen curricularen Vorgaben (vgl. 2), zur Berücksichtigung der Einheitlichen Prüfungsanforderungen sowie zur Struktur der zentralen Prüfungsaufgaben getroffen.

In den verbindlichen curricularen Vorgaben werden nach grundsätzlichen Positionen zum Umgang mit den Themen und Inhalten des Mathematikunterrichts die Inhaltsbereiche Analysis, Analytische Geometrie/Lineare Algebra sowie Stochastik mit den konkretisierten Themen und Inhalten von Grund- und Leistungskursen im Vergleich zum Vorläufigen Rahmenplan dargestellt. Dies soll einen effektiven Umgang mit beiden Dokumenten ermöglichen.

Die pro Schulhalbjahr in der Qualifikationsphase festgelegten Verbindlichkeiten gehen von ca. 60 % des Unterrichtsvolumens aus, das bedeutet, ca. 30 Unterrichtsstunden für den Grundkurs und ca. 50 Unterrichtsstunden für den Leistungskurs.

Der Vorläufige Rahmenplan Mathematik für die gymnasiale Oberstufe im Land Brandenburg behält hinsichtlich der Ziele und Aufgaben, der Lernbereiche, Kurse und Kurssequenzen sowie der didaktisch-methodischen Konzeption seine Gültigkeit. Die verbindlichen curricularen Vorgaben konkretisieren ihn für die Qualifikationsphase vor dem Hintergrund der Gestaltung des Zentralabiturs in zwei Bereichen:

- Beschreibung der inhaltlichen Wahl von Kursen (vgl. 2.3 Lerninhalte des Vorläufigen Rahmenplans, S. 26 und Abbildung S. 25),
- Beschreibung der Themen, Inhalte und Methoden, die die Voraussetzung zur Bearbeitung der zentral gestellten Aufgaben sind (vgl. auch Vorläufiger Rahmenplan, S. 31 ff.).

Dabei sei ausdrücklich darauf hingewiesen, dass die Ziele und Aufgaben ihre volle Gültigkeit behalten (vgl. Vorläufiger Rahmenplan, S. 18 f.).

1.2 Gegenüberstellung des Vorläufigen Rahmenplans und der verbindlichen curricularen Vorgaben

Nach den Gestaltungsprinzipien des Rahmenplans sind ab dem 2. Schulhalbjahr der Qualifikationsphase acht Wege¹ durch die Qualifikationsphase möglich. Aufgrund der unterschiedlichen Schwerpunktsetzungen ist es nicht möglich, für jeden dieser Wege Abiturvorschläge zu entwickeln. Deshalb werden sie entsprechend der Abbildung 1 auf vier Wege eingeschränkt. Damit sind der „weitere Lernbereich“, „Stochastik III“ sowie „Stochastik III (Auswahl)/Analysis III“ für die zentrale Abiturprüfung nicht relevant, können aber der Ergänzung und Vertiefung im Unterricht dienen.

¹ sieben Wege, wenn man von der zeitlichen Reihenfolge absieht

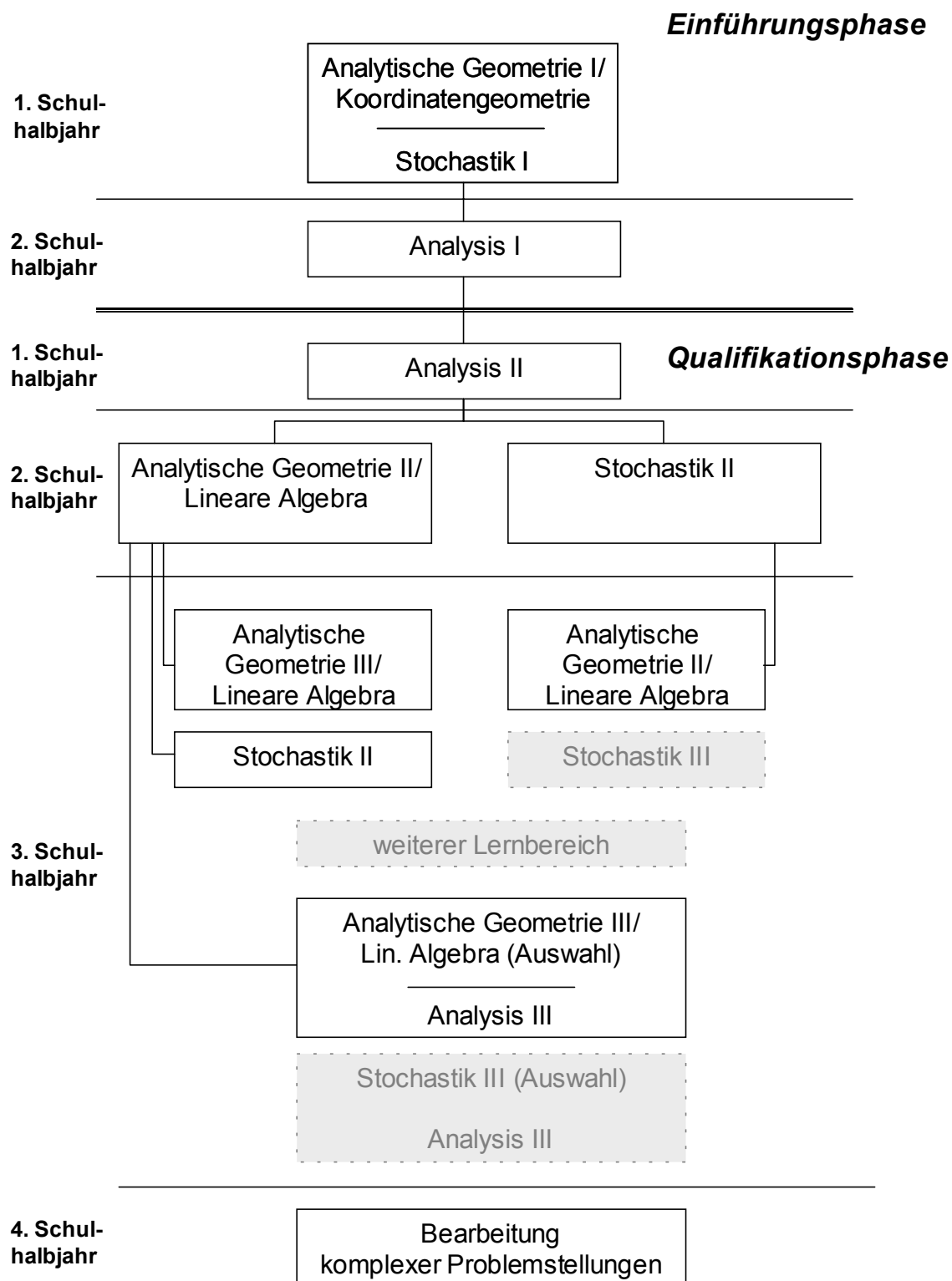


Abbildung 1: Präzisierte Kurswahlmöglichkeiten² unter Berücksichtigung des Zentralabiturs im Land Brandenburg

² Die Kurswahlmöglichkeiten werden gegenüber den acht Wegen des Vorläufigen Rahmenplans eingeschränkt. Damit sind die grau unterlegten Kursthemen „weiterer Lernbereich“, „Stochastik III“ sowie „Stochastik III (Auswahl)/Analysis III“ für die zentrale Abiturprüfung nicht relevant, können aber der Ergänzung und Vertiefung im Unterricht dienen. (vgl. 1.2)

1.3 Umgang mit den Themen, Inhalten und fachspezifischen Methoden

Konkretisierend zu den Zielen und Aufgaben des Vorläufigen Rahmenplans Mathematik für die gymnasiale Oberstufe im Land Brandenburg sollen die Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht der gymnasialen Oberstufe an den nachfolgend dargestellten Themen, Inhalten und fachspezifischen Methoden folgende Kompetenzen erwerben und in einem breiten Spektrum in der Abiturprüfung unter Beweis stellen:

- angemessenes Verwenden der mathematischen Fachsprache,
- Veranschaulichen und Beschreiben mathematischer Sachverhalte mithilfe von Bildern, Texten und Symbolen,
- sachgerechtes, flexibles und kritisches Umgehen mit grundlegenden Begriffen, Sätzen, Verfahren und Algorithmen, auch zur Lösung innermathematischer Probleme,
- mathematisches Modellieren zur Lösung realitätsnaher Probleme,
 - Beschreiben der Ausgangssituation und der Modellannahme,
 - Mathematisieren,
 - Lösen in dem gewählten Modell,
 - Interpretieren der Ergebnisse im Ausgangskontext,
 - kritisches Reflektieren der Ergebnisse und der Vorgehensweise,
- Beherrschen grundlegender Vorgehensweisen zur Gewinnung, Darstellung und Sicherung mathematischer Erkenntnisse, insbesondere
 - Konkretisieren mathematischer Aussagen an Beispielen,
 - Nutzen heuristischer Strategien und Verfahren,
 - Argumentieren und Begründen bei mathematischen Sachverhalten,
 - Erläutern von Regeln und Verfahren,
 - Beweisen von mathematischen Sätzen unter Verwendung der jeweils geeigneten Beweisverfahren,
 - lokales Ordnen mathematischer Sätze, Erkennen von Analogien, Verallgemeinern, Spezialisieren,
- Verfügen über eine sichere Raumschauung,
- Verknüpfen von Inhalten aus verschiedenen mathematischen Themenbereichen,
- selbstständiges Auswählen, Nutzen und Bewerten von Informationen,
 - Erschließen von Informationsquellen,
 - heuristisches und systematisches Bearbeiten von Problemen,
 - sorgfältiges Dokumentieren der Arbeitsschritte,
 - verständliches und übersichtliches Präsentieren der Ergebnisse,
 - kritisches Reflektieren des eigenen Handelns,
- sachangemessenes Nutzen von Hilfsmitteln wie zum Beispiel Tafelwerke, Taschenrechner.

1.4 Berücksichtigung der Einheitlichen Prüfungsanforderungen (EPA)

Bei der Gestaltung des Unterrichts in der Qualifikationsphase ebenso wie bei der Konstruktion von zentralen Prüfungsaufgaben sind die EPA in der jeweils geltenden Fassung zu berücksichtigen. Dabei ist für den Unterricht vor allem die Beschreibung der fachlichen Inhalte und Qualifikationen sowie der Anforderungsbereiche bedeutsam, da sie zum einen Ansprüche an einen Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe beschreiben und zum anderen eine Grundlage für die Abiturprüfung darstellen. Insofern sind auch die Rahmenbedingungen für die Prüfung für den vorausgehenden Unterricht relevant.

Die EPA für das Fach Mathematik in der Fassung vom 15.03.2002 beschreiben im Abschnitt 3.1 „Allgemeine Hinweise“, dass in diesem Fach eine Prüfungsaufgabe aus zwei bis fünf Aufgaben besteht. Die Prüfungsaufgabe enthält mindestens zwei der Sachgebiete Analysis, Lineare Algebra/Analytische Geometrie und Stochastik und darf sich nicht auf die Inhalte nur eines Schulhalbjahres der Qualifikationsphase beschränken.

Somit wird im Folgenden zwischen Prüfungsaufgabe (Gesamtheit der von einer Schülerin oder einem Schüler in der Abiturprüfung zu bearbeitenden Aufgaben) und Aufgabe (Teil einer Prüfungsaufgabe) unterschieden.

Folgende Arten von Aufgaben können lt. EPA u. a. vorkommen, wobei teilweise Überschneidungen möglich sind:

- Aufgaben, in denen die Ermittlung eines konkreten Ergebnisses gefordert wird,
- Darstellung, Erläuterung und sachgerechte Anwendung von mathematischen Begriffen und Verfahren,
- Untersuchung vorgegebener mathematischer Objekte auf ihre Eigenschaften,
- Visualisierung von Sachverhalten und mathematischen Zusammenhängen,
- Konstruktionen,
- Problemstellungen, die eine sachgerechte Verwendung von Hilfsmitteln erfordern,
- Auswertung von Informationen,
- Herleitungen, Begründungen, Beweise,
- Modellierung von Sachverhalten,
- Interpretation, Vergleich und Bewertung von Daten, Ergebnissen, Lösungswegen oder Verfahren,
- Übertragung der Ergebnisse einer Untersuchung auf einen anderen Sachverhalt im Sinne der Vernetzung verschiedener Teilgebiete.

1.5 Struktur der zentralen Prüfungsaufgaben

Eine Prüfungsaufgabe besteht aus drei zu bearbeitenden Aufgaben, die nach folgendem Modus gewählt werden:

Die *Schülerinnen und Schüler* wählen eine der Aufgaben 1.1 oder 1.2, sowie eine der Aufgaben 2.1 oder 2.2 aus. Dazu stehen ihnen gemäß § 26 der GOSTV bis zu 30 Minuten Vorbereitungszeit zur Verfügung. Eine der Aufgaben 3.1, 3.2 oder 3.3 wird durch die *unterrichtende Lehrkraft* rechtzeitig vor Beginn der Prüfung ausgewählt.

Aufgabe 1 Wahl durch Schülerinnen und Schüler	Aufgabe 1.1 Schwerpunkt Analysis II		oder	Aufgabe 1.2 Schwerpunkt Analysis II (anderer Funktionstyp)	
Aufgabe 2 Wahl durch Schülerinnen und Schüler	Aufgabe 2.1 Schwerpunkt Analytische Geometrie/ Lineare Algebra II		oder	Aufgabe 2.2 Schwerpunkt Analytische Geometrie/ Lineare Algebra II	
Aufgabe 3 Wahl durch unterrichtende Lehrkraft	Aufgabe 3.1 Schwerpunkt Stochastik II	oder	Aufgabe 3.2 Schwerpunkt Analysis III	oder	Aufgabe 3.3 Schwerpunkt Analytische Geometrie/ Lineare Algebra III

Abbildung 2: Auswahlprinzip für die Prüfungsaufgabe

2 Verbindliche curriculare Vorgaben für den Unterricht in der Qualifikationsphase

Im Folgenden werden für alle Lernbereiche, die entsprechend Abbildung 1 für die zentrale Abiturprüfung von Bedeutung sind, Themen, Inhalte und fachspezifische Methoden im Vergleich zu den Angaben des Vorläufigen Rahmenplans konkretisiert, die in der Qualifikationsphase verbindlich zu bearbeiten sind. Die Themen, Inhalte und fachspezifischen Methoden werden wie bereits im Vorläufigen Rahmenplan nach Grund- und Leistungskursen unterschieden. In der Tabelle sind jeweils die Inhalte des Vorläufigen Rahmenplans Mathematik für die gymnasiale Oberstufe von 1992 (linke Spalte) sowie die verbindlichen Themen und Inhalte bzw. fachspezifischen Methoden dieser curricularen Vorgaben gegenübergestellt. Sind für Inhalte aus dem Vorläufigen Rahmenplan keine Inhalte konkretisiert, sind diese nicht für die Qualifikationsphase als verbindlich ausgewiesen, können aber im Sinne der Vertiefung bearbeitet werden (offene Inhalte). Gleiches gilt sinngemäß für die Kursthemen, die in Abbildung 1 grau unterlegt und nicht für die Abiturprüfung bedeutsam sind.

Für das 4. Schulhalbjahr in der Qualifikationsphase sind in den Lernbereichen Themen und Inhalte ausgewiesen. Es liegt in der Verantwortung der unterrichtenden Lehrkraft, je nach Weg durch die Qualifikationsphase den Kurs zu komplexen Problemstellungen auf der Grundlage dieser Themen und Inhalte zu gestalten.³

2.1 Analysis

Qualifikationsphase Grundkurs

Vorläufiger Rahmenplan	Verbindliche Themen und Inhalte	Fachspezifische Methoden
<i>Analysis II (1. Schulhalbjahr der Qualifikationsphase)</i>		
<i>Weiterführung der Differenzialrechnung</i> - Weitere Ableitungsregeln, Untersuchung weiterer Funktionstypen	<i>Weiterführung der Differenzialrechnung</i> - weitere Ableitungsregeln - Wachstumsprozesse mit der Gleichung $f(t) = ae^{bt}$ - Ableitungen von Exponentialfunktionen (Basis e) - Untersuchung von Funktionenscharen ganzrationaler Funktionen, von Funktionen und Funktionenscharen für gebrochen rationale Funktionen und für solche, die durch Verknüpfung (Produkt oder Quotient) bzw. Verkettung aus Exponentialfunktionen mit ganzrationalen Funktionen gebildet werden, auf folgende Eigenschaften:	- Produktregel, Kettenregel, Quotientenregel und Verknüpfungen - Modellieren

³ vgl. Vorläufiger Rahmenplan Mathematik für die gymnasiale Oberstufe. Potsdam, 1992. S. 26

Vorläufiger Rahmenplan	Verbindliche Themen und Inhalte	Fachspezifische Methoden
<p><i>Einführung in die Integralrechnung</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Stammfunktion, bestimmtes Integral, Zusammenhang von Differenzial- und Integralrechnung, Flächenberechnungen 	<p>Definitionsbereich, Wertebereich, Verhalten im Unendlichen und an den Polstellen, lokale und globale Extrempunkte, Wendepunkte und Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Darstellung der Graphen aus den ermittelten Eigenschaften</p> <ul style="list-style-type: none"> - Extremwertaufgaben <p><i>Einführung in die Integralrechnung</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Begriff Stammfunktion und unbestimmtes Integral, Grundintegral $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, \quad n \in \mathbb{Q}, n \neq -1$ <ul style="list-style-type: none"> - Regeln für die Berechnung von Stammfunktionen - Integration der Potenzfunktionen und der e-Funktion, Grundintegral $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + c$ <ul style="list-style-type: none"> - Bestimmtes Integral - Berechnung der Flächeninhalte für Flächen, die von Funktionsgraphen, Koordinatenachsen bzw. Geraden vollständig begrenzt werden, für ganzrationale, ausgewählte gebrochen rationale Funktionen, Exponentialfunktionen und Wurfelfunktionen 	<ul style="list-style-type: none"> - Abschätzung des Verhaltens im Unendlichen und an den Polstellen - Nachweis der Globalität über den Vergleich mit den Randwerten - Summenregel, Faktorregel, Integration durch lineare Substitution - Nutzung des bestimmten Integrals
Analysis III (3. Schulhalbjahr der Qualifikationsphase)		
<p><i>Volumina von Rotationskörpern</i></p> <p><i>Numerische Verfahren</i></p>	<p><i>Volumina von Rotationskörpern</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Gleichungen und Graphen von Umkehrfunktionen - Berechnung der Volumina von Rotationskörpern (auch zusammengesetzten Rotationskörpern), die durch Rotation von Funktionsgraphen um die x- bzw. y- Achse entstehen - Berechnung von Integrationsgrenzen bzw. Scharparametern bei gegebenem Volumen 	<ul style="list-style-type: none"> - Nutzung des bestimmten Integrals

Vorläufiger Rahmenplan	Verbindliche Themen und Inhalte	Fachspezifische Methoden
<i>Bearbeitung komplexer Problemstellungen (4. Schulhalbjahr der Qualifikationsphase)</i>		
<i>Integrierende Wiederholungen und Vertiefungen</i>	<i>Integrierende Wiederholungen und Vertiefungen</i>	
<i>Erweiterungen</i>	<ul style="list-style-type: none"> - komplexe Aufgabenstellungen, in denen Funktionsuntersuchungen (Funktionsarten s. o.) mit der Berechnung von Flächeninhalten und Extremwertproblemen verbunden sind⁴ - komplexe Aufgabenstellungen, in denen Funktionsuntersuchungen (Funktionsarten s. o.) mit der Berechnung von Flächen- und Volumenmaßzahlen verbunden sind⁵ - Untersuchung solcher Flächen- und Volumenmaßzahlen auf Extrema und Grenzwerte - Ortskurven⁵ 	<ul style="list-style-type: none"> - Abschätzung der Grenzwerte - Algorithmus für die Berechnung der Gleichung von Ortskurven

⁴ bei Kurswahl Analysis II → Analytische Geometrie II/Lineare Algebra → Stochastik II oder Analysis II → Stochastik II → Analytische Geometrie II/Lineare Algebra (siehe Abbildung 1)

⁵ bei Kurswahl Analysis II → Analytische Geometrie II/Lineare Algebra → Analysis III und Analytische Geometrie/Lineare Algebra III oder Analysis II → Analytische Geometrie II/Lineare Algebra → Analytische Geometrie III/Lineare Algebra

Qualifikationsphase Leistungskurs

Vorläufiger Rahmenplan	Verbindliche Themen und Inhalte	Fachspezifische Methoden
<i>Analysis II (1. Schulhalbjahr der Qualifikationphase)</i>		
Einführung in die Integralrechnung <ul style="list-style-type: none"> - Stammfunktion, bestimmtes Integral, Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung, Flächenberechnungen 	Integralrechnung <ul style="list-style-type: none"> - Stammfunktionen, unbestimmtes Integral - Definition und Eigenschaften des bestimmten Integrals - Grundintegral $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, \quad n \in \mathbb{R}, n \neq -1$ - Integrationsregeln - Berechnung bestimmter Integrale - Anwendung der Integralrechnung bei der Flächenberechnung von begrenzten Flächen (Fläche zwischen Graph und x-Achse, Fläche zwischen Graph und y-Achse, Fläche zwischen Graphen) für rationale Funktionen, Wurfelfunktionen, Exponential- und Logarithmusfunktionen (Basis e) - Anwendung der Integralrechnung zur Volumenberechnung von Rotationskörpern bei Rotation des Graphen um die x-Achse bzw. um die y-Achse 	<ul style="list-style-type: none"> - Faktorregel, Summenregel, Integration durch lineare Substitution, Integration durch Substitution⁶, partielle Integration - Nutzung des bestimmten Integrals
Vertiefungen zur Differenziation und Integration <ul style="list-style-type: none"> - Weitere Ableitungsregeln, Untersuchungen von Exponential-, Logarithmus- und Winkelfunktionen, weitere Integrationsregeln (Substitution, partielle Integration), Volumina von Rotationskörpern 	Weiterführung der Differenzialrechnung <ul style="list-style-type: none"> - weitere Ableitungsregeln - Umkehrfunktionen: Existenznachweis, Funktionsterm, Ableitung - Untersuchungen von Funktionen, Funktionenscharen und ihren Graphen: Definitionsbereich, Wertebereich, Symmetrie zur y-Achse, Punktsymmetrie zum Koordinatenursprung, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Polstellen, Asymptoten, Grenzwerte, Monotonieuntersuchungen mit 1. Ableitung, lokale und globale Extrempunkte, Wendepunkte, Darstellung der Graphen für gebrochen ratio- 	<ul style="list-style-type: none"> - Quotientenregel, Kettenregel - Umkehrregel - Berechnung von Grenzwerten über Grenzwertsätze (Summe, Produkt, Quotient) in Verbindung mit geeigneten Abschätzungen

⁶ nur für Aufgabe 3

Vorläufiger Rahmenplan	Verbindliche Themen und Inhalte	Fachspezifische Methoden
	<p>nale Funktionen, Exponential- und Logarithmusfunktionen und Wurzelfunktionen</p> <ul style="list-style-type: none"> - Gleichungen der Ortskurven von Extrem- bzw. Wendepunkten 	<ul style="list-style-type: none"> - Algorithmus für die Berechnung der Gleichung von Ortskurven
<i>Analysis III (3. Schulhalbjahr in der Qualifikationsphase)</i>		
<p><i>Numerische Integration</i></p> <p><i>Differenzialgleichungen in einfachen Anwendungssituationen</i></p> <p><i>Komplexe Aufgabenstellungen der Differenzial- und Integralrechnung</i></p>	<p><i>Komplexe und anwendungsbezogene Aufgabenstellungen der Differenzial- und Integralrechnung</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Vertiefung der Integrationsverfahren - uneigentliche Integrale 	
		<ul style="list-style-type: none"> - Integration durch Substitution, partielle Integration und Verknüpfungen
<i>Bearbeitung komplexer Problemstellungen (4. Schulhalbjahr in der Qualifikationsphase)</i>		
<p><i>Integrierende Wiederholungen und Vertiefungen</i></p> <p><i>Erweiterungen</i></p>	<p><i>Integrierende Wiederholungen und Vertiefungen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - komplexe Aufgabenstellungen, in denen Funktionsuntersuchungen (Funktionsarten (s. o.) mit der Berechnung von Flächen- und Volumenmaßzahlen verbunden sind⁷ - Untersuchung solcher Flächen- und Volumenmaßzahlen auf Extrema⁸ - Untersuchung solcher Flächen- und Volumenmaßzahlen auf Extrema und Grenzwerte⁹ 	

⁷ siehe Fußnoten 4 und 5

⁸ siehe Fußnote 4

⁹ siehe Fußnote 5

2.2 Analytische Geometrie/Lineare Algebra

Qualifikationsphase Grundkurs

Vorläufiger Rahmenplan	Verbindliche Themen und Inhalte	Fachspezifische Methoden
<i>"Analytische Geometrie II/Lineare Algebra" (2. oder 3. Schulhalbjahr in der Qualifikationsphase)</i>		
Vektoren - Vektor (als Pfeilkategorie oder Zahlentripel), Vektoraddition, Multiplikation eines Vektors mit einer reellen Zahl, Einheitsvektor Linearkombination von Vektoren - Begriff der Linearkombination, lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren Basis und Dimension - Basen des Vektorraumes \mathbb{R}^3 , Basisdarstellung von Vektoren <i>siehe auch Analytische Geometrie III/Lineare Algebra</i> Affine Geometrie: - Geraden und Ebenen und ihre Darstellung, Lagebeziehungen von Geraden und von Ebenen	Räumliches kartesisches Koordinatensystem - Darstellung von Punktmengen - Länge einer Strecke Vektoren im Anschauungsraum - Vektorbegriff: Vektor als Pfeilkategorie, Begriffe Ortsvektor, Nullvektor, Gegenvektor - Addition und Subtraktion von Vektoren - Multiplikation eines Vektors mit einer reellen Zahl - Koordinatendarstellung von Vektoren, Rechnen mit Vektoren - Betrag eines Vektors - Mittelpunkt einer Strecke - Einheitsvektor - lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit, Linearkombinationen Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme Affine Geometrie - Geraden und Ebenen - Parametergleichung (Vektorgleichung) einer Geraden, Begriffe: Parameter, Stützvektor, Richtungsvektor - Lagebeziehungen zwischen Punkt und Gerade (Punktprobe) - Lagebeziehungen zwischen Geraden (Schnittpunkt, parallel, identisch, windschief)	- Darstellung in Kavalierperspektive - zeichnerische Darstellung - Gauß-Verfahren

Vorläufiger Rahmenplan	Verbindliche Themen und Inhalte	Fachspezifische Methoden
<p><i>Metrische Geometrie</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Skalarprodukt und seine Eigenschaften (einfache Anwendungen), Länge eines Vektors, Winkel zwischen Vektoren 	<ul style="list-style-type: none"> - Geradenscharen - Parametergleichung (Vektorgleichung) und Koordinatengleichung einer Ebene, Begriffe: Stützvektor, Spannvektor - Lagebeziehungen zwischen Punkt und Ebene, Gerade und Ebene (Durchstoßpunkt, Spurpunkte), Ebene und Ebene (Schnittgerade, Spurgerade) <p><i>Metrische Geometrie</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Skalarprodukt und seine Eigenschaften - Winkel zwischen zwei Vektoren - Schnittwinkel zwischen zwei Geraden, Orthogonalität 	<ul style="list-style-type: none"> - Lösung über lineare Gleichungssysteme
<i>Analytische Geometrie III/ Lineare Algebra (3. Schulhalbjahr in der Qualifikationsphase)</i>		
<p><i>Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme</i></p> <p><i>Weiterführung der metrischen Geometrie</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Normalformen für Geraden- und Ebenengleichungen, Abstandsberechnungen, Kreis und Kugel, Tangenten und Tangentialebenen an Kreis und Kugel 	<p><i>Weiterführung der metrischen Geometrie</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Normalenvektor - Normalen- und Koordinatenform von Ebenengleichungen - Abstandsberechnungen Abstand eines Punktes von einer Ebene Abstand zueinander paralleler Ebenen Abstand einer zu einer Ebene parallelen Gerade Abstand eines Punktes von einer Geraden Abstand zueinander paralleler Geraden - Schnittwinkel zwischen Gerade und Ebene und zwischen zwei Ebenen <p><i>Kugel</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Kugelgleichung in vektorieller und in Koordinatenform - Lagebeziehung von Kugel und Ebene (Schnittkreis, Tangentialebene) 	<ul style="list-style-type: none"> - Umwandlung von Ebenengleichungen (Parametergleichung, Koordinatengleichung, Normalengleichung) - mindestens eine Methode, wie z. B. Nutzung der Hesseschen Normalform, - ... Rückführung auf den Abstand eines Punktes von einer Ebene, - ... Rückführung auf den Abstand eines Punktes von einer Geraden

<i>Vorläufiger Rahmenplan</i>	<i>Verbindliche Themen und Inhalte</i>	<i>Fachspezifische Methoden</i>
<i>Lineare Optimierung</i> <i>Kegelschnitte</i>		
<i>Bearbeitung komplexer Problemstellungen (4. Schulhalbjahr in der Qualifikationsphase)</i>		
<i>Integrierende Wiederholungen und Vertiefungen</i>	<i>Integrierende Wiederholungen und Vertiefungen</i> <ul style="list-style-type: none"> - komplexe Aufgabenstellungen zu Lagebeziehungen, Winkel- und Abstandsberechnungen unter Verwendung von Punkt- und Geradenscharen und Ebenen¹⁰ - komplexe Aufgabenstellungen zu Lagebeziehungen, Winkel- und Abstandsberechnungen unter Verwendung von Punkt-, Geraden-, Ebenen- und Kugelscharen¹¹ 	
<i>Erweiterungen</i>		

¹⁰ siehe Fußnote 4

¹¹ siehe Fußnote 5

Qualifikationsphase Leistungskurs

Vorläufiger Rahmenplan	Verbindliche Themen und Inhalte	Fachspezifische Inhalte
<i>"Analytische Geometrie II/ Lineare Algebra" (2. oder 3. Schulhalbjahr in der Qualifikationsphase)</i>		
<p>Vektoren</p> <ul style="list-style-type: none"> - Definition, Vektoraddition, Multiplikation eines Vektors mit einer reellen Zahl, Vektorraum <p>Basis und Dimension</p> <ul style="list-style-type: none"> - Erzeugendensystem, lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren, Basis, Eindeutigkeit der Basisdarstellung von Vektoren, Dimension <p>Lineare Gleichungssysteme</p> <ul style="list-style-type: none"> - Homogene und inhomogene Gleichungssysteme, Lösungen von Gleichungssystemen, Lösungsverfahren <p>Affine Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> - Geraden, Ebenen und ihre Darstellung, Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen 	<p>Räumliches kartesisches Koordinatensystem</p> <ul style="list-style-type: none"> - Darstellung von Punktmengen - Länge einer Strecke <p>Vektoren im Anschauungsraum</p> <ul style="list-style-type: none"> - Vektorbegriff: Vektoren als Pfeilklassen - Addition und Subtraktion von Vektoren - Kommutativgesetz, Assoziativgesetz - Begriffe: Nullvektor, Gegenvektor, geschlossene Vektorkette - Multiplikation eines Vektors mit einer reellen Zahl - Distributivgesetze, Assoziativgesetz - Koordinatendarstellungen von Vektoren – Rechnen mit Vektoren - Betrag eines Vektors - Mittelpunkt einer Strecke - Einheitsvektor - lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit, Linearkombination - Kollinearität, Komplanarität <p>Lineare Gleichungssysteme</p> <ul style="list-style-type: none"> - Lösungsverfahren - homogene und inhomogene lineare Gleichungssysteme - Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme <p>Affine Geometrie – Geraden und Ebenen</p> <ul style="list-style-type: none"> - Parametergleichung (Vektorgleichung) einer Geraden - Lagebeziehungen zwischen Punkt und Gerade - Lagebeziehungen zwischen Geraden (Schnittpunkt, parallel, iden- 	<ul style="list-style-type: none"> - Darstellung in Kavalierperspektive - zeichnerische Darstellung - zeichnerische Darstellung - Gauß-Verfahren

Vorläufiger Rahmenplan	Verbindliche Themen und Inhalte	Fachspezifische Inhalte
	<p>tisch, windschief)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Parametergleichung einer Ebene - Koordinatengleichung einer Ebene (parameterfrei) - Lagebeziehungen zwischen Punkt und Ebene, Gerade und Ebene (Durchstoßpunkt, Spurpunkte), Ebene und Ebene (Schnittgerade, Spurgerade) - zeichnerische Darstellung von Ebenen im kartesischen Koordinatensystem - Geradenscharen - Ebenenscharen 	<ul style="list-style-type: none"> - Lösung über lineare Gleichungssysteme
<p><i>Metrische Geometrie</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Skalarprodukt, Orthogonalität, Winkelmaß, Normalformen für Geraden- und Ebenengleichungen, Abstandsberechnungen 	<p><i>Metrische Geometrie</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Skalarprodukt - Größe des Winkels zwischen Vektoren bzw. Geraden (Orthogonalität von Vektoren bzw. Geraden) - Normalengleichungen von Ebenen (Punkt-Normalenform, Hessesche Normalenform, Zusammenhang zwischen Normalengleichung und Koordinatengleichung) - Schnittwinkel zwischen Gerade und Ebene, Schnittwinkel zwischen Ebenen - Abstandsberechnungen: Abstand eines Punktes von einer Ebene Abstand eines Punktes von einer Geraden Abstand zueinander paralleler Geraden Abstand zueinander paralleler Ebenen Abstand einer Geraden zu einer parallelen Ebene Abstand windschiefer Geraden 	<ul style="list-style-type: none"> - Umwandlung von Ebenengleichungen (Parametergleichung, Koordinatengleichung, Normalengleichung) - mindestens eine Methode, wie z. B. Nutzung der Hesseschen Normalform, - ... Rückführung auf den Abstand eines Punktes von einer Geraden, - ... Rückführung auf den Abstand eines Punktes von einer Ebene
<i>Analytische Geometrie III/ Lineare Algebra (3. Schulhalbjahr in der Qualifikationsphase)</i>		
<i>Matrizen und lineare Abbildungen</i>		

Vorläufiger Rahmenplan	Verbindliche Themen und Inhalte	Fachspezifische Inhalte
<p><i>Weiterführung der metrischen Geometrie</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Vektor- und Spatprodukt, Kreis, Kugel, Tangenten und Tangentialebenen an Kreis und Kugel <p><i>Lineare Optimierung</i></p> <p><i>Kegelschnitte</i></p> <p><i>Affine Abbildungen</i></p>	<p><i>Weiterführung der metrischen Geometrie</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Vektorprodukt: Definition des Vektorprodukts Gesetze der vektoriellen Multiplikation Berechnung von Flächeninhalten (Dreieck, Parallelogramm) und der Ermittlung von Normalenvektoren einer Ebene - Spatprodukt: Definition des Spatprodukts Berechnung von Volumina (Spat, Pyramiden) - Kreis und Kugel: vektorielle Kreisgleichung in der x-y-Ebene vektorielle Kugelgleichung Lagebeziehungen von Kugel und Gerade (gemeinsame Punkte) - Lagebeziehungen von Kugel und Ebene (Schnittkreis, Tangentialebene) 	<ul style="list-style-type: none"> - Anwendung des Vektorprodukts - Anwendung des Spatprodukts
Bearbeitung komplexer Problemstellungen (4. Schulhalbjahr in der Qualifikationsphase)		
<p><i>Integrierende Wiederholungen und Vertiefungen</i></p> <p><i>Erweiterungen</i></p>	<p><i>Integrierende Wiederholungen und Vertiefungen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - komplexe Aufgabenstellungen zu Lagebeziehungen, Winkel- und Abstandsberechnungen unter Verwendung von Punkt- und Geradenscharen und Ebenen¹² - komplexe Aufgabenstellungen zu Lagebeziehungen, Winkel-, Abstands-, Flächen- und Volumenberechnungen unter Verwendung von Punkt-, Geraden-, Ebenen- und Kugelscharen¹³ 	

¹² siehe Fußnote 4

¹³ siehe Fußnote 5

2.3 Stochastik

Qualifikationsphase Grundkurs

Vorläufiger Rahmenplan	Verbindliche Themen und Inhalte	Fachspezifische Methoden
<i>Stochastik II (2. oder 3. Schulhalbjahr in der Qualifikationsphase)</i>		
<i>Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten; Baumdiagramme</i>	<i>Wiederholung, Vertiefung und Erweiterung des Stoffes „Wahrscheinlichkeitsrechnung“ aus der Einführungsphase</i>	
	<ul style="list-style-type: none"> - Zufallsexperimente, Ergebnisse, Ereignisse, Ereignisalgebra - statistischer und klassischer Wahrscheinlichkeitsbegriff - Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten, Additionssatz 	<ul style="list-style-type: none"> - kombinatorische Hilfsmittel, Urnenmodelle, Baumdiagramme und Pfadregeln
<i>Zufallsgrößen und ihre Wahrscheinlichkeiten</i>	<i>Zufallsgrößen und deren Wahrscheinlichkeitsverteilung</i>	
<ul style="list-style-type: none"> - Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung 	<ul style="list-style-type: none"> - Definition von Zufallsgröße und Wahrscheinlichkeitsverteilung - Ermitteln von Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Zufallsgrößen - Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung von Zufallsgrößen - Interpretation von Erwartungswert und Standardabweichung 	
<i>Binomialverteilung</i>	<i>Binomialverteilung als spezielle diskrete Verteilung</i>	
<ul style="list-style-type: none"> - Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung 	<ul style="list-style-type: none"> - Bernoulli – Experiment - Definition von Bernoulli – Kette und Binomialverteilung - Eigenschaften der Binomialverteilung - Tabellen zur Binomialverteilung - Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung binomialverteilter Zufallsgrößen 	<ul style="list-style-type: none"> - Nutzung der Tabellen

21

Qualifikationsphase Leistungskurs

Vorläufiger Rahmenplan	Verbindliche Themen und Inhalte	Fachspezifische Methoden
<i>Stochastik II (2. oder 3. Schulhalbjahr in der Qualifikationsphase)</i>		
<i>Wahrscheinlichkeitsbegriffe</i>	<i>Wiederholung, Vertiefung und Erweiterung des Stoffes „Wahrscheinlichkeitsrechnung“ aus der Einführungsphase</i>	
<ul style="list-style-type: none"> - Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten, Baumdiagramme, statistische, klassische, axiomatische Wahrscheinlichkeit 	<ul style="list-style-type: none"> - Zufallsexperimente, Ergebnisse, Ereignisse, Ereignisalgebra - statistischer, klassischer und axiomatischer Wahrscheinlichkeitsbegriff (Axiomensystem von Kolmogorow) - Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten, Additionssatz 	<ul style="list-style-type: none"> - kombinatorische Hilfsmittel, Urnenmodelle, Baumdiagramme und Pfadregeln
<i>Bedingte Wahrscheinlichkeit</i> <ul style="list-style-type: none"> - Unabhängigkeit, Satz von Bayes und Anwendungen 	<i>Bedingte Wahrscheinlichkeit</i> <ul style="list-style-type: none"> - Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit - Multiplikationssatz (Produktsatz) - Satz der totalen Wahrscheinlichkeit 	
<i>Zufallsgrößen und ihre Wahrscheinlichkeit</i> <ul style="list-style-type: none"> - Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung, Unabhängigkeit von Zufallsgrößen, Summe von Zufallsgrößen 	<ul style="list-style-type: none"> - Formel von Bayes - (stochastische) Unabhängigkeit von Ereignissen 	
	<i>Zufallsgrößen und deren Wahrscheinlichkeitsverteilung</i> <ul style="list-style-type: none"> - Definition von Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilung - Ermitteln von Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Zufallsgrößen - Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung von Zufallsgrößen - Interpretation von Erwartungswert und Standardabweichung 	
<i>Binomialverteilung</i> <ul style="list-style-type: none"> - Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung, Testen von Hypothesen 	<i>Binomialverteilung als spezielle diskrete Verteilung</i> <ul style="list-style-type: none"> - Bernoulli – Experiment - Definition von Bernoulli – Kette und Binomialverteilung - Eigenschaften der Binomialverteilung - Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung binomialverteilter Zufallsgrößen 	<ul style="list-style-type: none"> - Nutzung der Tabellen zur Binomialverteilung

In der zentralen Abiturprüfung sind folgende Hilfsmittel¹⁶ zugelassen:

- die im Unterricht verwendete Formelsammlung,
- ein nicht programmierbarer und nicht grafikfähiger Taschenrechner,
- Zeichenhilfsmittel.

¹⁶ vgl. VV-GOSTV, 16 – zu § 26 GOSTV (2)