

Visualisierung von Inhalten der analytischen Geometrie mit POV-Ray

Oft ist es in der analytischen Geometrie des Raumes schwer, sich die Lage von Objekten (wie Vektoren, Punkte, Strecken, Geraden und Ebenen) vorzustellen. Mithilfe von POV-Ray und der Erweiterung *anageo.inc* können Sie Objekte und Lagebeziehungen, die in der analytischen Geometrie betrachtet werden, veranschaulichen.

WICHTIGER HINWEIS:

Leider verwenden Ihr Lehrbuch und Computergrafikprogramme wie POV-Ray unterschiedliche Koordinatensysteme. Schweren Herzens habe ich mich entschlossen, für die Übungen in den nächsten Stunden POV-Ray das Koordinatensystem Ihres Lehrbuches „aufzuzwingen“ (in Wirklichkeit werden in der Datei *anageo.inc* alle Koordinaten, die Sie eingeben, manipuliert) – so können Sie mit dem Koordinatensystem des Buches arbeiten. Das gilt aber NUR für die hier beschriebenen Objekte, die ich in dem Makropaket *anageo.inc* definiert habe. *Traurige Konsequenz:* Die hier beschriebenen Befehle können zwar mit den Objekten, die POV-Ray selbst beschreibt, kombiniert werden – allerdings stimmt die gegenseitige Lage im Raum dann nicht mehr.

Die Befehle des Makropaketes *anageo.inc*

punkt (<i><x,y,z>, textur</i>)	Punkt (als kleine Kugel dargestellt) mit den Koordinaten $(x;y;z)$.
pluspunkt (<i><x,y,z>, textur</i>)	Wie punkt aber mit Lot auf die x - y -Ebene und Verbindungsstrecken zu den Koordinatenachsen.
ortsvektor (<i><x,y,z>, textur</i>)	Ortsvektor des Punktes $P(x;y;z)$.
verbindungsvektor (<i><x₁,y₁,z₁>,<x₂,y₂,z₂>, textur</i>)	Verbindungsvektor der Punkte $P_1(x_1;y_1;z_1)$ und $P_2(x_2;y_2;z_2)$.
vektoranpunkt (<i><x_p,y_p,z_p>,<x,y,z>, textur</i>)	Pfeildarstellung des Vektors $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ an den Punkt $P(x_p;y_p;z_p)$ antragen.
strecke (<i><x₁,y₁,z₁>,<x₂,y₂,z₂>, textur</i>)	Strecke mit den Endpunkten $P_1(x_1;y_1;z_1)$ und $P_2(x_2;y_2;z_2)$.
gerade (<i><x₁,y₁,z₁>,<x₂,y₂,z₂>, textur</i>)	Gerade durch die Punkte $P_1(x_1;y_1;z_1)$ und $P_2(x_2;y_2;z_2)$.
ebenepar (<i><x_p,y_p,z_p>,<x_a,y_a,z_a>,<x_b,y_b,z_b>,textur</i>)	Ebene durch den Punkt $P(x_p;y_p;z_p)$ mit den Richtungsvektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{pmatrix}$.
ebene (<i>A,B,C,D,textur</i>)	Ebene mit der Gleichung $Ax+By+Cz+D=0$.

Von Ebenen werden jeweils Ausschnitte (als sehr dünne Quader) dargestellt.

Hinweis: Beachten Sie bei diesen Befehlen, dass Sie tatsächlich runde Klammern (anstatt der ansonsten in POV-Ray zu verwendenden geschweiften Klammern) verwenden. Dieser Unterschied rührt daher, dass die Befehle zur analytischen Geometrie Makros aufrufen.

Texturen

Für **textur** müssen Sie Texturen einbinden. Um die Arbeit zu erleichtern, enthält die Datei *anageo.inc* Beschreibungen einfach aufzurufender Texturen (es handelt sich um dieselben Texturen, die auch in der Vorlage *vorlage.inc* enthalten sind):

mattweiss,	schwarz,	blau_matt,	blau_glanz,	blau_transp,
rot_matt,	rot_glanz,	rot_transp,	gruen_matt,	gruen_glanz,
gruen_transp,	schachbrett,	holz,	silber,	silbergrau.

Beispiel: Um einen Ortsvektor als silbergrauen Pfeil darzustellen, geben Sie ein:

ortsvektor (<x,y,z>, silbergrau).

Besonders sinnvoll ist es, für Ebenen teilweise transparente Texturen (**..._transp**) zu verwenden, da es oft notwendig ist, zu sehen, was hinter den Ebenen liegt.

Koordinatensysteme

Zur Veranschaulichung der Lage von Objekten können Sie Koordinatensysteme einblenden:

- ks** Koordinatensystem ohne Achseneinteilung, das sich selbstständig der Größe des gewählten Ausschnittes (**intervall**) anpasst.
- ks10** Koordinatensystem mit Achseneinteilung (x, y, z von -10 bis 10). Die Größe dieses Koordinatensystems passt sich im Gegensatz zu der von **ks** nicht an. Seine Verwendung ist nur sinnvoll, wenn der Wert für **intervall** zwischen 8 und 12 gewählt wird. Dafür lassen sich hiermit aber die Koordinaten von Punkten abschätzen. Die Achsenunterteilungen haben die Länge einer Einheit.
- ks5** Koordinatensystem mit Achseneinteilung (x, y, z von -5 bis 5). Die Verwendung dieses Koordinatensystems ist sinnvoll, wenn der Wert für **intervall** zwischen 4 und 7 gewählt wird.

Einbinden und Verwenden der Erweiterungsdatei *anageo.inc*

Laden Sie die Datei *anageo.inc* und kopieren Sie diese am besten in den Include-Ordner von POV-Ray (meist *C:\Programme\POV-Ray for Windows v3.5\include*). Dann können Sie diese Datei in allen Szenen mittels **#include "ana-geo.inc"** einbinden und die beschriebenen Befehle verwenden. Ansonsten muss sich *ana-geo.inc* immer im selben Verzeichnis befinden wie Ihre Arbeitsdatei.

Am einfachsten ist es, wenn Sie die Datei *anageo.pov* als Vorlage verwenden, hier sind bereits alle nötigen Einträge vorgenommen. Die vorbereitete Kamera erfasst (in etwa) diejenigen Punkte, deren sämtliche Koordinaten zwischen **- intervall** und **intervall** liegen; Sie können diesen Wert in der Zeile „**#declare intervall = 5;**“ beliebig verändern.

Aufgaben zum Ausprobieren einiger Befehle von *anageo.inc*

Aufgabe 1

Öffnen Sie die Datei *anageo.pov* und speichern Sie diese zunächst unter einem anderen Namen. Stellen Sie die Punkte $P(-2;5;3)$ und $Q(2;-1;4)$, ihren Verbindungsvektor sowie die Gerade durch diese beiden Punkte dar. Fügen Sie ein Koordinatenkreuz mit Achseneinteilung hinzu. Betrachten Sie die Darstellung aus verschiedenen Richtungen, indem Sie die Werte für **winkel** und **hoehe** ändern. Experimentieren Sie mit **punkt** und **pluspunkt**; fügen Sie auch Ortsvektoren hinzu.

Aufgabe 2

Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie die Summe dieser beiden

Vektoren und stellen Sie \vec{a} , \vec{b} und $\vec{a} + \vec{b}$ so dar, dass der \vec{b} kennzeichnende Pfeil an der Spitze des zu \vec{a} gehörenden Pfeils beginnt.