

# **Thüringer Kultusministerium**

Lehrplan  
für das Gymnasium

Mathematik

1999

Herausgeber:

Thüringer Kultusministerium  
Werner-Seelenbinder-Straße 1  
99096 Erfurt

Druck und Vertrieb:

SATZ+DRUCK Centrum Saalfeld  
Am Cröstener Weg 4  
07318 Saalfeld  
Telefon (0 36 71) 57 57 57 Telefax (0 36 71) 57 57 58

## **Vorwort**

Die Thüringer Lehrpläne sind das Ergebnis der dritten Phase der Lehrplanentwicklung seit der Umgestaltung des Thüringer Erziehungs- und Bildungssystems 1990.

Die hier vorliegenden Thüringer Lehrpläne gingen aus einem intensiven Evaluationsprozess unter hoher Beteiligung von Lehrern, Schülern, Eltern und Wissenschaftlern hervor. Auch die Erkenntnisse nationaler und internationaler Curriculumforschung sind in diesen Prozess eingeflossen.

Mein Dank gilt allen, die sich in die Thüringer Lehrplandiskussion eingebracht haben, insbesondere den Mitgliedern der Lehrplankommissionen und ihren Beratern.

Im Mittelpunkt dieser ebenso gegenwartsbezogen wie zukunftsgemäß gestalteten Thüringer Lehrpläne stehen die aktuellen Fragen unserer Zeit. Diese Fragen weisen auf die gegenwärtigen und zukünftigen Herausforderungen und Aufgaben hin, wie sie sich sowohl in der Lebensgestaltung des Einzelnen als auch im politischen Handeln der Gesellschaft und damit der Schule stellen.

Die weiterentwickelten Lehrpläne der einzelnen Fächer orientieren sich für die nächsten Jahre an Fragen wie

- den Grundwerten menschlichen Zusammenlebens und der Untersuchung ihrer Gefährdung,
- dem friedlichen Zusammenleben unterschiedlicher Kulturen, Religionen und Gesellschaftsformen,
- der Einsicht in den Wert der natürlichen Lebensgrundlagen und der eigenen Gesundheit sowie den Ursachen ihrer Bedrohung,
- den Chancen und Risiken der von Veränderung betroffenen wirtschaftlichen, technischen und sozialen Lebensbedingungen,
- der Gleichstellung zwischen Frauen und Männern, Jungen und Mädchen in Familie, Beruf und Gesellschaft als einer zentralen gesellschaftlichen Aufgabe

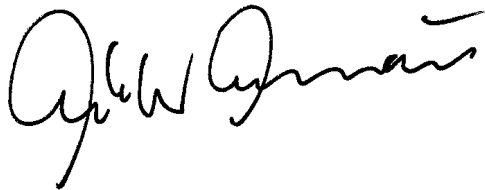
und sollen eine breite Grundbildung sichern.

Die Thüringer Lehrpläne bieten Freiräume für offenen Unterricht, fächerübergreifendes Lehren und Lernen, Problemorientierung, Projektarbeit und Praxiserfahrungen ebenso wie für innere Differenzierung, individualisiertes Lernen sowie die Anwendung traditioneller und neuer Medien.

Es geht um einen Wechsel der Perspektive, um einen schülerbezogenen Unterricht. Die weiterentwickelten Lehrpläne sollen dazu beitragen, günstige Lernsituationen zu schaffen, damit es jedem Schüler und jeder Schülerin in Thüringen möglich ist, das Optimum ihrer persönlichen Begabung und ihres Leistungsvermögens zu erreichen.

Die zu Grunde liegende Konzeption hat zum Ziel, die Schüler zum Handeln zu befähigen. Die Lehrpläne sollen zur schulinternen Kommunikation und Kooperation anregen, um zur Qualitätsverbesserung und Entwicklung jeder einzelnen Schule im Freistaat beizutragen.

Ich wünsche allen Thüringer Lehrerinnen und Lehrern bei der Umsetzung dieser Vorhaben viel Erfolg.

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Dieter Althaus', with a stylized, cursive script.

Dieter Althaus  
Kultusminister

## Inhaltsverzeichnis

	Seite
1 Der Mathematikunterricht im Thüringer Gymnasium	5
2 Klassenstufenbezogene Pläne für das Fach Mathematik im Thüringer Gymnasium	9
2.1 Ziele und Aufgaben	9
2.2 Unterrichtsgestaltung und Unterrichtsmethoden	10
2.3 Hinweise zur Handhabung des Lehrplanes	11
2.4 Lernbereiche und Zeitrichtwerte	13
2.5 Lerninhalte der Klassenstufen	14



# 1 Der Mathematikunterricht im Thüringer Gymnasium

Die Thüringer Schule ist ein Lern- und Erfahrungsraum. Sie verbindet fachliches mit fächerübergreifendem Arbeiten, fördert ganzheitliches Lernen, erzieht zu Toleranz und Solidarität und stärkt die Individualität der Kinder und Jugendlichen.

Entsprechend dem im Schulgesetz formulierten Auftrag entfalten die Thüringer Lehrpläne ein Konzept von Grundbildung, das die Verzahnung von Wissensvermittlung, Werteaneignung und Persönlichkeitsentwicklung beinhaltet.

**Grundbildung** zielt auf die Entwicklung der Fähigkeit zu vernunftbetonter Selbstbestimmung, zur Freiheit des Denkens, Urteilens und Handelns, sofern dies mit der Selbstbestimmung anderer Menschen vereinbar ist.

Ziel ist es, alle Schüler<sup>1</sup> zur Mitwirkung an den gemeinsamen Aufgaben in Schule, Beruf und Gesellschaft zu befähigen.

Um diese Grundbildung zu sichern, werden in der Schule **Kompetenzen** ausgebildet, wobei die Entwicklung von Lernkompetenz im Mittelpunkt steht. Lernkompetenz hat integrative Funktion. Sie ist bestimmt durch Sach-, Sozial-, Selbst- und Methodenkompetenz.

Kompetenzen werden in der tätigen Auseinandersetzung mit fachlichen und fächerübergreifenden Inhalten des Unterrichts - im Sinne von Kompetenzen für lebenslanges Lernen - erworben. Sie schließen stets die Ebene des Wissens, Wollens und Könnens ein. Die Kompetenzen bedingen einander, durchdringen und ergänzen sich gegenseitig und stehen in keinem hierarchischen Verhältnis zueinander. Ihr Entwicklungsstand und ihr Zusammenspiel bestimmen die Lernkompetenz des Schülers.

Die Kompetenzen haben Zielstatus und beschreiben den Charakter des Lernens.

An ihnen orientieren sich die Fächer, das fächerübergreifende Arbeiten und das Schulleben im Gymnasium.

Die im **Gymnasium** vermittelte Grundbildung erfährt ihre Spezifik durch eine wissenschaftspropädeutische Komponente und die Entwicklung von Studierfähigkeit, zu der jedes Fach einen Beitrag leistet.

Wie in den anderen Schularten ermöglicht der Unterricht im Gymnasium ganzheitliches Lernen, entwickelt humane Werte- und Normvorstellungen und hilft, auf die Bewältigung von Lebensanforderungen vorzubereiten.

Der Unterricht am Gymnasium ist in den Klassenstufen 5 und 6 an schulartübergreifenden Zielstellungen ausgerichtet (Phase der Orientierung).

In den Klassenstufen 7 bis 9 wird eine Grundbildung gesichert, d. h. es sollen grundlegende Kenntnisse, Fähigkeiten und Haltungen erworben werden, die Voraussetzungen für Studierfähigkeit und eine erfolgreiche Bewältigung der Oberstufe bilden.

---

<sup>1</sup>Personenbezeichnungen im Lehrplan gelten für beide Geschlechter.

Im Kontext von Studierfähigkeit sind die folgenden Fähigkeiten von herausragender Bedeutung:

- Entwicklung der Bereitschaft und der Fähigkeit zu kommunizieren und zu kooperieren
- Entwicklung eines selbstständigen Problemlöseverhaltens
- Förderung von Kreativität und Phantasie
- Entwicklung von Selbstbewusstsein und Selbstdisziplin, Leistungsbereitschaft und Konzentrationsfähigkeit
- Entwicklung der Fähigkeit zum systematischen, logischen und vernetzenden Denken sowie zum kritischen Urteilen.

Die Klassenstufen 10 bis 12 sind gekennzeichnet durch die Vertiefung der Grundbildung, einen höheren Anspruch an die Selbstständigkeit des Schülers, die Vervollkommenung der Methoden des selbstständigen Wissenserwerbs und wissenschaftspropädeutisches Lernen.

Schulische Zielstellungen sind auf die optimale individuelle Entwicklung der Persönlichkeit gerichtet. Für den Unterricht bei Schülern mit sonderpädagogischen Förderbedarf im Sehen, Hören oder in der körperlichen und motorischen Entwicklung (Körperbehinderung) bedeutet dies die Lernplaninhalte so aufzubereiten, dass die Lernziele unter Berücksichtigung der besonderen Lern- und Verarbeitungsmöglichkeiten auch vom Schüler mit Behinderung erreicht werden können.

Im Rahmen des Gesamtkonzeptes pädagogischen Handelns am Thüringer Gymnasium bilden die folgenden Aspekte wesentliche **Orientierungen für die Unterrichtsgestaltung** in jedem Fach:

- Anknüpfung an die individuellen Besonderheiten, die geistigen, sozialen und körperlichen Voraussetzungen der Schüler,
- Gestaltung eines lebensverbundenen Unterrichts, insbesondere
  - \* Anknüpfung an die Erfahrungswelt der Schüler
  - \* Anschaulichkeit und Fasslichkeit
  - \* Bezugnahme auf aktuelle Gegebenheiten und Ereignisse
  - \* Anknüpfung an historische Gegebenheiten, Ereignisse und Traditionen
  - \* Einbeziehen vielfältiger, ausgewogen eingesetzter Schülertätigkeiten
  - \* fächerübergreifendes, problemorientiertes Arbeiten,
- individuelles und gemeinsames Lernen in verschiedenen Arbeits- und Sozialformen,
- Berücksichtigung des norm- und situationsgerechten Umgangs mit der Muttersprache in allen Fächern,
- Förderung von Kommunikation sowie von kritischem Umgang mit Informationen und Medien,
- Schaffen von Anlässen und Gelegenheiten zu interkulturellem Lernen,
- Gestaltung eines Unterrichts, der die Interessen und Neigungen von Mädchen und Jungen in gleichem Maße anspricht und fördert.



Primäres Ziel schulischen Lebens muss die Sicherung der Grundbildung bleiben. Von dieser Basis aus können weitere Fragestellungen beantwortet werden, die schulisches Lernen heute zunehmend bestimmen. Gedacht ist hierbei an Fragestellungen, die häufig nicht in die traditionellen Unterrichtsfächer einzuordnen sind, den Unterricht jedoch wesentlich beeinflussen. In einen zukunftsorientierten Unterricht, der Kinder und Jugendliche darauf vorbereitet, Aufgaben in Familie, Staat und Gesellschaft zu übernehmen, müssen Sichtweisen einfließen, in denen sich die Komplexität des Lebens und der Umwelt widerspiegeln.

Mit den Thüringer Lehrplänen soll deshalb **fächerübergreifendes Arbeiten** angebahnt, die Kooperation von Lehrern angeregt und die Ableitung fächerübergreifender schulinterner Pläne ermöglicht werden.

Dies kann geschehen im fachübergreifenden Unterricht, in dem durch einen Lehrer innerhalb seines Unterrichts Bezüge zu anderen Fächern hergestellt werden, in einem fächerverbindenden Unterricht, der von gemeinsamen thematischen Bezügen der Unterrichtsfächer ausgeht und eine inhaltliche und zeitliche Abstimmung zwischen den Lehrern voraussetzt, oder in einem fächerintegrierenden Unterricht, bei dem traditionelle Fächerstrukturen zeitweilig aufgehoben werden.

Deshalb wird fächerübergreifendes Arbeiten als Unterrichtsprinzip festgeschrieben. Fachinhalte mit fächerübergreifendem Lösungsansatz bzw. mit tragendem Bezug zu den fächerübergreifenden Themen Berufswahlvorbereitung, Erziehung zu Gewaltfreiheit, Toleranz und Frieden, Gesundheitserziehung, Umgang mit Medien und Informationstechniken, Verkehrserziehung und Umwelterziehung werden als solche ausgewiesen und graphisch durch das Zeichen "✕" gekennzeichnet. Dabei werden wichtige Bezugsfächer genannt, ohne die Offenheit für weitere Kooperationen einzuschränken.

Der **Mathematikunterricht** leistet z. B. entscheidende Beiträge bei der Ausprägung von Basisqualifikationen für eine allgemeine Studierfähigkeit wie

- einen Sachverhalt präzise (und ohne Redundanz) auszudrücken,
- komplexe (auch fremdsprachliche) Sachtexte verstehend zu lesen,
- sicher mit mathematischen Symbolen und Modellen (formaler und inhaltlicher Aspekt) umzugehen.

Detaillierte Ausführungen befinden sich im nachfolgenden Kapitel.

## **Leistungsbewertung**

Der Fachlehrer hat die Aufgabe, den Unterricht im Fach Mathematik so anzulegen und zu gestalten, dass er das Lern- und Arbeitsverhalten der Schüler gezielt beobachtet, kontrolliert und bewertet.

Die Leistungsbewertung muss pädagogische und fachliche Grundsätze berücksichtigen. Sie soll hinsichtlich der Kompetenzbereiche, der Anzahl und der Formen der Kontrolle sowie der Anforderungsbereiche ausgewogen sein.

Es wird empfohlen, neben unterrichtsbegleitenden Kontrollen zahlreiche schriftliche und mündliche Leistungsnachweise zu bewerten. Während sich Kurzkontrollen in der Regel auf den unmittelbar zuvor behandelten Stoff beziehen, sollen in den Klassenarbeiten auch früher erworbene Kompetenzen nachgewiesen werden. Außerdem können tägliche Übungen, Hausaufgaben, Kurzvorträge, Ergebnisse von Gruppenarbeit, Resultate aus dem Projektunterricht, praktische Arbeiten usw. als Leistungsnachweise dienen. Dabei sollte beachtet werden, dass Bewertung nicht immer nur Zensierung bedeutet.

Konkretisierungen werden unter Berücksichtigung der schulspezifischen Situation durch die Fachkonferenz beschlossen.

Bei der Bewertung, Zensierung und Zusammenstellung von Leistungsnachweisen sind die Anforderungsbereiche angemessen zu berücksichtigen.

#### Anforderungsbereich I (Reproduktion)

umfasst die Wiedergabe von mathematischen Sachverhalten im gelernten Zusammenhang sowie die Beschreibung und Verwendung geübter Arbeitstechniken und Verfahrensweisen.

#### Anforderungsbereich II (analoge Rekonstruktion)

umfasst den selbstständigen Umgang mit bekannten mathematischen Sachverhalten und Zusammenhängen sowie das selbstständige Übertragen auf vergleichbare Sachverhalte.

#### Anforderungsbereich III (schöpferische Konstruktion)

umfasst methodenbewusste Problemlösung mit kritischer Interpretation der Resultate.

In jedem der drei Anforderungsbereiche sind neben der Sachkompetenz auch Methoden-, Sozial- und Selbstkompetenz angemessen und klassenstufenbezogen nachzuweisen.

### **Benutzerhinweise**

Die fächerübergreifenden Themen sind wie folgt abgekürzt:

GTF	Erziehung zu Gewaltfreiheit, Toleranz und Frieden
UE	Umwelterziehung
GE	Gesundheitserziehung
UMI	Umgang mit Medien und Informationstechniken
BWV	Berufswahlvorbereitung
VE	Verkehrserziehung

Inhalte mit fächerübergreifendem Lösungsansatz sind graphisch durch das Zeichen "✕" markiert, das wesentliche Bezugsfächer ausweist, darüber hinaus offen für weitere/andere Kooperation ist.

Das Zeichen "✕" verweist auch auf fächerübergreifende Themen.

Das Zeichen "➔" markiert Bezüge zu anderen Fächern.

Für die Fächer gelten die vom Thüringer Kultusministerium festgelegten Abkürzungen.

## 2 Klassenstufenbezogene Pläne für das Fach Mathematik im Thüringer Gymnasium

### 2.1 Ziele und Aufgaben

Der Mathematikunterricht im Thüringer Gymnasium hat neben der Vermittlung fachspezifischen Wissens und Könnens die Aufgabe, eine Anzahl besonderer Potenzen bei der *Herausbildung wesentlicher fachübergreifender sowie individueller Fähigkeiten* zu nutzen.

Aus dem langjährigen "Umgang mit der Mathematik" resultiert eine nachhaltige Erweiterung der **Selbstkompetenz** mit stark positiver Prägung der Schülerpersönlichkeit. So wird von den Schülern beim Erlernen von Grundkenntnissen systematisches und gründliches Arbeiten verlangt. Desgleichen werden Hartnäckigkeit und Willensstärke beim Überwinden von Schwierigkeiten in komplexeren Aufgaben sowie die Fähigkeit zu Kritik und Selbstkritik kontinuierlich entwickelt.

Von besonderer Bedeutung ist für die Schüler die Methodik des Problemlösens mit Hilfe der Sprache der Mathematik. Die Schüler erleben im Prozess des gymnasialen Mathematikunterrichtes, wie ein bestimmter Sachverhalt durch Formalisierung mit Hilfe von Variablen und Termen zunächst auf eine höhere und abstrakte Stufe gehoben wird (Modellierung). Dort ist nun eine Bearbeitung und Lösung mit den Mitteln der Mathematik möglich. Schließlich erfolgt eine Rückübersetzung der Lösung in die Sprache des ursprünglichen Sachverhaltes. Da das kritische Durchdenken von Tragfähigkeit aber auch Grenzen einer solchen "Modellmethode" von fächerübergreifend grundsätzlicher Bedeutung ist, wird insbesondere durch diesen Aspekt im Mathematikunterricht eine allgemeine Vorbereitung auf wissenschaftliches Arbeiten begünstigt. Die Schüler vervollkommen auf diese Weise ihre **Sachkompetenz**, indem sie gewonnene Einsichten in komplexen Zusammenhängen anwenden und sachkundig urteilen.

In dem Maße, wie die hierbei verwendeten Arbeitstechniken und Verfahren zu Gewohnheiten geworden sind, in denen Lösungsstrategien bewusst und effektiv eingesetzt werden, ist beim Schüler ein bedeutender Schritt auf dem Wege zur **Methodenkompetenz** gegangen worden. Eine herausragende Methode im Mathematikunterricht ist das Begründen und Beweisen von Aussagen.

Ihre Entwicklung beginnt in Klassenstufe 5, aufbauend auf den Vorleistungen der Grundschule, und erfährt ihren Höhepunkt in der Anwendung des Beweisverfahrens der Vollständigen Induktion im Leistungsfach.

Dabei werden folgende Niveaustufen realisiert:

- Erste Stufe: Die Begründung erfolgt hier noch beispielgebunden. In der Geometrie wird z. B. an konkreten geometrischen Objekten argumentiert.
- Zweite Stufe: Die Argumentationen lösen sich von einzelnen Beispielen und zielen auf Verallgemeinerungen ab.
- Dritte Stufe: Mathematische Aussagen werden durch logisches Schließen aus gesicherten Aussagen bewiesen.
- Vierte Stufe: Mathematische Beweise werden stark formalisiert aufgeschrieben.

Der Lehrer entscheidet, welche Niveaustufe im konkreten Fall angemessen ist. Damit die Methodenkompetenz zunehmend handlungswirksam wird, muss beim Schüler eine aufeinander abgestimmte Verbindung von Wissen, Können und Wollen erreicht werden.

Die Methodenkompetenz im Mathematikunterricht umfasst neben dem Beweisen und dem oben erläuterten Problemlösen weitere Fähigkeiten wie

- Begriffe exakt definieren,
- Zusammenhänge graphisch darstellen,
- Lösungswege bewusst auswählen und kritisch reflektieren,
- formal erhaltene Ergebnisse dem Sachverhalt entsprechend werten,
- geometrische Konstruktionen sauber und genau ausführen,
- Rechenhilfsmittel effektiv einsetzen.

Beim Problemlösen werden darüber hinaus viele kreative Elemente wirksam. Fächerverbindendes Arbeiten öffnet den Blick über die Fachgrenzen hinweg und macht den Sinn mathematischen Handelns bewusst. Die Aufarbeitung und Lösung von Problemen ist in der Regel keine Aktivität der Einzelperson, sondern setzt Erfahrungsaustausch sowie interaktive Formen des Lernens voraus. Gruppen- und Teamarbeit beeinflussen das Sozialverhalten nachhaltig positiv. Diese Fähigkeit der Schüler zur **Sozialkompetenz** ist ein unverzichtbarer integraler Bestandteil gymnasialer Bildung.

Weiterhin werden in der Auseinandersetzung mit mathematischen Problemen eine Reihe elementarer **Kulturtechniken** in vielfältiger Weise praktiziert.

So leistet der Mathematikunterricht einen bedeutenden Beitrag zur allgemeinen Spracherziehung. Sprachliche Abstraktionsfähigkeit wird geübt; Eindeutigkeit und Knappheit bei inhaltlicher Vollständigkeit in mündlichen und schriftlichen Darlegungen sind wichtige Voraussetzungen für alle Studienfächer.

Von großem erkenntnistheoretischem Wert ist nicht zuletzt das Verstehen des inneren Zusammenhanges der beiden Fundamente der Mathematik.

Aus praktischer Tätigkeit erwuchs das Streben nach quantitativer Beschreibung der realen Umwelt (Zählen, Vergleichen und Rechnen, Messen und Zeichnen). Erst daraus entwickelte sich in historisch großen Zeiträumen das "Gebäude der Mathematik" mit ihrem (nicht vordergründig anwendungsorientierten) Erkunden von Strukturen und allgemeinen Zusammenhängen mit Rückwirkungen auch auf die ursprünglichen Quellen der Mathematik.

Dieser tiefgreifende Wechselwirkungsaspekt zwischen reiner und angewandter Mathematik zeigt eindrucksvoll die *Mathematik als wertvolles Kulturgut* der Menschheit.

## 2.2 Unterrichtsgestaltung und Unterrichtsmethoden

Der inhaltlichen Planung des Mathematikunterrichtes liegen 28 Unterrichtswochen zugrunde.

Die weiteren Unterrichtsstunden stehen als **pädagogischer Freiraum** zur Verfügung. Dieser gibt dem Lehrer die Möglichkeit, neue methodische Wege zu erproben und zeitgemäße Entwicklungen der Fachdidaktik (z. B. fächerübergreifende Themen, Unterrichtsprojekte, Computereinsatz) einzubeziehen.

Der pädagogische Freiraum wird auch bereitgestellt, um dem Lehrer die Möglichkeit eines problemorientierten und entdeckenden Unterrichts zu geben.

Zusätzlich können durch die im Lehrplan ausgewiesenen Vorschläge bereits behandelte Fachinhalte vertieft und erweitert werden.

Um die angestrebten Kompetenzen in ausgewogenem Verhältnis zu entwickeln, sollten folgende Gesichtspunkte die Unterrichtsplanung entscheidend mitbestimmen:

- Im Mittelpunkt eines Lernprozesses soll eine Problemstellung (z. B. ein Sachproblem oder eine innermathematische Fragestellung) stehen, die Schüler motiviert und bei deren Lösung neue mathematische Einsichten gewonnen werden.
- Die Schüler sollen Möglichkeiten erhalten, selbstständig Erfahrungen zu sammeln und praktische Handlungen auszuführen (auf Selbstständigkeit orientierter Unterricht).
- Durch den gezielten Einsatz unterschiedlicher Lern- und Sozialformen sollen die Schüler die Fähigkeit erwerben, miteinander zu lernen, zu arbeiten und zu leben, Verantwortung wahrzunehmen und solidarisch zu handeln.
- Die Schüler sollen Möglichkeiten erhalten, in täglichen, vielfältigen und komplexen Übungen ihr mathematisches Wissen und Können zu festigen und Wissen und Können aus verschiedenen Themenkreisen und Stoffgebieten miteinander zu verbinden.
- Alle Schüler haben Anspruch darauf, unter Berücksichtigung ihres Entwicklungsstandes, ihrer individuellen Lernvoraussetzungen und ihrer Lernfähigkeit optimal gefordert und gefördert zu werden. Deshalb sind neben den äußeren Differenzierungsmöglichkeiten Formen der inneren Differenzierung im Mathematikunterricht in die Planung einzubeziehen. Insbesondere sollen Differenzierungsmaßnahmen im Rahmen der Übungsformen erfolgen.

Da sich nicht nur die Studienfächer im mathematisch-naturwissenschaftlichen Bereich, sondern auch andere Wissenschaften zunehmend mathematischer Betrachtungsweisen bedienen, erfordert die Herausbildung einer allgemeinen Studierfähigkeit, dass der Mathematikunterricht - unter Wahrung der Systematik des Wissenserwerbs und der Könnensentwicklung - der Anwendung von mathematischen Begriffen, Sätzen, Methoden und Verfahren ständige Aufmerksamkeit schenkt.

## **2.3 Hinweise zur Handhabung des Lehrplanes**

Der Lehrplan formuliert **Mindestanforderungen**.

In der Spalte "Bemerkungen" werden Erläuterungen gegeben, die sich insbesondere auf die Tiefe der Behandlung der "Lernziele und Inhalte" in Zweigen und Kursen beziehen. Außerdem werden Vorschläge zur Vertiefung der Fachinhalte im **FREIRAUM** unterbreitet.

Verbindliche Fachtermini sind bei ihrer Ersteinführung durch " ... " gekennzeichnet. Die "Lernziele und Inhalte" müssen nicht in der angegebenen Reihenfolge realisiert werden. Vielfach lassen sich Inhalte aus verschiedenen Themenkreisen im Unterricht zusammenhängend erarbeiten. Eine Parallelbehandlung von Stoffgebieten ist möglich.

Die **Übersicht der Lernbereiche** ermöglicht dem Lehrer eine Orientierung über die Fachinhalte des Gymnasiums.

Die den Themenkomplexen zugeordneten **Zeitrichtwerte** sind nicht verbindlich, geben aber eine grobe Orientierung über Umfang und Intensität, in der die Themenbereiche behandelt werden könnten.

In Klassenstufe 12 wird das Stoffgebiet A 5 (Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf weitere nichtrationale Funktionen) für alle Schüler verbindlich unterrichtet.

Als weiteres Stoffgebiet in dieser Klassenstufe wählt der Lehrer zwischen Linearer Algebra/Analytischer Geometrie II (**Alternative I**) und Stochastik II (**Alternative II**).

In Klassenstufe 9 und 10 werden folgende Abkürzungen verwendet:

SG für den sprachlichen bzw. musisch - künstlerischen Zweig und  
MG für den mathematisch - naturwissenschaftlichen Zweig.

Die Thüringer Oberstufe ist als Gesamtheit und mit den Stoffgebieten Analysis (A), Lineare Algebra und Analytische Geometrie (G) sowie Stochastik (S) konzipiert.

In Klassenstufe 11 und 12 werden die Abkürzungen verwendet:

GF für Grundfach und  
LF für Leistungsfach.

## 2.4 Lernbereiche und Zeitrichtwerte

Unterrichtswoche	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
<b>Klassenstufe 5</b>  4 h	5.1 Rechnen mit natürlichen Zahlen  44 Stunden											5.2 Größen  32 Stunden								5.3 Geometrische Grundbegriffe und Beziehungen 16 Stunden				5.4 Achsensymmetrische Figuren 20 Stunden				
<b>Klassenstufe 6</b>  4 h	6.1 Teilbarkeit natürlicher Zahlen 20 Stunden					6.2 Rechnen mit gebrochenen Zahlen  56 Stunden													6.3 Symmetrien und Abbildungen  36 Stunden									
<b>Klassenstufe 7</b>  4 h	7.1 Proportionalität und Prozentrechnung 28 Stunden							7.2 Rationale Zahlen 16 Stunden				7.3 Termumformungen / lineare Gleichungen und Ungleichungen 32 Stunden							7.4 Kongruente Figuren - Dreiecke 20 Stunden					7.5 Vierecke und Prismen 16 Stunden				
<b>Klassenstufe 8</b>  4 h	8.1 Termumformungen und Bruchgleichungen 28 Stunden							8.2 Potenzen mit ganzzahligen Exponenten 12 Stunden			8.3 Quadratwurzeln und reelle Zahlen 12 Stunden		8.4 Ähnlichkeit 24 Stunden					8.5 Die Satzgruppe des Pythagoras 12 Stunden			8.6 Pyramiden 24 Stunden							
<b>Klassenstufe 9</b> SG MG 3h 4h	9.1 Lineare Funktionen und lineare Gleichungssysteme											9.2 Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen								9.3 Kreis, Zylinder, Kegel, Kugel								
<b>Klassenstufe 10</b> SG MG 3h 4h	A 1 Funktionen																S 1 bis S 5 Stochastik I											
<b>Klassenstufe 11</b>  GF LF 4h 6h	A 2 Zahlenfolgen					A 3 Einführung in die Differentialrechnung										A 4 Integralrechnung						G 1 bis G 3 Lineare Algebra / Analytische Geometrie I						
<b>Klassenstufe 12</b>  GF LF 4h 6h	A 5 Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf weitere nichtrationale Funktionen										Alternative I : Lin. Algebra / Analyt. Geometrie II G 4 Analytische Geometrie der Geraden G 5 Analytische Geometrie der Ebenen								Lösen komplexer Aufgaben und Prüfungsvorbereitung									
											Alternative II : Stochastik II S 6 Normalverteilung S 7 Beurt. Statistik/Testen von Hypothesen																	

## 2.5 Lerninhalte der Klassenstufen

### Klassenstufe 5

Nach dem Übergang aus der Grundschule ins Gymnasium geht es in der Klassenstufe 5 darum, gemeinsame Arbeits- und Lernformen zu finden und ein einheitliches Niveau in Bezug auf inhaltliche Anforderungen und Arbeitstempo zu schaffen.

In Klassenstufe 5 wird im Kopfrechnen, in der Anwendung schriftlicher Rechenverfahren mit natürlichen Zahlen und Größen Sicherheit erreicht. Dabei sind Aufgaben aus dem Erfahrungsbereich der Schüler von besonderer Bedeutung. Durch unterschiedlichste Anforderungen werden sichere Größenvorstellungen herausgebildet. Gleichzeitig wird eine kritische Haltung gegenüber den berechneten Ergebnissen entwickelt. Dazu dient vor allem die Vermittlung geeigneter Kontrollmöglichkeiten.

Beim Rechnen mit natürlichen Zahlen wird sukzessive ein tieferes Zahlenverständnis angestrebt bzw. werden elementare Grundlagen der Mengenalgebra vorbereitet.

Durch konstruktive und rechnerische Beschreibung geometrischer Objekte werden die Erfahrungen der Schüler mit Grundbegriffen der Geometrie gefestigt und ausgebaut. Im Umgang mit Figuren und Körpern wird das räumliche Vorstellungsvermögen geschult und Phantasie entwickelt.

Wesentlicher Bestandteil der Klassenstufe 5 ist der sichere Umgang mit Zeichengeräten sowie die Befähigung zum übersichtlichen Darstellen von Lösungswegen.

Die Schüler äußern in vielfältigen Situationen mathematische Einsichten in altersgemäßer Sprache und berücksichtigen dabei zunehmend die Fachsprache.

Kommunikationsfähigkeit, Teamfähigkeit und Kooperationsbereitschaft können vor allem durch Partner- und Gruppenarbeit gestärkt werden.



## Lernziele und Inhalte

## Bemerkungen

### **5.1     *Rechnen mit natürlichen Zahlen***

5.1.1     Natürliche Zahlen bis 1 Billion im dekadischen Positionssystem schreiben, lesen und in der Stellentafel darstellen

Dabei soll zwischen Zahlzeichen und Zahl unterschieden werden und natürliche Zahlen sollen auch als Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen geschrieben werden.

#### FREIRAUM

Zur Vervollständigung des Zahlenverständnisses könnten die Schüler ein nichtdekadisches Positionssystem (z. B. Dualsystem) kennenlernen.

✂ UMI, UE  
→ If

5.1.2     Natürliche Zahlen auf eine vorgegebene Stelle runden

5.1.3     Natürliche Zahlen auf dem Zahlenstrahl darstellen und der Größe nach ordnen

5.1.4     Natürliche Zahlen addieren, subtrahieren und multiplizieren

Es ist hier gleichermaßen an die Anwendung schriftlicher Verfahren wie an Kopfrechenaufgaben gedacht. Eine Beschränkung auf dreistellige Faktoren ist sinnvoll. Dem Rechnen mit 0 und 1 sollte besondere Aufmerksamkeit gewidmet werden. Bei mehreren Summanden bzw. Subtrahenden wird eine Beschränkung auf höchstens drei empfohlen.

### **Lernziele und Inhalte**

- 5.1.5 Durch von Null verschiedene natürliche Zahlen dividieren
- 5.1.6 Näherungswerte für Produkte und Quotienten durch Überschlag bestimmen
- 5.1.7 Rechenergebnisse bei Subtraktionen und Divisionen mit Hilfe der Umkehroperationen kontrollieren
- 5.1.8 Die Rechenregeln "Punktrechnung geht vor Strichrechnung" und die Klammerregel kennen und anwenden
- 5.1.9 Rechenvorteile im Umgang mit natürlichen Zahlen kennen und anwenden
- 5.1.10 Die Potenzschreibweise kennen und Potenzen berechnen
- 5.1.11 Vorgegebene Terme mit Hilfe der Begriffe Summe, Differenz, Produkt und Quotient beschreiben
- 5.1.12 Die Begriffe "Element", "Menge", "leere Menge" und die entsprechende Symbolik kennen und anwenden
- 5.1.13 Die Begriffe "Variable" und "Aussage" kennen

### **Bemerkungen**

Die schriftliche Division durch zweistellige Divisoren wird in Klassenstufe 5 neu eingeführt.

Hierbei geht es um geschickte Anordnung von Summanden bzw. Faktoren sowie um Zerlegungen, die zu praktischen Rechenvorteilen für Schüler führen.

Die Quadratzahlen bis  $20^2$  sollten gedächtnismäßig beherrscht werden.

## Lernziele und Inhalte

- 5.1.14 Gleichungen und Ungleichungen durch inhaltliche Überlegungen oder durch systematisches Probieren lösen, die Probe durchführen und die Lösungsmenge angeben
- 5.1.15 Für alle Variablen in einem Term vorgegebene Zahlen einsetzen und den Wert berechnen
- 5.1.16 Sach- und Anwendungsaufgaben lösen, in denen auch mehrere Rechenoperationen miteinander verknüpft sind

## **5.2 Größen**

- 5.2.1 Einheiten für Geldwerte, Zeitspannen, Längen, Massen, Flächeninhalte, Volumina kennen und anwenden
- 5.2.2 Eine Größe durch Maßzahl und Einheit bezeichnen
- 5.2.3 Dieselbe Größe mit Hilfe verschiedener Einheiten angeben

## Bemerkungen

Auch solche Gleichungen und Ungleichungen sollten berücksichtigt werden, die im Bereich der natürlichen Zahlen keine Lösung besitzen.

*In diesem Abschnitt geht es insbesondere um die Festigung und Erweiterung von Größenvorstellungen aus der Grundschule.*

*Es ist nicht an das Rechnen mit Dezimalbrüchen gedacht.*

Hier soll an das in der Grundschule Gelernte (Geldwerte, Zeitmaße, Längen, Massen, Hohlmaße) angeknüpft werden.

→ Sp

✕ Ge

## **Lernziele und Inhalte**

## **Bemerkungen**

- 5.2.4 Größen innerhalb eines Größenbereichs
- der Größe nach ordnen
  - addieren und subtrahieren
  - mit einer natürlichen Zahl multiplizieren
  - durch eine natürliche Zahl verschieden von Null dividieren
  - durch eine Größe desselben Größenbereichs dividieren
- 5.2.5 Den Umfang von Rechtecken und Quadraten, auch unter Verwendung der Formel, berechnen
- 5.2.6 Den Flächeninhalt von Rechtecken und Quadraten, auch unter Verwendung der Formel, berechnen
- 5.2.7 Den Flächeninhalt von Flächen, die aus Rechtecken zusammengesetzt sind, berechnen
- 5.2.8 Den Oberflächeninhalt von Quader und Würfel berechnen
- 5.2.9 Den Rauminhalt (das Volumen) von Quader und Würfel, auch unter Verwendung der Formel, berechnen
- 5.2.10 Den Rauminhalt von Körpern, die aus Quadern zusammengesetzt sind, berechnen
- 5.2.11 Längen, Massen, Flächeninhalte und Volumina an geeignet vorgegebenen Körpern schätzen

Durch das Auslegen, Vergleichen und Ausmessen von Flächen wurden in der Grundschule bereits erste Vorstellungen entwickelt.

## **Lernziele und Inhalte**

- 5.2.12 Sachaufgaben zu den angegebenen Größenbereichen lösen

## **Bemerkungen**

Hierbei können auch einfache Brüche verwendet werden.

Es geht nicht um die Einführung der Bruchrechnung, vielmehr soll an die Erfahrungen aus dem täglichen Leben angeknüpft werden,

z. B.:  $\frac{1}{4}$ l;  $\frac{1}{2}$ m;  $\frac{3}{4}$ h.

✂ UE, GE; Bi, Gg

## **5.3 Geometrische Grundbegriffe und Beziehungen**

- 5.3.1 Die Begriffe "Gerade", "Halbgerade" ("Strahl") und Strecke unterscheiden
- 5.3.2 Lagebeziehungen von Geraden beschreiben und dabei die Begriffe "parallel zu", "senkrecht zu" und deren Symbole anwenden
- 5.3.3 Zahlenpaaren Punkte im Koordinatensystem (Beschränkung auf den ersten Quadranten) zuordnen und umgekehrt
- 5.3.4 Lagebeziehungen von Punkt und Gerade bzw. Punkt und Strecke beschreiben

Hierbei ist nicht an die Einführung der Begriffe "Abszisse" und "Ordinate" gedacht.

➔ Gg

### **Lernziele und Inhalte**

- 5.3.5 Durch einen Punkt zu einer Geraden die Senkrechte zeichnen
- 5.3.6 Durch einen nicht auf einer Geraden liegenden Punkt die Parallele zu der Geraden zeichnen
- 5.3.7 Den Begriff "Abstand eines Punktes von einer Geraden" und "Abstand zweier zueinander paralleler Geraden" kennen sowie solche Abstände in Zeichnungen messen
- 5.3.8 Die Begriffe "Winkel", "Scheitel" und "Schenkel" sowie die Bezeichnung von Winkeln kennen und anwenden
- 5.3.9 Die Begriffe "spitzer Winkel", "rechter Winkel", "stumpfer Winkel", "gestreckter Winkel", "überstumpfer Winkel" und "Vollwinkel" kennen und anwenden
- 5.3.10 Winkelmaße schätzen und messen
- 5.3.11 Winkel mit vorgegebenem Maß zeichnen
- 5.3.12 Die Begriffe "Kreis", "Radius" und "Durchmesser" kennen und anwenden

### **Bemerkungen**

Hierbei sollen geeignete Zeichengeräte (z. B. Geo-Dreieck) genutzt werden.

z. B.:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\angle$  ABC  
→ Gg

Dafür kann der Winkelmesser oder das Geo-Dreieck verwendet werden.

Dafür kann der Winkelmesser oder das Geo-Dreieck verwendet werden.

## Lernziele und Inhalte

### **5.4 Achsensymmetrische Figuren**

- 5.4.1 Durch Falten, Schneiden, Zeichnen achsensymmetrische Figuren erzeugen
- 5.4.2 Die Symmetrieachse(n) in einer vorgegebenen Figur durch Falten oder Zeichnen bestimmen
- 5.4.3 Zu einer vorgegebenen Figur das Bild bei einer Spiegelung ermitteln
- 5.4.4 Eine achsensymmetrische Figur durch Achsenspiegelung herstellen
- 5.4.5 Die Begriffe "Achsensymmetrie", "Symmetrieachse" und "Achsenspiegelung", "Spiegelgerade" kennen und anwenden
- 5.4.6 Dreiecke und Vierecke (Quadrat, Rechteck, Parallelogramm, Trapez, Drachenviereck, Rhombus/Raute) beschreiben, auf Symmetrie untersuchen, skizzieren und auf unliniertem bzw. kariertem Papier zeichnen
- 5.4.7 Die Begriffe Quadrat, Rechteck, "Parallelogramm", "Trapez", "Drachenviereck", "Rhombus"/"Raute" und "Diagonale" kennen und anwenden

## Bemerkungen

*Das Stoffgebiet wird in Klassenstufe 6 fortgeführt.*

✂ VE; Ku, Ge, Bi

### FREIRAUM

Hier könnten auch Teilmengenbeziehungen für die Vierecksarten bewusst gemacht und mit Hilfe der Eigenschaften begründet werden.

### **Lernziele und Inhalte**

- 5.4.8      Würfel, Quader, Zylinder, Kegel und vierseitige Pyramiden in verschiedenen Lagen erkennen
- 5.4.9      Die Begriffe "Quader" und "Würfel" kennen und anwenden
- 5.4.10    Eigenschaften von Quader und Würfel (u. a. die Symmetrie) erkennen und beim Zeichnen verschiedener Netze anwenden
- 5.4.11    Quader und Würfel im Schrägbild darstellen
- 5.4.12    Erkennen von Quadern aus Schrägbildern und Netzen

### **Bemerkungen**

Dabei sollten Würfel- und Quadermodelle hergestellt werden.

#### **FREIRAUM**

Zur Vertiefung des räumlichen Vorstellungsvermögens könnten den Strecken (und deren Eckpunkten) sowie Rechtecken des Quadernetzes die Kanten (und Ecken) bzw. die Flächen des räumlichen Modells zugeordnet werden.

Hierbei geht es um erste Versuche, Körper in der Ebene darzustellen bzw. aus Darstellungen zu erkennen und somit das räumliche Vorstellungsvermögen weiter zu schulen.

Der Begriff "Schrägbild" wird erst in Klassenstufe 7 eingeführt.



## Klassenstufe 6

Mit der Teilbarkeit natürlicher Zahlen wird die Behandlung einfacher zahlentheoretischer Probleme fortgesetzt.

Ein tieferes Zahlenverständnis wird auch durch die Erweiterung auf den Bereich der gebrochenen Zahlen erreicht. Im Vergleich der verschiedenen Zahlenbereiche werden Zusammenhänge und wesentliche Unterscheidungsmerkmale herausgearbeitet. Die Schüler gewinnen Sicherheit im Rechnen mit gebrochenen Zahlen und können ihre Ergebnisse zunehmend selbstständig kontrollieren. Das Beherrschen von Grundfertigkeiten wie Kopfrechnen und Erstellen von Überschlüssen ist auszubauen.

In Anwendungsaufgaben ist es wichtig, die Ergebnisse mit einer dem Sachverhalt entsprechenden Genauigkeit anzugeben.

Durch die Anwendung der "neu gewonnenen" Zahlen bei Größenangaben lernen die Schüler, verschiedene Lernbereiche zu verknüpfen und theoretische Sachverhalte auf praktische Anwendungen zu übertragen.

Die Fähigkeiten im Konstruieren, Beschreiben und Begründen werden bei der Beschäftigung mit geometrischen Figuren und Abbildungen weiterentwickelt. Im Geometrieunterricht wird besonderer Wert darauf gelegt, dass Konstruktionen sauber und genau ausgeführt werden.

In vielfältigen Situationen lernen die Schüler, mathematische Sachverhalte klar zu beschreiben und dabei die Fachsprache altersgemäß anzuwenden.

### Lernziele und Inhalte

### Bemerkungen

#### **6.1 Teilbarkeit natürlicher Zahlen**

6.1.1 Die Begriffe "Teiler einer Zahl", "Primzahl", "Primfaktorzerlegung" und die entsprechende Symbolik kennen und anwenden

Die Primfaktorzerlegung soll auch in Potenzschreibweise angegeben und die Eindeutigkeit der Primfaktorzerlegung an Beispielen erkannt werden.

6.1.2 Die Teiler einer Zahl bestimmen

Hier könnten zur Vertiefung des Mengenbegriffs die Teiler von zwei Zahlen im Mengendiagramm dargestellt werden.

## Lernziele und Inhalte

- 6.1.3 Den Begriff "kleinstes gemeinsames Vielfaches" (kgV) und "größter gemeinsamer Teiler" (ggT) kennen und das kgV bzw. den ggT vorgegebener Zahlen ermitteln
- 6.1.4 Die Regeln für die Teilbarkeit eines Produktes, einer Summe und einer Differenz kennen und anwenden
- 6.1.5 Die Teilbarkeitsregeln für die 2; 5; 10; 3; 9; 6 und 4 kennen und anwenden
- 6.2      *Rechnen mit gebrochenen Zahlen***
- 6.2.1 Teile von Ganzen bestimmen
- 6.2.2 Den Begriff "gemeiner Bruch" und die Darstellung durch Zähler, Bruchstrich und Nenner kennen und anwenden
- 6.2.3 Bruchteile zeichnerisch darstellen und an geometrischen Figuren erkennen

## Bemerkungen

Bei der Ermittlung des kgV und des ggT sollte man sich auf drei Zahlen beschränken.

### FREIRAUM

Das kleinste gemeinsame Vielfache und der größte gemeinsame Teiler könnten auch durch Primfaktorzerlegung bestimmt werden, dabei sollte auch die Potenzschreibweise verwendet werden.

Bei der Teilbarkeitsregel einer Summe können Analogiebetrachtungen zum Distributivgesetz angestellt werden.

Die Teilbarkeitsregeln für die 2; 5 und 10 sind aus der Grundschule bekannt.

*Dieses Stoffgebiet ist auch unter dem Aspekt der Zahlenbereichserweiterungen zu behandeln.*

Hierbei soll auf den Unterschied zwischen Bruch und gebrochener Zahl hingewiesen werden.

## **Lernziele und Inhalte**

- 6.2.4 Die Begriffe "echter Bruch", "unechter Bruch", "gleichnamige" und "ungleichnamige Brüche" kennen und anwenden
- 6.2.5 Brüche erweitern und kürzen
- 6.2.6 Gebrochene Zahlen (gemeine Brüche) auf dem Zahlenstrahl darstellen und der Größe nach ordnen
- 6.2.7 Den Begriff "Hauptnenner" kennen und den Hauptnenner vorgegebener Brüche bestimmen
- 6.2.8 Das Reziproke eines Bruches kennen und anwenden
- 6.2.9 Gebrochene Zahlen in der Darstellung als gemeine Brüche addieren, subtrahieren, multiplizieren und durch eine von Null verschiedene Zahl dividieren
- 6.2.10 Sach- und Anwendungsaufgaben lösen, in denen auch mehrere Rechenoperationen verknüpft sind
- 6.2.11 Den Begriff "Dezimalbruch" und dessen Schreibweise kennen und auf Beispiele aus dem Erfahrungsbereich der Schüler anwenden

## **Bemerkungen**

Im Zusammenhang mit Größenangaben und in Sachaufgaben sollten auch gebrochene Zahlen in gemischter Schreibweise verwendet werden.

Beim Kürzen sollten die Teilbarkeitsregeln bewusst angewendet werden.

Das Reziproke ist auch von Zahlen wie  $2 = \frac{2}{1}$  zu bilden.

Bei mehreren Summanden bzw. Subtrahenden wird eine Beschränkung auf höchstens drei empfohlen. An geeigneten Beispielen sollten Rechenvorteile durch Anwendung der Rechengesetze bewusst gemacht werden.

## **Lernziele und Inhalte**

- 6.2.12 Dezimalbrüche auf dem Zahlenstrahl darstellen
- 6.2.13 Gebrochene Zahlen in Dezimalbruchdarstellung vergleichen, der Größe nach ordnen und auf eine vorgegebene Stelle runden
- 6.2.14 Gebrochene Zahlen in Dezimalbruchdarstellung addieren, subtrahieren, multiplizieren und durch eine von Null verschiedene Zahl dividieren
- 6.2.15 Näherungswerte für Produkte und Quotienten durch Überschlagsrechnung bestimmen
- 6.2.16 Sach- und Anwendungsaufgaben lösen, in denen auch mehrere Rechenoperationen miteinander verknüpft sind
- 6.2.17 Gemeine Brüche in Dezimalbrüche umwandeln und umgekehrt

## **Bemerkungen**

Hier sollten auch Größenangaben verwendet werden.  
z. B.: vergleiche 0,5 m und 0,25 m

Bei mehreren Summanden bzw. Subtrahenden wird eine Beschränkung auf höchstens drei empfohlen.  
An geeigneten Beispielen sollten Rechenvorteile durch Anwendung der Rechengesetze bewusst gemacht werden.

Gebrochene Zahlen in Dezimalbruchdarstellung sollten auch mit natürlichen Zahlen und Zehnerpotenzen multipliziert und dividiert werden.

z. B.:  $0,25 \cdot 2$  ;  $0,25 : 10^2$

Die Ergebnisse sollen hier dem Sachverhalt entsprechend sinnvoll gerundet werden.

Bei der Umwandlung ist besonderer Wert auf solche gebrochene Zahlen zu legen, die später bei den bequemen Prozentsätzen benötigt werden.

z. B.:  $\frac{1}{2} = 0,5$  ;  $\frac{3}{4} = 0,75$  ;  $\frac{7}{10} = 0,7$  ;  $\frac{345}{1000} = 0,345$

## Lernziele und Inhalte

- 6.2.18 Den Begriff "periodischer Dezimalbruch" kennen
- 6.2.19 Gleichungen durch inhaltliche Überlegungen oder durch systematisches Probieren lösen, die Probe durchführen und die Lösungsmenge angeben
- 6.2.20 Für die Variablen in einem Term vorgegebene Zahlen einsetzen und den Wert berechnen
- 6.2.21 Sach- und Anwendungsaufgaben lösen, die auch verschiedene Darstellungsarten gebrochener Zahlen verknüpfen
- 6.2.22 Den Begriff "Teilmenge" und die entsprechende Symbolik kennen und anwenden  
Die Menge der natürlichen Zahlen als Teilmenge der Menge der gebrochenen Zahlen bewusst machen

## Bemerkungen

Bei der Umwandlung gemeiner Brüche in periodische Dezimalbrüche und umgekehrt sollte man sich auf einfache Fälle beschränken.

z. B.:  $\frac{1}{3} = 0,\overline{3}$  ;  $0,\overline{6} = \frac{2}{3}$

Auch solche Gleichungen sollten berücksichtigt werden, die im Bereich der gebrochenen Zahlen keine Lösung besitzen.

✂ GE; Sp, Bi

### FREIRAUM

An dieser Stelle könnte verdeutlicht und exemplarisch begründet werden, dass zwischen je zwei gebrochenen Zahlen mindestens eine weitere zu finden ist.

## Lernziele und Inhalte

### **6.3      *Symmetrien und Abbildungen***

- 6.3.1      Den Begriff "Punktspiegelung" kennen und entscheiden, ob eine vorgegebene Figur achsen- bzw. punktsymmetrisch ist, sowie die Entscheidung begründen
- 6.3.2      Eigenschaften von achsen- und punktsymmetrischen Figuren exemplarisch bewusst machen
- 6.3.3      Verschiebungen, Spiegelungen und Drehungen von Figuren ausführen und in vorgegebenen Darstellungen erkennen
- 6.3.4      Eigenschaften von Spiegelungen, Verschiebungen und Drehungen exemplarisch bewusst machen
- 6.3.5      Sätze über Winkel an zwei sich schneidenden Geraden und an geschnittenen Parallelen kennen
- 6.3.6      Die Begriffe "spitzwinkliges Dreieck", "rechtwinkliges Dreieck", "stumpfwinkliges Dreieck", "gleichseitiges Dreieck" und "gleichschenkliges Dreieck" kennen und anwenden
- 6.3.7      Den Innenwinkelsatz für Dreiecke kennen und anwenden
- 6.3.8      Eigenschaften symmetrischer Dreiecke kennen, begründen und anwenden

## Bemerkungen

✂ VE; Ge, Ku, Bi

*Es ist kein systematischer abbildungsgeometrischer Lehrgang vorgesehen.*

Die Entscheidung kann auf unterschiedlichem Niveau erfolgen. Sie soll auch mit Symmetrieeigenschaften begründet werden.

Bei Begründungen soll auf Eigenschaften der Spiegelung bzw. der Symmetrie zurückgegriffen werden.

## Klassenstufe 7

Ab Klassenstufe 7 ist die Verwendung von Taschenrechnern im Unterricht, in Leistungsnachweisen und in Prüfungen gestattet. Bei der Lösung geeigneter praktischer und theoretischer Probleme lernen die Schüler Handhabung und Grenzen des Taschenrechners kennen. (Sollten in der Anzeige abgetrennte Zehnerpotenzen auftreten, so wird diese Schreibweise mit der Kommaverschiebung erklärt.) An geeigneten Stellen kann der Umgang mit einem Tafelwerk geübt werden.

Die Schüler erfahren die Notwendigkeit einer erneuten Zahlenbereichserweiterung. Durch die Einbettung der bereits bekannten Bereiche werden Gemeinsamkeiten, Unterschiede und Mengenbeziehungen herausgearbeitet. Sicheres Rechnen mit rationalen Zahlen (vor allem im Kopf) ist Voraussetzung für das Arbeiten mit Variablen und das Lösen von Gleichungen bzw. Ungleichungen. Mit der Einführung der Proportionalität, der Prozentrechnung und der Berechnung von Prismen können weitergehende Sachaufgaben aus der Erfahrungswelt der Schüler gelöst werden. Dabei wird besonderer Wert darauf gelegt, dass die Ergebnisse kritisch beurteilt, die gefundenen Lösungen interpretiert und Resultate gegebenenfalls mit einer dem Sachverhalt angemessenen Genauigkeit angegeben werden. Trotz der Verwendung des Taschenrechners als Hilfsmittel wird das Kopfrechnen nicht vernachlässigt. Durch das Arbeiten mit Variablen und das systematische Lösen von Gleichungen und Ungleichungen werden die Schüler schrittweise an die Formalisierung realer Sachverhalte herangeführt. Die mittels eines Kalküls gewonnenen Lösungen müssen dabei immer bezüglich der Ausgangssituation bewertet werden.

Während durch die Darstellung geometrischer Figuren und Körper vor allem das räumliche Vorstellungsvermögen geschult wird, stellen die Berechnungen die Verbindung zur Algebra her. Konstruktionen und Darstellungen sollen sauber, übersichtlich und genau ausgeführt werden.

Die Fähigkeiten im logischen Argumentieren, Begründen und Beweisen werden weiterentwickelt. Einfache Beweise (z. B. Eigenschaften von Vierecken) können zunehmend selbstständig geführt werden, wobei sich das Argumentationsniveau an dem Leistungsvermögen der jeweiligen Klasse orientiert.

<b><u>Lernziele und Inhalte</u></b>	<b><u>Bemerkungen</u></b>
<b>7.1      <i>Proportionalität und Prozentrechnung</i></b>	✂ UMI, UE, VE, GE; Gg, Ph, Sk → If
7.1.1      Einen vorgegebenen Bruch als Prozentsatz angeben und umgekehrt	
7.1.2      Die drei Grundaufgaben der Prozentrechnung lösen	Zur Kontrolle der Ergebnisse sollen die Schüler "bequeme Prozentsätze" verwenden.
7.1.3      Die Begriffe "Prozent" (p %), "Promille" (p ‰), "Grundwert", "Prozentsatz" und "Prozentwert" kennen und anwenden	Hier sollen auch Prozentsätze über 100 % verwendet und berechnet werden.
7.1.4      Prozentuale Aufteilungen in Kreis- bzw. Streifendiagrammen darstellen	
7.1.5      Aufgaben zur Zinsrechnung auf die Prozentrechnung zurückführen	An dieser Stelle soll auf im Bankwesen übliche Verfahren hingewiesen werden.
7.1.6      Die Begriffe "Kapital", "Zinssatz", "Jahreszins" und "Zinsen" kennen und anwenden	
7.1.7      Sachaufgaben zur Prozent- und Zinsrechnung lösen	Hierbei sollen auch Begriffe aus dem Wirtschaftsleben (z. B.: Brutto, Netto, Gewinn, Verlust, Rabatt und Skonto) verwendet werden. Es sind auch Aufgaben zu lösen, in denen "Steigerung um bzw. auf" oder "Verminderung um bzw. auf" enthalten sind.



## **Lernziele und Inhalte**

## **Bemerkungen**

- 7.1.8 Zuordnungen von Größen beschreiben, die in Tabellen oder Diagrammen vorgegeben werden
- 7.1.9 Zu vorgegebenen Zuordnungen von Größen Tabellen oder Diagramme erstellen
- 7.1.10 Proportionale und umgekehrt proportionale Zuordnungen von Größen beschreiben und ihre graphischen Darstellungen kennen
- 7.1.11 Sachaufgaben zu proportionalen oder umgekehrt proportionalen Zuordnungen mit Hilfe der Eigenschaften dieser Zuordnungen lösen
- 7.1.12 Die Begriffe "proportional" und "quotientengleich" bzw. "umgekehrt proportional" und "produktgleich" kennen und anwenden

## Lernziele und Inhalte

### **7.2 Rationale Zahlen**

- 7.2.1 Die Notwendigkeit der Einführung negativer Zahlen begründen
- 7.2.2 Die Begriffe "ganze Zahl", "rationale Zahl", "positive Zahl", "negative Zahl", "Betrag einer Zahl" und "zueinander entgegengesetzte Zahlen" kennen und anwenden
- 7.2.3 Rationale Zahlen auf der Zahlengeraden darstellen und der Größe nach ordnen
- 7.2.4 Das Koordinatensystem auf vier Quadranten erweitern und die Begriffe "Koordinatensystem", "Quadrant", "Abszisse", "Ordinate" und "Koordinatenursprung" kennen und anwenden
- 7.2.5 Rationale Zahlen addieren, subtrahieren, multiplizieren und durch eine von Null verschiedene Zahl dividieren

## Bemerkungen

### FREIRAUM

Zur Vertiefung des Begriffs "Betrag" sollten auch die Lösungsmengen einfacher Gleichungen und Ungleichungen wie

z. B.:  $|x| = 8$ ;  $|x| = -4$ ;  $|x| \pm 7 = 5$ ;  $|x \pm 4| = 10$ ;  $|x| < 2$ ;  $|x| \geq 0$ ;  $|x - 1| < 2$  bestimmt werden.

Dabei kann den Schülern die Notwendigkeit von Fallunterscheidungen verdeutlicht werden.

Dabei ist zwischen Rechenzeichen und Vorzeichen zu unterscheiden.

Hier soll begründet werden, dass die Division durch Null nicht definiert ist.

An geeigneten Beispielen sollten Rechenvorteile durch Anwendung der Rechengesetze bewusst gemacht werden.

## Lernziele und Inhalte

7.2.6 Teilmengenbeziehungen für die Mengen der natürlichen Zahlen, ganzen Zahlen, gebrochenen Zahlen und rationalen Zahlen angeben und begründen

7.2.7 Die Symbole **N**, **Z**, **Q<sub>+</sub>** und **Q** kennen und anwenden

### **7.3 Termumformungen, lineare Gleichungen und lineare Ungleichungen mit einer Lösungsvariablen**

7.3.1 Den Begriff "Term" kennen und Termwerte durch Belegen der Variablen berechnen

7.3.2 Die Struktur eines Terms erkennen

7.3.3 Terme mit einer Variablen addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren

7.3.4 Die Begriffe "Gleichung", "Ungleichung", "Grundbereich" und "Lösungsmenge" kennen und anwenden

## Bemerkungen

→ If (Algorithmen, Termstrukturen)

✂ UMI

z. B.:  $2a \pm 5a$  ;  $2,5n \cdot 4$  ;  $10y:5$  ;  $\frac{1}{2}(4x+2)$  ;  
 $(2x+3) \pm (4x-2)$

In den Gleichungen sollten Terme, wie sie in der Bemerkung unter 7.3.3 beschrieben sind, verwendet werden.

## Lernziele und Inhalte

7.3.5 Lineare Gleichungen und einfache lineare Ungleichungen mit Hilfe äquivalenter Umformungen lösen und die Lösungsmenge angeben

7.3.6 Lösungen linearer Gleichungen mit Hilfe der Probe kontrollieren

7.3.7 Lineare Gleichungen mit Parametern nach einer Variablen auflösen

## **7.4 Kongruente Figuren - Dreiecke**

7.4.1 Den Begriff "zueinander kongruente Vielecke" kennen und anwenden

7.4.2 Die Kongruenzsätze für Dreiecke kennen und entscheiden, ob Dreiecke aus vorgegebenen Stücken kongruent zueinander sind

7.4.3 Dreieckskonstruktionen mit Hilfe der Kongruenzsätze ausführen

7.4.4 Konstruktionen beschreiben

## Bemerkungen

Einfache lineare Ungleichungen sind z. B.:  $5 - x \leq 2x$  ;  $23x + 5 - 2x > 14x + 7$ .

Auch solche Gleichungen und Ungleichungen sind zu berücksichtigen, deren Lösungsmenge gleich dem Grundbereich bzw. gleich der leeren Menge ist.

Lösungsmengen von Ungleichungen sollen die Schüler auf der Zahlengeraden darstellen.

Hier sollten auch geeignete Formeln nach einer vorgegebenen Variablen aufgelöst werden.

Die Kongruenz von Vielecken kann mit Hilfe der Kongruenzabbildungen oder aus Übereinstimmung von einander entsprechenden Seitenlängen und Winkelgrößen erklärt werden.

Dabei ist das Geo-Dreieck als Hilfsmittel zugelassen.

Hierbei genügt es, die Beschreibung in Form einer Befehlsliste anzugeben.

## Lernziele und Inhalte

7.4.5 Die Mittelsenkrechte einer Strecke und die Winkelhalbierende nur mit Zirkel und Lineal konstruieren und die Konstruktion begründen

7.4.6 Höhen, Seitenhalbierende, Winkelhalbierende und Mittelsenkrechte im Dreieck kennen und anwenden

## **7.5 Vierecke und Prismen**

7.5.1 Eigenschaften von Parallelogramm, Rhombus/Raute, Drachenviereck, gleichschenkligen Trapez, Quadrat und Rechteck kennen, bei Konstruktionen anwenden und einige mit Hilfe der Kongruenzsätze begründen bzw. beweisen

7.5.2 Die Formeln für die Berechnung der Flächeninhalte von Parallelogrammen, Dreiecken und Trapezen kennen, beweisen und anwenden

7.5.3 Den Begriff "Prisma" kennen und anwenden

7.5.4 Die Begriffe "Schrägbild" und "Zweitafelbild" kennen sowie Netze, Schrägbilder und Zweitafelbilder von Prismen zeichnen

7.5.5 Den Oberflächeninhalt von Prismen berechnen

7.5.6 Die Formel für das Volumen von Prismen ( $V = A_G \cdot h$ ) kennen und anwenden

## Bemerkungen

### FREIRAUM

Es kann hierbei auf Eigenschaften der Schnittpunkte dieser besonderen Linien eingegangen werden.

z. B.: Die Diagonalen im Parallelogramm halbieren einander.  
Im Rhombus/Raute stehen die Diagonalen senkrecht aufeinander.

Hierbei sind auch die Flächeninhalte ausgewählter Vierecke zu berechnen.

Es sollten nur gerade Prismen betrachtet werden.

## Klassenstufe 8

Bereits bekannte Termumformungen werden auf kompliziertere Terme übertragen und das systematische Lösen von Gleichungen wird auf Bruchgleichungen ausgeweitet. Hohe Sicherheit beim Umformen der dabei auftretenden Terme sollte jedoch nicht Selbstzweck sein. Die gefundenen Lösungen müssen stets sinnvoll interpretiert werden.

Am Beispiel des Potenzbegriffs wird bewusst gemacht, wie ein Begriff schrittweise erweitert wird, so dass die Rechengesetze beibehalten werden können. Die Potenzgesetze werden vorteilhaft beim Rechnen angewendet.

Die Schüler erfahren, dass der Aufbau der Zahlenbereiche mit den rationalen Zahlen nicht abgeschlossen ist. Die Einführung des Wurzelbegriffs verdeutlicht erneut, wie ungelöste Probleme zu neuen mathematischen Objekten führen können. Quadratwurzeln bieten die Möglichkeit, den Schülern Iterationsverfahren nahe zu bringen.

Die rechnerische Lösung geometrischer Probleme wird durch die Strahlensätze und die Satzgruppe des Pythagoras wesentlich erweitert. Die Fähigkeiten im logischen Argumentieren, Begründen und Beweisen werden weiter entwickelt. Dabei werden die Fachtermini schrittweise strenger verwendet. Die Schüler sollen weitere Beweise (z. B. Ähnlichkeitsbeweise) zunehmend selbstständig führen und erkennen, dass die Umkehrung eines mathematischen Satzes nicht in jedem Falle gilt.

Bei der Körperberechnung und Körperdarstellung wird das Wissen und Können auf Pyramiden und zusammengesetzte Körper übertragen. Konstruktionen und Körperdarstellungen sollen exakt ausgeführt werden. Die Schüler lernen, Probleme aus verschiedenen Sachbereichen in die Sprache der Mathematik zu übersetzen (Modellierung) sowie gefundene Ergebnisse sinnvoll zu interpretieren.

### Lernziele und Inhalte

#### **8.1      *Termumformungen und Bruchgleichungen***

8.1.1      Terme mit mehreren Variablen addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren

### Bemerkungen

→ If (Algorithmen, Termstrukturen)

z. B.:  $(2a + 3b) + (4a - 2b)$ ;  $\frac{1}{2}a \cdot (b - \frac{1}{4}c + a)$   
 $(2a + 3b) \cdot (-4a + 3)$ ;  $(6a^2 + 4ab^2) : (8ab)$

An eine Polynomdivision ist nicht gedacht.

## Lernziele und Inhalte

## Bemerkungen

- 8.1.2 Aus Termen Zahlen und Variable ausklammern
- 8.1.3 Die binomischen Formeln kennen und anwenden
- 8.1.4 Den Definitionsbereich eines Bruchterms angeben
- 8.1.5 Bruchterme kürzen, erweitern, multiplizieren, dividieren, addieren und subtrahieren
- 8.1.6 Bruchgleichungen, die auf lineare Gleichungen mit einer Variablen führen, lösen

Hier sollten auch geeignete Formeln nach einer vorgegebenen Variablen aufgelöst werden.  
Bruchgleichungen mit Parametern sollten nur exemplarisch behandelt werden.  
→ Ph

## **8.2 *Potenzen mit ganzzahligen Exponenten***

- 8.2.1 Die Definition der Potenz  $a^n$  ( $n \in \mathbb{N}, n > 1$ ) kennen und an Beispielen erläutern
- 8.2.2 Die Potenzgesetze für Potenzen  $a^n$  ( $n \in \mathbb{N}, n > 1$ ) kennen, begründen und anwenden
- 8.2.3 Die Definitionen  $a^1$ ,  $a^0$  ( $a \neq 0$ ) und  $a^{-n}$  ( $n \in \mathbb{N}, a \neq 0$ ) kennen und anwenden

## Lernziele und Inhalte

8.2.4 Potenzgesetze für Potenzen mit ganzzahligen Exponenten begründen und anwenden

8.2.5 Sehr große bzw. sehr kleine Zahlen und Einheiten mit Hilfe abgetrennter Zehnerpotenzen schreiben

## **8.3 *Quadratwurzeln und reelle Zahlen***

8.3.1 Die Begriffe "Quadratwurzel" und "Radikand" sowie die entsprechende Symbolik kennen und anwenden

8.3.2 Verstehen, dass die Gleichung  $x^2 = 2$  keine rationale Lösung hat

## Bemerkungen

z. B.:  $13\,900\,000 = 1,39 \cdot 10^7$  ;  $0,000671 = 6,71 \cdot 10^{-4}$  ;

$$1\text{Mt} = 10^6 \text{ t}$$

Hierbei soll auch auf die Exponentenschreibweise bei Taschenrechnern eingegangen werden.

→ Ph, As, Bi, Ch

Die Quadratwurzeln aus Quadratzahlen bis 400 gedächtnismäßig beherrschen und zur Berechnung von Wurzeln folgender Art verwenden:  $\sqrt{2500}$  ;  $\sqrt{0,09}$  ;

$$\sqrt{\frac{16}{25}} \cdot$$

Hierbei sollte auch auf das teilweise Wurzelziehen eingegangen werden.

z. B.:  $\sqrt{32} = 4 \cdot \sqrt{2}$  ;  $\sqrt{\frac{3}{4} a^2} = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$  ; ( $a \geq 0$ )

$$\sqrt{3} + \sqrt{12} = \sqrt{27}$$

Diese Gleichung kann geometrisch motiviert werden. Bei der Betrachtung ist die Notwendigkeit einer erneuten Zahlenbereichserweiterung zu verdeutlichen.



## Lernziele und Inhalte

- 8.3.3 Rationale Näherungswerte für Quadratwurzeln ermitteln
- 8.3.4 Wissen, dass nicht jedem Punkt der Zahlengeraden eine rationale Zahl zugeordnet ist
- 8.3.5 Wissen, dass jeder reellen Zahl ein Punkt auf der Zahlengeraden zugeordnet werden kann und umgekehrt
- 8.3.6 Die Begriffe "irrationale Zahl" und "reelle Zahl" kennen
- 8.3.7 Die Menge der reellen Zahlen  $\mathbf{R}$  und ihre Teilmengen kennen

## **8.4 Ähnlichkeit**

- 8.4.1 Zu einer gegebenen Figur das Bild durch zentrische Streckung ermitteln
- 8.4.2 Die Begriffe "zentrische Streckung", "Streckungsfaktor" und "Streckungszentrum" kennen und anwenden
- 8.4.3 Eigenschaften der zentrischen Streckung bei der Abbildung von Winkeln, Geraden, Strecken und Flächen kennen und begründen

## Bemerkungen

✂ UMI  
→ If (Iterationsverfahren)

Hierbei liegt der Schwerpunkt auf der Verwendung von positiven Streckungsfaktoren.  
→ Ku

→ Gg (Maßstab)

### FREIRAUM

Hier können auch negative Streckungsfaktoren berücksichtigt werden.

## Lernziele und Inhalte

- 8.4.4 Die Strahlensätze kennen und anwenden
- 8.4.5 Begründen, dass die Umkehrung des 2. Strahlensatzes nicht gilt, jedoch die Umkehrung des 1. Strahlensatzes
- 8.4.6 Anwendungsaufgaben mit Hilfe der Strahlensätze lösen
- 8.4.7 Den Begriff "ähnlich" kennen und anwenden
- 8.4.8 Den Hauptähnlichkeitssatz für Dreiecke beweisen und bei einfachen geometrischen Beweisen anwenden

## **8.5 Die Satzgruppe des Pythagoras**

- 8.5.1 Die Begriffe "Kathete" und "Hypotenuse" kennen und anwenden
- 8.5.2 Den Kathetensatz und den Höhensatz kennen und beweisen
- 8.5.3 Den Satz des Pythagoras kennen, beweisen und anwenden
- 8.5.4 Die Umkehrung des Satzes des Pythagoras kennen und anwenden
- 8.5.5 Sach- und Anwendungsaufgaben zur Satzgruppe des Pythagoras lösen

## Bemerkungen

### FREIRAUM

Hier können die Strahlensätze auch bewiesen werden.

Anhand von zahlreichen inner- und außermathematischen Beispielen bewusst machen, dass die Umkehrung einer wahren Aussage nicht notwendig wahr ist.

→ Ge

## Lernziele und Inhalte

### **8.6      *Pyramiden***

- 8.6.1      Den Begriff "Pyramide" kennen und anwenden
- 8.6.2      Netze, Schrägbilder und Zweitafelbilder von drei- bzw. vierseitigen Pyramiden und aus Pyramiden sowie Prismen zusammengesetzten Körpern zeichnen
- 8.6.3      Den Oberflächeninhalt von Pyramiden und aus Pyramiden sowie Prismen zusammengesetzten Körpern berechnen
- 8.6.4      Die Formel für das Volumen von Pyramiden ( $V = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h$ ) kennen und anwenden

## Bemerkungen

✂ Ge, Ku

*In diesem Stoffgebiet sollen nur gerade Körper betrachtet werden.*

Auf Tetraeder als spezielle Pyramiden sollte hingewiesen werden.

### FREIRAUM

Hier können auch die Platonischen Körper behandelt werden.

Bei der Berechnung von Prismen und Pyramiden sollte der Satz des Pythagoras auf vielfältige Weise angewandt werden.

### FREIRAUM

Hier können auch schiefe Pyramiden betrachtet werden.

## Klassenstufe 9

In der Klassenstufe 9 lernen die Schüler mit den Funktionen (vor allem lineare und quadratische) einen fundamentalen Begriff kennen, mit dem bestimmte Prozesse beschrieben werden können. Funktionale Zusammenhänge werden in unterschiedlichen inner- und außermathematischen Sachverhalten erkannt, so dass zur Lösung von Problemen bewusst die Eigenschaften der behandelten Funktionen und ihrer Graphen genutzt werden. Dabei sollen die Lösungsverfahren rationell eingesetzt werden.

Die linearen Gleichungssysteme und die quadratischen Gleichungen erweitern die Möglichkeiten, Sachverhalte aus Wissenschaft und Technik zu bearbeiten und quantitativ zu lösen.

Das bisher erworbene Wissen und Können in der Planimetrie und Stereometrie wird durch die Behandlung von Kreis, Zylinder, Kegel und Kugel vervollständigt, wobei die Fähigkeiten zum Beweisen, Herleiten und Begründen mathematischer Sachverhalte weiterentwickelt werden. Die Schüler erkennen, dass der Umfang und der Flächeninhalt eines Kreises mit Hilfe ein- bzw. umbeschriebener Vielecke näherungsweise bestimmt werden kann.

Durch die Körperdarstellung wird das räumliche Vorstellungsvermögen geschult und bereits erworbene Arbeitstechniken werden vervollkommen.

In vielfältigen praktischen Anwendungen wird das mathematische Modellieren geübt. Dabei müssen die theoretisch gefundenen Lösungen stets sinnvoll interpretiert werden.

Die mit "x" gekennzeichneten Lernziele und Inhalte verdeutlichen die Differenzierung zwischen den jeweiligen Zweigen in der Klassenstufe 9 und 10.

<b><u>SG</u></b>	<b><u>MG</u></b>	<b><u>Lernziele und Inhalte</u></b>		<b><u>Bemerkungen</u></b>
		<b>9.1</b>	<b><i>Lineare Funktionen und lineare Gleichungssysteme</i></b>	✂ UMI; Ph → If
x	x	9.1.1	Den Begriff "Funktion" kennen und anwenden	Hierbei sind die in den vorangegangenen Schuljahren gewonnenen funktionalen Vorstellungen zu nutzen (Zuordnungen aus dem täglichen Leben, der Geometrie, zwischen Größenbereichen, zwischen Zahlenmengen).
x	x	9.1.2	Die folgenden Darstellungsformen für Funktionen kennen und anwenden: Gleichung, Graph, Wertetabelle, verbale Beschreibung	
x	x	9.1.3	Die Begriffe "Definitionsbereich", "Wertebereich", "Argument", "Funktionswert" und "Nullstelle" kennen und anwenden	
x	x	9.1.4	Den Begriff "lineare Funktion" kennen und anwenden	
x	x	9.1.5	Die folgenden Eigenschaften linearer Funktionen und ihrer Graphen untersuchen: Definitions- und Wertebereich, Nullstellen, Anstieg, Achsenschnittpunkte	Dabei sollten auch Definitionsbereiche wie $x \in \mathbb{N}$ und $-2 \leq x \leq 8$ berücksichtigt werden. Hier sollten auch die Geraden $x = a$ und $y = b$ sowie stückweise definierte Funktionen betrachtet werden.
x	x	9.1.6	Die Parallelität und Orthogonalität zweier Geraden mit Hilfe der Anstiege beschreiben	

<b><u>SG</u></b>	<b><u>MG</u></b>		<b><u>Lernziele und Inhalte</u></b>	<b><u>Bemerkungen</u></b>
x	x	9.1.7	Funktionen aus vorgegebenen Eigenschaften des Graphen bestimmen	z. B.: zwei Punkte; Punkt und Anstieg
	x	9.1.8	Proportionale Zuordnungen als Sonderfall linearer Funktionen erkennen und umgekehrt proportionale Zuordnungen abgrenzen	
x	x	9.1.9	Die Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems mit zwei Variablen graphisch ermitteln	
x	x	9.1.10	Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen mit Hilfe des Einsetzungs- bzw. Additionsverfahrens lösen	Das Gleichsetzungsverfahren ist als Sonderfall des Einsetzungsverfahrens zu betrachten. Es sollten exemplarisch auch einfache Gleichungssysteme mit Parametern behandelt werden.
x	x	9.1.11	Die Lösungen eines linearen Gleichungssystems mit Hilfe der Probe kontrollieren	
x	x	9.1.12	Anwendungsaufgaben, die auf lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen führen, lösen	In diesem Zusammenhang sollten auch die Gleichung für eine Gerade durch zwei vorgegebene Punkte bestimmt und der Schnittpunkt von zwei Geraden berechnet werden.
x	x	9.1.13	Gleichungssysteme mit drei Variablen rationell lösen	Hier kann auch der Gauß-Algorithmus behandelt werden, nicht als weiteres "rationelles" Lösungsverfahren, sondern als auf Computer übertragbaren Algorithmus.

<u>SG</u>	<u>MG</u>	<u>Lernziele und Inhalte</u>		<u>Bemerkungen</u>
		<b>9.2</b>	<b><i>Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen</i></b>	→ Ph (Kinematik), If (Parameter)
x	x	9.2.1	Den Begriff "quadratische Funktion" kennen und anwenden	
x	x	9.2.2	Eigenschaften der Funktion mit der Gleichung $y = x^2$ untersuchen	
x	x	9.2.3	Die Begriffe "Parabel", "Normalparabel" und "Scheitelpunkt" kennen und anwenden	
x	x	9.2.4	Den Einfluss von Parametern auf die Eigenschaften und den Graphen quadratischer Funktionen erkennen und anwenden	z. B.: $f(x) = x^2 + c$ ; $f(x) = (x + d)^2$ ; $f(x) = ax^2$ ; $f(x) = (x + d)^2 + e$
x	x	9.2.5	Wertebereich und Nullstellen quadratischer Funktionen bestimmen	
	x	9.2.6	Quadratische Funktionen auf Monotonie und Symmetrie untersuchen	
x	x	9.2.7	Den Begriff "quadratische Gleichung" kennen und anwenden	

<u>SG</u>	<u>MG</u>		<u>Lernziele und Inhalte</u>	<u>Bemerkungen</u>
x	x	9.2.8	Eine Lösungsformel für quadratische Gleichungen kennen und anwenden	<p>Spezialfälle wie</p> <p>z. B. <math>x^2 + a = 0</math> ; <math>x^2 + a \cdot x = 0</math> ;  <math>(x + a) \cdot (x + b) = 0</math> ; <math>(x + a)^2 = 0</math></p> <p>sollten rationell gelöst werden.  An dieser Stelle sollten auch Bruchgleichungen einbezogen werden.  Im mathematischen Zweig sollten exemplarisch auch quadratische Gleichungen mit Parametern behandelt werden.</p> <p><u>FREIRAUM</u>  Die Abhängigkeit der Lösbarkeit quadratischer Gleichungen von den Parametern mit Hilfe der Diskriminante untersuchen.  z. B.: <math>x^2 + 6x - t = 0</math> (<math>t \in \mathbb{R}</math>);  <math>x^2 + ax + 4 = 0</math> (<math>a \in \mathbb{R}</math>)</p>
	x	9.2.9	Den Satz von Vieta beweisen und anwenden	
x	x	9.2.10	Einfache Gleichungen höheren Grades lösen, die auf quadratische Gleichungen oder lineare Gleichungen zurückgeführt werden können	<p>z. B.: <math>x^3 - 3x^2 = 0</math> ; <math>2x^6 - 8x^4 = 0</math></p> <p><u>FREIRAUM</u>  Hier können auch biquadratische Gleichungen gelöst werden.</p>
	x	9.2.11	Gleichungen höheren Grades lösen, für die die Polynomdivision erforderlich ist	<p>z. B.: <math>x^3 - 3x^2 + 2 = 0</math></p>



<u>SG</u>	<u>MG</u>	<u>Lernziele und Inhalte</u>		<u>Bemerkungen</u>
	x	9.2.12	Gleichungssysteme, die auf quadratische Gleichungen führen, lösen	
x	x	9.2.13	Anwendungsaufgaben, die auf quadratische Gleichungen oder quadratische Funktionen führen, lösen	
		<b>9.3</b>	<b><i>Kreis, Zylinder, Kegel, Kugel</i></b>	
x	x	9.3.1	Die Formel für den Umfang eines Kreises kennen und anwenden	Die Formeln für den Umfang und den Flächeninhalt eines Kreises sollten auch begründet werden. Im mathematischen Zweig ist dabei das Arbeiten mit ein- und umbeschriebenen Rechtecken oder Trapezen empfehlenswert.
x	x	9.3.2	Die Formel für den Flächeninhalt eines Kreises kennen und anwenden	
x	x	9.3.3	Die Begriffe "Sekante", "Tangente" und "Sehne" kennen und anwenden	<u>FREIRAUM</u> Durch die Einführung spezieller Winkel am Kreis und das Erarbeiten entsprechender Sätze können die Fähigkeiten im Begründen und Beweisen weiterentwickelt werden.
	x	9.3.4	Den Satz des Thales kennen, beweisen und anwenden	

<u>SG</u>	<u>MG</u>		<u>Lernziele und Inhalte</u>	<u>Bemerkungen</u>
x	x	9.3.5	Den Oberflächeninhalt von Zylinder und Kegel und daraus zusammengesetzten Körpern berechnen	In diesem Stoffgebiet sollen nur gerade Körper betrachtet werden.
x	x	9.3.6	Die Formel für das Volumen von Zylindern ( $V = A_G \cdot h$ ) bzw. Kegeln ( $V = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h$ ) kennen und anwenden	<u>FREIRAUM</u> Hier können auch schiefe Körper betrachtet werden.
x	x	9.3.7	Die Formel für das Volumen bzw. den Oberflächeninhalt von Kugeln anwenden	Im Zusammenhang mit der Berechnung des Radius bei gegebenem Volumen wird die Kubikwurzel eingeführt. Die n-te Wurzel wird erst in Klassenstufe 10 behandelt.
x	x	9.3.8	Sachaufgaben, die auf Berechnungen an Körpern führen, lösen	
x	x	9.3.9	Schrägbilder und Zweitafelbilder von Zylinder, Kegel und daraus zusammengesetzte Körper zeichnen	

## Klassenstufe 10

In Klassenstufe 10 (Einführungsphase der Thüringer Oberstufe) soll den Schülern Orientierungshilfe für die Entscheidung gegeben werden, ob Mathematik in der Qualifikationsphase als Grund- oder Leistungsfach gewählt wird. Dazu muss der Unterricht Einblicke in unterschiedliche Zielsetzungen und Arbeitsweisen von Grund- bzw. Leistungskursen ermöglichen.

Die Schüler lernen durch die systematische Behandlung von Funktionen und deren Klassifizierung nach wichtigen Eigenschaften ihre Bedeutung für viele inner- und außermathematische Sachverhalte kennen. Die trigonometrischen Funktionen werden als Klasse von Funktionen mit der neuen Eigenschaft "Periodizität" eingeführt.

Nach anfänglichen Erfahrungen im Arbeiten mit Potenzen in Klassenstufe 8 erleben die Schüler eine Erweiterung auf zunächst rationale Exponenten als logischen Ausbau eines mathematischen Teilgebiets (Permanenzprinzip). Sie lernen mit Potenz-, Exponential- und Logarithmusfunktionen weitere Funktionen kennen, die zur Beschreibung bedeutender Probleme, auch aus Natur und Gesellschaft, wichtig sind.

Weiterhin werden die Schüler mit Denk- und Arbeitsweisen der Stochastik vertraut gemacht. Vorgänge, die vom Zufall abhängen, werden quantitativ beschrieben und grundlegende Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung zur Problemlösung angewendet. Besonderes Augenmerk ist dem Arbeiten mit Zufallsgrößen und ihren Wahrscheinlichkeitsverteilungen zu widmen, wobei der Binomialverteilung eine große Bedeutung zukommt. Es wird bewusst, dass bei vielen Zufallsversuchen eine Beschränkung auf nur zwei interessierende Ausgänge pro Stufe möglich ist. An sachbezogenen Aufgaben sollen die mathematische Modellierung geübt und Ergebnisse kritisch interpretiert werden. Untersuchungen des Streuverhaltens um den Erwartungswert dienen auch der Vorbereitung der alternativen Weiterführung zur Behandlung der Beurteilenden Statistik im Kurssystem der Thüringer Oberstufe.

<u>SG</u>	<u>MG</u>	<u>Lernziele und Inhalte</u>		<u>Bemerkungen</u>
		<b>Analysis</b>		
		<b>A 1</b>	<b>Funktionen</b>	✂ UMI; Bi, Ph, Sk, WR ➔ If (Modellieren, Interpretieren)
x	x	A 1.1	Definition des Sinus, Kosinus, Tangens eines Winkels kennen und anwenden	
x	x	A 1.2	Die Eigenschaften der Funktionen $f(x) = \sin x$ , $f(x) = \cos x$ und $f(x) = \tan x$ ( $x \in \mathbb{R}$ ) und ihrer Graphen kennen	Hier sollen das Bogenmaß verwendet und die Quadrantenbeziehungen genutzt werden.
x	x	A 1.3	Die Eigenschaften der Funktionen $f(x) = a \cdot \sin bx$ ( $b > 0, a \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}$ ) und ihrer Graphen kennen	Im sprachlichen Zweig sollten die Untersuchungen nur für $b = 1$ erfolgen. Der Einfluß der Parameter kann auch mit einem Computer untersucht werden.
	x	A 1.4	Einfache goniometrische Gleichungen lösen	z. B.: $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ ; $2 \cdot \sin \frac{\pi}{3} x = \sqrt{3}$ ( $x \in \mathbb{R}$ )
	x	A 1.5	Komplementwinkelbeziehungen sowie spezielle Funktionswerte für $30^\circ$ , $45^\circ$ und $60^\circ$ herleiten	
	x	A 1.6	Die Beziehung $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ herleiten und anwenden	
x	x	A 1.7	Sinussatz und Kosinussatz herleiten und anwenden	

<u>SG</u>	<u>MG</u>	<u>Lernziele und Inhalte</u>		<u>Bemerkungen</u>
x	x	A 1.8	Sachaufgaben mit Hilfe von Sinus- und Kosinussatz und weiterer trigonometrischer Beziehungen lösen	
	x	A 1.9	Einfache Additionstheoreme wie $\sin(\alpha \pm \beta)$ , $\cos(\alpha \pm \beta)$ , $\sin 2\alpha$ , $\cos 2\alpha$ kennen und anwenden	Die Herleitung sollte erst in Klassenstufe 11 (in G 3) erfolgen.
x	x	A 1.10	Potenzbegriff auf rationale Exponenten erweitern	In diesem Zusammenhang sollte auch auf $\sqrt[n]{a^m}$ ( $a \geq 0$ , $m \in \mathbb{N}$ , $m > 0$ , $n \in \mathbb{N}$ , $n \geq 2$ ) eingegangen werden. Bei der Erweiterung des Potenzbegriffs ist auch auf reelle Exponenten einzugehen.
x	x	A 1.11	Potenzgesetze von Potenzen mit ganzzahligen auf rationale Exponenten übertragen	Es sollten keine besonderen Wurzelgesetze behandelt werden.
x	x	A 1.12	Termumformungen auch mit einfachen Wurzeln durchführen	z. B.: $\frac{4a}{\sqrt{2}} = 2 \cdot \sqrt{2}a = \sqrt{8}a$ ; $\frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \sqrt{a} + 1$ ( $a > 0$ )

<u>SG</u>	<u>MG</u>	<u>Lernziele und Inhalte</u>		<u>Bemerkungen</u>
x	x	A 1.13	Die Eigenschaften der Potenzfunktionen $f(x) = x^n$ für $n = 2; 3; 4; -1; -2; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}$ und ihrer Graphen kennen	Graph von $f: f(x) = x^0$ ( $x \neq 0$ ) als Graph mit "Lücke" kennen.
x	x	A 1.14	Einfache verkettete Funktionen betrachten	z. B.: Für $f(x) = \sqrt{x}$ und $g(x) = 2x + 1$ $f(g(x))$ und $g(f(x))$ bilden.
x	x	A 1.15	Den Begriff der "Umkehrfunktion" kennen und auf spezielle Funktionen anwenden	z. B.: $y = x^2 + c$ ( $x \geq 0$ oder $x < 0$ ); $y = ax^2$ ( $x \leq -2$ )
x	x	A 1.16	Den Zusammenhang zwischen Funktionen und ihren Umkehrfunktionen kennen	
x	x	A 1.17	Die Eigenschaften der Exponentialfunktionen für einfache positive Basen und ihrer Graphen kennen	Die Bedeutung dieser Funktionen sollte an Beispielen zu Wachstum bzw. Zerfall (Abnahme) bewusst gemacht werden.
x	x	A 1.18	Begriff des "Logarithmus" und Logarithmengesetze kennen und anwenden	Im mathematischen Zweig soll auch die Basistransformation $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ einbezogen werden.
x	x	A 1.19	Die Eigenschaften der Logarithmusfunktionen für Basen wie 2, $\frac{1}{2}$ , 10, ... und ihrer Graphen kennen	

<u>SG</u>	<u>MG</u>	<u>Lernziele und Inhalte</u>		<u>Bemerkungen</u>
		<b>Stochastik I</b>		✂ UMI; Sk, Bi → If
		<b>S 1</b>	<b>Zufallsexperimente</b>	
x	x	S 1.1	Ein- und mehrstufige Zufallsexperimente beschreiben	
x	x	S 1.2	Die Begriffe "Ergebnis", "Ergebnismenge" und "Ereignis" kennen und anwenden	Hierbei sollten unmögliches, sicheres und komplementäres Ereignis einbezogen werden.
x	x	S 1.3	Vereinigung und Durchschnitt von Ereignissen ermitteln	Hierbei sollten auch die Regeln $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ , $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ (Regeln von de Morgan) angewendet werden.

<u>SG</u>	<u>MG</u>	<u>Lernziele und Inhalte</u>		<u>Bemerkungen</u>
		<b>S 2</b>	<b><i>Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten</i></b>	
x	x	S 2.1	Die Begriffe "absolute" und "relative Häufigkeit" kennen und anwenden	
x	x	S 2.2	Eigenschaften der relativen Häufigkeit kennen	
x	x	S 2.3	Begriff der "Wahrscheinlichkeit" kennen und anwenden - Stabilisierung der relativen Häufigkeiten bei wachsendem n an Beispielen erkennen - Definition der "Laplace-Wahrscheinlichkeit" kennen und anwenden	Hierbei ist die Wahrscheinlichkeit auch als zu erwartende Häufigkeit aufzufassen. Hier sollen auch einfache Regeln der Kombinatorik wie $n! = (n-1)! \cdot n; \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n-k+1}{k} \cdot \binom{n}{k-1}$ einbezogen werden. ➔ If
x	x	S 2.4	Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten kennen, begründen und anwenden	z. B.: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ; $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ ; $P(\Omega) = 1$ ; $P(\emptyset) = 0$ ; $0 \leq P(E) \leq 1$ Dabei werden Baumdiagramme und Pfadregeln verwendet.



<u>SG</u>	<u>MG</u>	<u>Lernziele und Inhalte</u>		<u>Bemerkungen</u>
		<b>S 3</b>	<b><i>Bedingte Wahrscheinlichkeit</i></b>	
	x	S 3.1	Begriff der "bedingten Wahrscheinlichkeit" verstehen und anwenden	Die Wahrscheinlichkeiten werden aufgrund von Vorkenntnissen aus Baumdiagrammen ermittelt.
	x	S 3.2	Begriff der "Unabhängigkeit von zwei Ereignissen" verstehen und anwenden	
	x	S 3.3	Mit bedingten Wahrscheinlichkeiten rechnen	<u>FREIRAUM</u> Hier kann der Satz von Bayes behandelt werden.
		<b>S 4</b>	<b><i>Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen</i></b>	
x	x	S 4.1	Definition des Begriffs "Zufallsgröße" kennen; Begriff "Wahrscheinlichkeitsverteilung" kennen	
x	x	S 4.2	Definition der Begriffe "Erwartungswert", "Varianz", "Standardabweichung" kennen	Der Erwartungswert ist als zu erwartendes arithmetisches Mittel zu verstehen.
x	x	S 4.3	In Sachaufgaben Erwartungswerte und Standardabweichungen berechnen und interpretieren	Dabei sollten auch Bedingungen für "faire Spiele" untersucht werden.

<u>SG</u>	<u>MG</u>	<u>Lernziele und Inhalte</u>		<u>Bemerkungen</u>
		<b>S 5</b>	<b><i>Binomialverteilung</i></b>	<i>Hierbei sollten nur Verteilungen für <math>n \leq 100</math> betrachtet werden. Die Erweiterung auf "große <math>n</math>" erfolgt in Klassenstufe 12 (Alternative II).</i>
x	x	S 5.1	Die Begriffe "Bernoulli-Kette" und "Binomialverteilung" kennen	
x	x	S 5.2	Eigenschaften der Binomialverteilung erkennen und anwenden	<u>FREIRAUM</u> Im mathematischen Zweig kann die Eigenschaft $\mu = E(X) = n \cdot p$ bewiesen werden.
x	x	S 5.3	Erwartungswert und Standardabweichung der Binomialverteilung bestimmen und in Sachaufgaben interpretieren	

## Kassenstufe 11

In der Qualifikationsphase wird der Mathematikunterricht in Grund- bzw. Leistungskursen unterrichtet. Während im Grundfach vor allem die Anwendungsrelevanz der Mathematik verdeutlicht werden soll, stehen im Leistungsfach innermathematische Zusammenhänge und die Wissenschaftspropädeutik im Vordergrund.

Die Schüler lernen in der Klassenstufe 11 Zahlenfolgen als spezielle Funktionen mit  $D \subseteq \mathbb{N}$  kennen und werden mit Fragen des Unendlichen (Grenzwertbegriff) vertraut gemacht. Durch den Umgang mit verschiedenen Zahlenfolgen, durch das Entdecken von Bildungsgesetzen und das Ermitteln von Grenzwerten entwickeln die Schüler ihre Fähigkeit, erworbenes Wissen zu verknüpfen und in Zusammenhängen anzuwenden.

"Differenzierbarkeit" wird als eine weitere Eigenschaft von Funktionen erfahren. Der Begriff des Integrals wird den Schülern über das Problem der Berechnung des Inhalts krummlinig begrenzter Flächen nahe gebracht. Der rationelle Umgang mit den Differenzierungsregeln ermöglicht den Schülern, weitere Eigenschaften von Funktionen sowie Extremalprobleme in Zusammenhängen zu untersuchen. Sie entwickeln hierzu Lösungsstrategien und Gewohnheiten, Probleme situationsgerecht, methodenbewusst und kooperativ zu bewältigen.

Im Leistungsfach wird das Beweisen mit Hilfe der Vollständigen Induktion überwiegend an Partialsummen von Zahlenfolgen und  $n$ -ten Ableitungen von Funktionen praktiziert, jedoch sollten sporadisch auch Teilbarkeits- und geometrisch-kombinatorische Probleme oder Ungleichungen einbezogen werden.

Die Schüler reflektieren kritisch Aussagen, die aus induktiven Schlüssen resultieren und schärfen somit ihre Fähigkeit, verantwortungsbewusst zu urteilen.

Vektoren werden als weitere Darstellungsform geometrischer Objekte der Ebene und des Raumes eingeführt. Das "Rechnen" mit Vektoren ist hierbei ein wesentlicher Bestandteil der praktischen Schülertätigkeit. Das Skalarprodukt zweier Vektoren soll auf vielfältige Weise zu Problemlösungen eingesetzt werden. In komplexeren räumlichen Zusammenhängen lernen die Schüler die einzelnen Arbeitsschritte zu strukturieren und effektiv zu vollziehen.

Axiomatische Betrachtungen zu abstrakten linearen Vektorräumen sind im Unterricht von untergeordneter Bedeutung.

<u>GF</u>	<u>LF</u>	<u>Lernziele und Inhalte</u>		<u>Bemerkungen</u>
		<b>A 2</b>	<b><i>Zahlenfolgen und Grenzwerte</i></b>	→ If (Rekursion, Induktion)
x	x	A 2.1	Den Begriff "Zahlenfolge" kennen; "arithmetische" und "geometrische Folgen" als spezielle Zahlenfolgen kennen und anwenden	A 2.1 sollte im Sinne einer zügigen Vorbereitung auf den Grenzwertbegriff behandelt werden. Im Leistungskurs sollte bei Zahlenfolgen auch auf Partialsummen eingegangen werden.
	x	A 2.2	Beweisverfahren der Vollständigen Induktion kennen und bei Summenformeln anwenden	Das Verfahren könnte auch bei Teilbarkeitsproblemen, Ungleichungen bzw. bei geometrisch-kombinatorischen Problemen Anwendung finden.
	x	A 2.3	Die Begriffe "Schranken" und "Grenzen" kennen	
x	x	A 2.4	Den Begriff "Grenzwert" von Zahlenfolgen und Funktionen kennen	
x	x	A 2.5	Den Begriff der "Nullfolge" kennen und anwenden	
x	x	A 2.6	Grenzwertsätze kennen und anwenden	
	x	A 2.7	Den Begriff "Stetigkeit" von Funktionen kennen, mit Hilfe von Folgen Funktionen auf Stetigkeit untersuchen, Stetigkeitssätze (Zwischenwertsatz, Satz von Maximum und Minimum) kennen und anwenden	Hierbei sollten auch stückweise definierte Funktionen sowie Funktionsgraphen mit "Knick", "Lücke" oder "Sprung" einbezogen werden.

<u>GF</u>	<u>LF</u>	<u>Lernziele und Inhalte</u>		<u>Bemerkungen</u>
		<b>A 3</b>	<b><i>Einführung in die Differentialrechnung</i></b>	→ If, Ph, Ch
x	x	A 3.1	Den Begriff "Ableitung" und "Differenzierbarkeit einer Funktion" kennen; Funktionen auf Differenzierbarkeit untersuchen	$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} D(h)$ auch für $f(x) = \frac{1}{x}$ ; $f(x) = \frac{1}{x^2}$ ; $f(x) = \sqrt{x}$ bestimmen.
	x	A 3.2	Den Begriff der "n-ten Ableitung" einer Funktion kennen und anwenden	
	x	A 3.3	Ausgewählte Differentiationsregeln herleiten	Die Ableitung der Funktion mit $y = x^n$ sollte durch Vollständige Induktion bewiesen werden.
x	x	A 3.4	Differentiationsregeln für $y = c = \text{konstant}$ ; $y = c \cdot f(x)$ ; $y = u(x) + v(x)$ ; $y = u(x) \cdot v(x)$ ; $y = x^n$ mit $n \in \mathbb{N}$ ; $y = u(x) : v(x)$ ; $y = u(v(x))$ kennen und anwenden	
x	x	A 3.5	Potenzfunktionen mit $n \in \mathbb{Q}$ differenzieren	Im Grundfach genügt $n = -2; -1; \frac{1}{2}$ .
	x	A 3.6	Ableitungen von $y = \sin x$ und $y = \cos x$ kennen	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sinh}{h} = 1$ sollte nicht nur mit dem Taschenrechner gefunden werden. Komplexere Anwendungen dieser Ableitungen erfolgen erst in Klassenstufe 12.

<u>GF</u>	<u>LF</u>	<u>Lernziele und Inhalte</u>		<u>Bemerkungen</u>
x	x	A 3.7	Eigenschaften ganz- und gebrochenrationaler Funktionen mit und ohne Parameter untersuchen und zeichnerisch darstellen	Im Grundfach sollen nur einfache (gebrochenrationale) Funktionen mit höchstens einem Parameter behandelt werden.
	x	A 3.8	Kurvenscharen betrachten und darstellen	<p>Für die Betrachtungen in den Punkten A 3.7 bis A 3.9 gelten folgende Schwerpunkte:          Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Symmetrie bezüglich der y-Achse und des Koordinatenursprungs, Polstellen, Asymptoten (im Grundfach nur Asymptoten angeben, die parallel zu den Koordinatenachsen verlaufen), Verhalten im Unendlichen, Monotonie, lokale und globale Extrempunkte, Wendepunkte und Wendetangenten.          Der Nachweis der Extrema sollte auf verschiedene Weisen erfolgen.          Die Aufgabenstellungen sollten dem Stand der Computerausstattung angepasst werden.</p>
	x	A 3.9	Wurzelfunktionen untersuchen und darstellen	
	x	A 3.10	Gleichungen von Ortskurven besonderer Punkte (z. B. Wendepunkte, Extrempunkte) ermitteln	
x	x	A 3.11	Funktionen aus vorgegebenen Bedingungen bestimmen	Im Grundfach erfolgt die Beschränkung zunächst auf ganzrationale Funktionen; hierbei sollten höchstens drei Parameter bestimmt werden.

<u>GF</u>	<u>LF</u>	<u>Lernziele und Inhalte</u>		<u>Bemerkungen</u>
x	x	A 3.12	Extremwertaufgaben unter Einbeziehung ganzzahliger, gebrochenrationaler und Wurzelfunktionen lösen	Es sollten auch Probleme untersucht werden, bei denen das lokale nicht das globale Extremum ist. Im Grundfach sollten keine Wurzelfunktionen auftreten.
		<b>A 4</b>	<b><i>Integralrechnung</i></b>	
x	x	A 4.1	Flächeninhalt unter der Normalparabel bestimmen	Im Leistungsfach können gegebenenfalls auch andere Potenzfunktionen verwendet werden, wobei die dabei auftretenden aufwendigen Umformungen einem Computer übertragen werden sollen.
x	x	A 4.2	Den Begriff "bestimmtes Integral" kennen	
x	x	A 4.3	Eigenschaften des bestimmten Integrals wie Monotonie und Additivität kennen und anwenden	Im Grundfach sollen die Eigenschaften intuitiv bestimmt werden.
x	x	A 4.4	Integral- und Stammfunktionen ermitteln	
x	x	A 4.5	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung verstehen und anwenden	Im Leistungsfach sollen die Schüler den Beweis des Satzes verstehen.
x	x	A 4.6	Bestimmte Integrale mit Hilfe von Faktor-, Summen- und Potenzregel sowie durch lineare Substitution berechnen	
x	x	A 4.7	Anwendungen der Integralrechnung kennenlernen und zur Flächenberechnung nutzen	→ Ph

<u>GF</u>	<u>LF</u>	<u>Lernziele und Inhalte</u>		<u>Bemerkungen</u>
		<b>Lineare Algebra/Analytische Geometrie I</b>		
		<b>G 1</b>	<b><i>Vektorbegriff</i></b>	
x	x	G 1.1	Skalare und vektorielle Größen kennen	→ Ph
x	x	G 1.2	Im Zusammenhang mit Vektoren die Begriffe "Betrag", "Parallelität" und "Nullvektor" kennen	
x	x	G 1.3	Vektoren addieren, Begriff "entgegengesetzter Vektor" kennen und beim Subtrahieren von Vektoren anwenden	
x	x	G 1.4	Einen Vektor mit einer reellen Zahl multiplizieren	Dabei wird die Beziehung $\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = r \cdot \vec{b}, (r \in \mathbb{R})$ verdeutlicht.
	x	G 1.5	Einfache geometrische Sätze vektoriell beweisen	z. B.: Die Seitenhalbierenden eines Dreiecks teilen einander im Verhältnis 1:2.
		<b>G 2</b>	<b><i>Komponenten und Koordinaten</i></b>	
	x	G 2.1	Den Begriff "lineare Unabhängigkeit von Vektoren" kennen	
	x	G 2.2	Die lineare Unabhängigkeit von Vektoren zeigen, den Begriff der "Basis" verstehen und anwenden	



<u>GF</u>	<u>LF</u>	<u>Lernziele und Inhalte</u>		<u>Bemerkungen</u>
	x	G 2.3	Eindeutige Darstellbarkeit eines Vektors durch Linearkombination von Basisvektoren nachweisen	
x	x	G 2.4	Kartesische Koordinatensysteme und "Ortsvektoren" kennen und anwenden	Bei räumlichen Problemen sollten exemplarisch Vektoren im Schrägbild dargestellt werden. Hier sollten auch schiefe Prismen und Pyramiden betrachtet werden.
	x	G 2.5	Den Begriff "Vektorraum" kennen	Dabei sollte der Vorrang von axiomatischen Eigenschaften vor "Pfeil"-Anschaulichkeit verdeutlicht werden.
		<b>G 3</b>	<b>Skalarprodukt</b>	
x	x	G 3.1	Definition und Eigenschaften des Skalarproduktes kennen und anwenden	Darüber hinaus kann im Leistungsfach auch das Vektorprodukt behandelt werden.
x	x	G 3.2	Betrag eines Vektors aus $ \vec{a}  = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}} = \sqrt{a^2}$ berechnen	
x	x	G 3.3	Winkel zwischen Vektoren berechnen	
	x	G 3.4	Einfache geometrische Beweise führen	z. B.: Satz des Thales, Kosinussatz

## Klassenstufe 12

Die in Klassenstufe 11 eingeführte Infinitesimalrechnung wird auf weitere nichtrationale Funktionen angewandt.

Durch partielle Integration können jetzt auch Stammfunktionen wie zu  $f(x) = x^2 \cdot e^x$  oder  $f(x) = x \cdot \sin x$  ermittelt werden. Bei Kurvendiskussionen und Extremalproblemen werden vielfältige Anwendungen (vor allem) der Exponential- und Logarithmusfunktionen in Naturwissenschaft und Technik möglich.

In der Übertragung der bekannten Problemfragen und zugehörigen Arbeitstechniken auf weitere Funktionsklassen wird eine Stabilisierung des Beherrschens komplexer Handlungen auf höherer Ebene erreicht. Die Schüler übersetzen hierbei Probleme der realen Welt in die Sprache der Mathematik (Modellierung) und interpretieren sachbezogen kritisch die gefundenen Lösungen.

Im zweiten Teil der Vektorrechnung werden kompliziertere Fragestellungen der ebenen und räumlichen Geometrie in Verbindung mit Geraden und Ebenen untersucht.

Der Verbindung von räumlichem Vorstellungsvermögen und analytischer Beschreibung des Sachverhaltes ist hierbei besondere Beachtung zu schenken. Lagebeziehungen bzw. Abstände verschiedener geometrischer Objekte werden anschaulich und mathematisch exakt erfasst und rationell ermittelt.

Alternativ zur Vektorrechnung kann aus Klassenstufe 10 die Stochastik fortgesetzt werden. Im Leistungsfach wird der Zusammenhang zwischen (diskreter) Binomialverteilung und (stetiger) Normalverteilung untersucht.

In der beurteilenden Statistik wenden die Schüler stochastische Methoden an, die ihnen helfen bei konkurrierenden Hypothesen Entscheidungen zu finden.

In den Spalten für "Lernziele und Inhalte" sowie "Bemerkungen" sind eine Reihe von Unterschieden zwischen Grundfach und Leistungsfach ausgewiesen. Darüber hinaus sind im Leistungsfach mathematische Theorie und Anwendungen vertiefend zu behandeln, wobei dem Begründen und Beweisen besondere Aufmerksamkeit zu widmen ist.

<u>GF</u>	<u>LF</u>	<u>Lernziele und Inhalte</u>		<u>Bemerkungen</u>
		<b>A 5</b>	<b><i>Anwendungen der Differential- und Integralrechnung auf weitere nichtrationale Funktionen</i></b>	✂ UMI; Ph, Bi, Sk, WR, If
	x	A 5.1	Integration der Sinus- und Kosinusfunktion ausführen und anwenden	
x	x	A 5.2	Die Eulersche Zahl e kennen	
x	x	A 5.3	Die Funktion $f(x) = e^x$ und $f(x) = \ln x$ sowie ihre Ableitungen kennen und anwenden	<p>Hier können auch kompliziertere Wachstums- und Zerfallsprozesse einbezogen werden.</p> <p>Die Potenz <math>a^x</math> wird auf <math>(e^b)^x</math> zurückgeführt.</p> <p><math>f(x) = \ln x</math> kann z. B. aus den Eigenschaften der</p> <p>Integralfunktion <math>J = \int_1^x \frac{1}{t} dt</math> beschrieben werden.</p>
	x	A 5.4	Die partielle Integration kennen und anwenden	z. B.: $\int x \cdot \sin x \, dx$ ; $\int \ln x \, dx$ ; $\int x^2 \cdot e^x dx$
	x	A 5.5	Den Begriff "uneigentliches Integral" kennen und anwenden	

<u>GF</u>	<u>LF</u>		<u>Lernziele und Inhalte</u>	<u>Bemerkungen</u>
x	x	A 5.6	Kurvendiskussionen und Extremwertaufgaben auf der Grundlage der behandelten Funktionsklassen durchführen bzw. lösen	Bei trigonometrischen Funktionen im Leistungsfach sollten auch goniometrische Gleichungen wie $\cos 2x = \frac{1}{3}$ ; $\sin^2 x - 3 \cdot \sin x - \frac{7}{4} = 0$ ; $\cos x \cdot (1 + \sin x) = 0$ berücksichtigt werden. In diesem Zusammenhang sollten auch einfache Exponentialgleichungen wie $8 = 3,1 \cdot (1 + e^{-0,5x})$ ; $2 \cdot e^{-3x} = 5 \cdot e^{-0,5x}$ und $e^{2x} - e^x - 6 = 0$ gelöst werden.
	x	A 5.7	Volumen von Rotationskörpern als Grenzwert von Zylindersummen verstehen und berechnen	

### **Alternative I**

#### **Lineare Algebra/Analytische Geometrie II**

##### **G 4      *Analytische Geometrie der Geraden***

x	x	G 4.1	Punkt-Richtungs- und Zwei-Punkte-Gleichung einer Geraden in Parameterform aufstellen und anwenden	Bei Betrachtungen in einer Koordinatenebene sollte auch eine parameterfreie Form der Geradengleichung angegeben werden.
x	x	G 4.2	Lagebeziehungen zwischen Geraden rechnerisch nachweisen und geometrisch interpretieren	

<u>GF</u>	<u>LF</u>	<u>Lernziele und Inhalte</u>		<u>Bemerkungen</u>
x	x	G 4.3	Schnittwinkel von Geraden berechnen	
x	x	G 4.4	Abstand von Punkt und Gerade bzw. von parallelen Geraden berechnen	
		<b>G 5</b>	<b><i>Analytische Geometrie der Ebenen</i></b>	
x	x	G 5.1	Ebenengleichungen in Parameterform aufstellen und die Lage von Ebenen im räumlichen Koordinatensystem beschreiben	Hier kann auch die parameterfreie Form von Ebenengleichungen verwendet werden.
	x	G 5.2	Normalenform von Ebenengleichungen kennen und anwenden	Dabei sollten verschiedene Formen ineinander überführt werden. Hier kann auch das Vektorprodukt behandelt werden.
x	x	G 5.3	Lagebeziehungen von Gerade und Ebene bzw. zwischen Ebenen rechnerisch nachweisen und geometrisch interpretieren	Im Grundfach sollten die Lagebeziehungen zwischen Ebenen nur anschaulich interpretiert werden.
x	x	G 5.4	Abstände von Punkten, Geraden und Ebenen zu Ebenen berechnen	Im Grundfach sind die Probleme so zu formulieren, dass keine Normalenvektoren benötigt werden und kein hoher Rechenaufwand erforderlich ist.
	x	G 5.5	Abstand windschiefer Geraden berechnen	
	x	G 5.6	Schnittwinkel zwischen Gerade und Ebene sowie zwischen Ebenen berechnen	

<u>GF</u>	<u>LF</u>	<u>Lernziele und Inhalte</u>	<u>Bemerkungen</u>
<b>Alternative II</b>			
		<b>Stochastik II</b>	
		<b>S 6      <i>Normalverteilung</i></b>	→ WR
x		S 6.1      Bernoulli- Gesetz der großen Zahlen verstehen und interpretieren	
x		S 6.2      Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung erkennen	Die Normalverteilung sollte als Beispiel für stetige Verteilungen behandelt werden.
x		S 6.3      Lokale und globale Näherungsformel von Moivre/Laplace kennen, begründen und anwenden	
		<b>S 7      <i>Beurteilende Statistik - Testen von Hypothesen</i></b>	→ Bi, WR <i>Im Grundfach genügt die Beschränkung auf <math>n \leq 100</math>.</i>
x	x	S 7.1      Alternativtest kennen und anwenden	
x	x	S 7.2      Signifikanztest kennen und anwenden	
x	x	<b><i>Lösen komplexer Aufgaben und Prüfungsvorbereitung</i></b>	