

Freistaat Sachsen
Sächsisches Staatsministerium für Kultus

Lehrplan Gymnasium

Gewichtete Fassung

Mathematik

Klassen- und Jahrgangsstufen 5 – 12

Juni 2001

Die gewichtete Fassung des Lehrplanes tritt am 1. August 2001 in Kraft.

IMPRESSUM

HERAUSGEBER
Sächsisches Staatsministerium für Kultus
Carolaplatz 1
01097 Dresden

HERSTELLUNG UND VERTRIEB
Sächsisches Druck- und Verlagshaus AG
Tharandter Straße 23 – 27
01159 Dresden

Best-Nr.: SLOMA 01/01

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Vorwort	4
Bildungs- und Erziehungsauftrag des Gymnasiums	5
Aufgaben und Ziele des Mathematikunterrichts am Gymnasium	7
Vorbemerkungen zur eingearbeiteten Präzisierung	13
Hinweise für den Benutzer	14
Überblick – Lernbereiche und Richtstundenzahlen	16
Klassenstufe 5	20
Klassenstufe 6	29
Klassenstufe 7	37
Klassenstufe 8	44
Klassenstufe 9	50
Klassenstufe 10	58
Grundkurse der Jahrgangsstufen 11 und 12	66
Leistungskurse der Jahrgangsstufen 11 und 12	79

Vorwort

Zur Umsetzung unseres Bildungs- und Erziehungsauftrages, wie er vom Grundgesetz der Bundesrepublik Deutschland und der Verfassung des Freistaates Sachsen bestimmt wird, brauchen wir eine Schule, die Chancengerechtigkeit, differenzierte Bildung, Mobilität und Kommunikationsfähigkeit über die Grenzen Deutschlands hinaus sichert. Die Schule muss flexibel sein und ihre Schüler in einer erzieherisch sinnvollen Weise auf ein Leben in einer sich dynamisch verändernden Welt vorbereiten.

Die Lehrpläne bilden die Grundlage für die Bildungs- und Erziehungsarbeit in der Schule. Jede Lehrerin und jeder Lehrer wird sie durch individuelles Handeln und pädagogisches Geschick ausfüllen. Sie werden dabei mit Zuversicht und Realitätssinn die innere Reform des Schullebens vollziehen.

Dieser Lehrplan liegt in einer gewichteten Fassung vor.

Ich wünsche allen Lehrerinnen und Lehrern viel Erfolg bei dieser Arbeit.



Dr. Matthias Rößler

Bildungs- und Erziehungsauftrag des Gymnasiums

Aufgaben und Ziele des Gymnasiums bestimmt das Schulgesetz des Freistaates Sachsen in § 7, Absatz 1:

„Das Gymnasium vermittelt Schülern mit entsprechenden Begabungen und Bildungsabsichten eine vertiefte allgemeine Bildung, die für ein Hochschulstudium vorausgesetzt wird; es schafft auch Voraussetzungen für eine berufliche Ausbildung außerhalb der Hochschule.“

Die Zielsetzung, den Schülern am Gymnasium eine vertiefte allgemeine Bildung zukommen zu lassen, beinhaltet zwei Schwerpunkte. Zum einen ist die Ausbildung am Gymnasium gekennzeichnet durch Fachunterricht in einzelnen Lernbereichen, zum anderen kommt fachübergreifendem Verstehen und Erkennen große Bedeutung zu.

Der Unterricht am Gymnasium wird in Fächern erteilt, die dem Schüler sowohl Grundkenntnisse als auch, vor allem in den ab Klassenstufe 8 angebotenen Profilen und der Sekundarstufe II, vertiefte Fachkenntnisse vermitteln und somit zum Erwerb der Studierfähigkeit besonders beitragen können. Gymnasiale Ausbildung soll zur Auseinandersetzung mit komplexen Denksystemen anleiten und zu abstrahierendem, analysierendem und kritischem Denken führen. Der Schüler muss nicht nur Wissen erwerben, sondern das erworbene Wissen auch anwenden und nutzen können. Der Lernprozess zielt auf zunehmende Selbstständigkeit in der Methodenanwendung, auf Begriffsbildung und Modellverstehen. Gleichzeitig erwirbt der Schüler damit die Fähigkeit Probleme in einer weitgehend durch die Wissenschaft bestimmten Welt beurteilen oder lösen zu können.

In der Orientierung auf dieses Ziel zeichnet sich das Gymnasium aus durch die Hinführung zu wissenschaftspropädeutischem Lernen. Systematisierung, Methodenbewusstsein, Problematisierung und Distanz kennzeichnen dieses in besonderem Maße wissenschaftsorientierte Lernen. Im Unterricht haben die Lehrer dabei die Aufgabe, die Anforderungen, Lerninhalte und Arbeitsmethoden dem Alter, Entwicklungsstand und den Lernbedürfnissen der Schüler anzupassen. Dazu gehört, dass die der jeweiligen Klassenstufe und dem Unterrichtsstoff angemessenen Methoden angewendet werden, verschiedene Formen des Arbeitens zielgerichtet eingesetzt und auch alternative Unterrichtsformen, zum Beispiel der Projektunterricht, einbezogen werden.

Vorrangige Aufgabe ist dabei die Hinführung zu einem weitgehend eigenverantwortlichen, selbstständigen Lernen und Erarbeiten der Unterrichtsinhalte in der Sekundarstufe II. Mit der Entscheidung über die Unterrichtsfächer im Rahmen der durch die Oberstufenverordnung eingeräumten Wahlmöglichkeit sowie der Festlegung von Schwerpunkten seiner Ausbildung durch die Wahl der zwei Leistungskurse kann jeder Schüler sein Unterrichtsprogramm in den letzten beiden Jahrgangsstufen maßgeblich mitgestalten. Damit bereiten ihn diese Jahrgänge der gymnasialen Oberstufe auch darauf vor, bei einem sich anschließenden Studium

selbstständig über die Gestaltung des Ausbildungsganges zu entscheiden. Durch die Festlegung von Pflichtkursen und verpflichtenden Prüfungsfächern in der gymnasialen Oberstufe ist andererseits jedoch gesichert, dass der Schüler bis zum Abitur in allen Aufgabenbereichen – dem sprachlichen, musischen, mathematisch-naturwissenschaftlichen und gesellschaftswissenschaftlichen Gebiet sowie in den Fächern Ethik/ Religion und Sport – Unterricht erhält.

Um die Schüler zu einem solchen Lernen und Begreifen führen zu können, sind die Begabung und Fähigkeit zu

- differenziertem und zielstrebigem Lernen,
- schnellem Erfassen von theoretischen und abstrakten Zusammenhängen,
- distanzierter Reflexion und
- erhöhtem Konzentrations- und Abstraktionsvermögen

Voraussetzung für den Bildungsweg am Gymnasium.

Der Fachunterricht am Gymnasium muss aber die Isolierung der Unterrichtsinhalte in den Einzelfächern vermeiden und dem Schüler Einblicke in die fächerverbindenden Bezüge geben. Die in den Einzeldisziplinen verschiedenen, einander jedoch ergänzenden Betrachtungsweisen und Methoden spielen dabei ebenso eine Rolle wie fächerübergreifende Erziehungs- und Bildungsziele, unter denen besonders die Friedenserziehung, Umweltbewusstsein und Toleranz gegenüber allen Menschen, die anders sind oder anders denken, zu betonen sind. Die Schüler müssen lernen ihre eigenen Werturteile in Auseinandersetzung mit anderen Überzeugungen zu vertreten und zu begründen. Hierzu ist es erforderlich, dass sie die Werte, die die Grundlage ihrer eigenen Überzeugung bilden, aus ihren Ursprüngen verstehen sowie ihre Bedeutung in Staat und Gesellschaft einschätzen können, dass sie sich für sie einsetzen, sie aber auch kritisch überdenken und gegebenenfalls konstruktiv weiterentwickeln. Dabei muss der Schüler aber auch lernen die Werturteile und Überzeugungen anderer zu tolerieren.

Gymnasiale Bildung als Gesamtheit der Unterrichtsinhalte in den Einzelfächern zielt damit auf die umfassende Auseinandersetzung mit Natur- und Geisteswissenschaften, mit Geschichte und jetzigen Lebensumständen. Integration und Toleranz sollen dabei nicht nur theoretisch verarbeitet, sondern in der Schule praktisch gelebt werden in der Auseinandersetzung mit Menschen anderer Weltanschauungen und Religionen, in der gemeinsamen Unterrichtung mit Behinderten oder in der Begegnung mit Angehörigen anderer Nationen.

Damit ist das Erziehungs- und Bildungsziel am Gymnasium nicht nur intellektuell bestimmt, sondern schließt die Gesamtpersönlichkeit des Schülers ein. Er soll zu einem geschichtlich begründeten, kritischen Verstehen der heutigen Welt hingeführt werden, das ihn auch dazu befähigt den Anforderungen einer modernen Berufs- und Arbeitswelt gewachsen zu sein. Die Probleme, aber auch die Chancen des Lebens in diesem Jahrhundert der Wissenschaft soll der Schüler erkennen und beurteilen. Er wird so in seinem späteren Beruf in der Lage sein können aktiv an der Lösung der Probleme mitzuarbeiten.

Aufgaben und Ziele des Mathematikunterrichts am Gymnasium

Das Gymnasium hat den Schülerinnen und Schülern in besonderer Weise die Stellung des Menschen in einer hochtechnisierten Welt mit ihren sozialen und ökologischen Problemen von heute und morgen bewusst zu machen. Bei der Erfüllung dieser Aufgabe hat das **Fach Mathematik** gewichtige Beiträge zu leisten. Ohne tiefgründiges Eindringen in die Mathematik sind Orientierung, kritische Wertung und aktives Mitgestalten in Wissenschaft und Technik undenkbar. So hat der Unterricht im Fach Mathematik einerseits ein hohes Maß an Kenntnissen, an geistigen Fähigkeiten und an konkreten Fertigkeiten im Umgang mit mathematischen Belangen zu vermitteln, andererseits aber – zunehmend in Sekundarstufe II – auch allgemeinere Einsichten in Theorien und Denkhaltungen des Menschen zu ermöglichen. Die Schülerinnen und Schüler lernen zu begreifen, dass ein Eindringen in moderne Wissenschaft ohne Aneignung solider Voraussetzungen nicht möglich ist, es aber für menschlich verantwortliches Tun auch nicht ausreicht, nur Kalküle perfekt zu beherrschen. So besteht der allgemein bildende Auftrag des Faches Mathematik neben der Vermittlung eines soliden und flexiblen Wissens vor allem darin, die Schülerinnen und Schüler zu befähigen, dieses Wissen kritisch werten und verantwortungsbewusst anwenden zu können.

Das Gymnasium baut auf der fachlichen und erzieherischen Arbeit der Grundschule auf und führt in einem achtjährigen Bildungsgang zur allgemeinen Hochschulreife, die Voraussetzung für die Aufnahme eines Universitäts- oder Hochschulstudiums oder einer qualifizierten beruflichen Ausbildung außerhalb der Hochschule ist. Im gymnasialen Unterricht muss deshalb die Vielfalt der Mathematik als Fachdisziplin an einer dem jeweiligen Alter der Schülerinnen und Schüler angemessenen Thematik und in didaktisch adäquater Weise vermittelt werden. Diese Vielfalt erlegt dem Gesamtkurs Mathematik in Sekundarstufe I die Einhaltung einer gewissen Linienführung auf, die in Sekundarstufe II sinngemäß fortzusetzen ist. Solche **Linien (Leitbereiche)** sind:

- Zahlen und Größen
- Gleichungen, Ungleichungen, Gleichungssysteme
- Funktionen
- Geometrie
- Stochastik

Vom Zählen und Rechnen mit natürlichen Zahlen gelangen die Schülerinnen und Schüler schrittweise durch mehrere Zahlenbereichserweiterungen zu einem wesentlich allgemeineren Zahlbegriff; sie lernen, auch in den neuen Bereichen sicher zu rechnen. Das Verwenden von Variablen erfordert entsprechende Fertigkeiten bei formalen Termumformungen, beim Lösen von Gleichungen und Ungleichungen.

Ausbildung eines hinreichenden räumlichen Vorstellungsvermögens, Entwicklung konstruktiver und zeichnerischer Fertigkeiten, auch bei der Darstellung von Objekten, sind wichtige Teilziele geometrischen Unterrichts.

Es wird kein durchgehender Kurs in Darstellender Geometrie angeboten. Vielmehr soll die immer wiederkehrende Verbindung von Darstellen und Berechnen diese Teilziele erfüllen helfen.

Für das Verständnis mathematischer und naturwissenschaftlicher Probleme wie auch für zahlreiche quantitative Fragen aus anderen Bereichen benötigen die Schülerinnen und Schüler sich ständig erweiternde Kenntnisse vom Funktionsbegriff, von funktionalen Zusammenhängen und ihrer Beschreibung durch gewisse elementare Funktionen.

Ob beim Lösen einfacher Sachaufgaben, beim Beschreiben funktionaler Zusammenhänge, beim Schaffen des geometrischen Bildes eines Sachverhalts oder beim Erkennen gleichartiger Strukturen – immer ist es der Gedanke mathematischer Modellierung von Elementen der Wirklichkeit zum Zwecke ihrer Erfassung und möglicherweise Beeinflussung, der sich den Schülerinnen und Schülern nach und nach einprägt.

Stärker als in der Vergangenheit spielen in Wissenschaft, Technik, Wirtschaft und bei alltäglichen Problemen stochastische Fragestellungen eine Rolle. Dieser Tatsache hat der Mathematikunterricht Rechnung zu tragen. Demzufolge sind die Schülerinnen und Schüler in beiden Stufen schrittweise an stochastische Denkweisen heranzuführen.

Eine nicht zu unterschätzende Bedeutung besitzt der Mathematikunterricht für die fortwährende Entwicklung des folgerichtigen Denkens, für die Schaffung klar umrissener Begriffe, für die präzise Formulierung von Aussagen. So ist es gerade der Gebrauch der mathematischen Terminologie und Symbolik, der zu sprachlicher Korrektheit erzieht und zu größerer Souveränität in der Benutzung der Sprache führt. Im Wechselspiel von Formel und Umgangssprache ruht eine erzieherische Potenz, die freilich bewusst nutzbar zu machen ist.

Schließlich ist Mathematik stets auch Technik. Im Verlaufe der Schuljahre prägt sich das algorithmische Denken heraus. Dazu können das Erarbeiten und Verwenden numerischer Verfahren sowie das Planen und Ausführen geometrischer Konstruktionen beitragen.

Als Hilfsmittel für die Arbeit im Unterricht, das Lösen von Hausaufgaben und das Absolvieren von Leistungskontrollen werden eingesetzt:

- Tabellen- und Formelsammlung ohne ausführliche Musterbeispiele
- Taschenrechner
 - ohne Grafikdisplay ab Klassenstufe 5
 - mit Grafikdisplay ab Klassenstufe 8

Zur Überbrückung des langen zeitlichen Abstandes zwischen dem Informatikunterricht in Klassenstufe 7 und den Informatik-Wahlgrundkursen in den Jahrgangsstufen 11/12 wird empfohlen, im Mathematikunterricht bei geeigneten Inhalten ab Klassenstufe 8 verstärkt die Arbeit mit dem Computer vorzusehen.

- Als Ziele für die Sekundarstufe I werden angestrebt:
- Sicheres Beherrschen aller vier Grundrechenarten einschließlich Überschlagsrechnungen; sicherer Umgang mit Potenzen, Wurzeln und Logarithmen
- Sicherheit bei Termumformungen
- Entwickelte Fähigkeiten beim Lösen von Gleichungen und Ungleichungen, insbesondere eine klare Unterscheidung zwischen äquivalenten und nicht-äquivalenten Umformungen von Gleichungen bzw. Ungleichungen
- Gründliches Erfassen des Funktionsbegriffs, sichere Kenntnisse über die wichtigsten Klassen elementarer Funktionen
- Beherrschen der geometrischen Grundkonstruktionen, Zeichnen und Skizzieren von Zweitafel- bzw. Schrägbildern geometrischer Körper; sicherer Einsatz trigonometrischer Mittel bei geometrischen Aufgaben in Ebene und Raum
- Sichere und anwendungsbereite Kenntnisse über wichtige mathematische Begriffe, Sätze, Regeln und Verfahren, die die Schülerinnen und Schüler in dieser Stufe kennen gelernt haben
- Ein immer stärker ausgeprägtes Bedürfnis, Aussagen zu begründen, das Verstehen von Beweisen, das Führen einfacher Beweise
- Hinreichend entwickelte heuristische Fähigkeiten beim Erfassen von Problemstellungen und Auffinden von Lösungsansätzen, insbesondere auch bei Sachaufgaben
- Fertigkeiten im Umgang mit Hilfsmitteln (Formelsammlung, Tafelwerk, Zeichengeräte, Taschenrechner, möglicherweise Computer)
- Bereitschaft und Fähigkeit zu kritischem Vergleichen, Überprüfen und Werten der Ergebnisse von Gedankengängen, Rechnungen und Konstruktionen

Zugleich fördert der mathematische Unterricht im Zusammenwirken mit allen anderen Fächern die Herausbildung wertvoller Haltungen und Einstellungen wie Fleiß, Ausdauer, Konzentrationsfähigkeit, Zuverlässigkeit, Sorgfalt, Genauigkeit, Kritikfähigkeit, sprachliche Präzision und Klarheit im Ausdruck.

Die spezifischen **Ziele der Sekundarstufe II** sind in bereits sehr differenzierter Form in Gestalt dreier Anforderungsbereiche wachsenden Niveaus in den „Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung Mathematik“ dargelegt. Diesen Anforderungen hat sich auch das sächsische Gymnasium zu stellen.

Zur **Struktur** der gymnasialen Ausbildung im Fach Mathematik:

Die **Klassenstufen 5 und 6** haben Orientierungsfunktion und erhalten somit die Aufgabe, die Schülerinnen und Schüler durch einen Interesse, Initiative und Lernbereitschaft fördernden Unterricht an eine vertiefte Beschäftigung mit Mathematik heranzuführen.

In den **Klassenstufen 7 bis 9** gewinnen die Schülerinnen und Schüler sichere Kenntnisse und Fertigkeiten in den verschiedenen Formen mathematischen Handelns, im Rechnen wie im Konstruieren, im Umgang mit Formeln und Hilfsmitteln. Zunehmend entsteht das Bedürfnis, nicht unmittelbar evidente Aussagen zu

begründen. Direkte Beweise werden ab Klassenstufe 6 (z. B. beim Satz über die Innenwinkelsumme im Dreieck) geführt und mit zunehmender Wertigkeit in das Unterrichtsgeschehen einbezogen.

Die Frage der Umkehrbarkeit eines Satzes sollte nicht später als in Klassenstufe 8 (etwa beim Satz des Thales) aufgeworfen werden. Die Methode des indirekten Beweises begegnet dem Schüler erstmals in Klassenstufe 9 (Irrationalität von $\sqrt{2}$). Aus dem Verstehen von Beweisen entwickelt sich im Verlaufe der Zeit die Fähigkeit, selbst überschaubare Folgerungsketten aufzubauen.

Eine wichtige Schlüsselrolle beim Übergang zur Sekundarstufe II spielt die **Klassenstufe 10**. Neben stärker auf Praxisbezug orientierten Stoffgebieten wie der Trigonometrie führt die Betrachtung wichtiger Klassen elementarer Funktionen schließlich zu allgemeinen Überlegungen zum Funktionsbegriff, die für das Verständnis der Infinitesimalrechnung in den **Jahrgangsstufen 11 und 12** von unbedingter Notwendigkeit sind.

Für die Sekundarstufe II stehen im sächsischen Gymnasium vier Halbjahreskurse zur Verfügung. Die Schülerinnen und Schüler haben die Wahl zwischen mathematischen Grundkursen und mathematischen Leistungskursen. Die Kurse verteilen sich wie folgt:

11/I	Grundkurs Analysis I	Leistungskurs Analysis I
11/II	Grundkurs Analysis II	Leistungskurs Analysis II
12/I	Grundkurs Geometrie/ Algebra	Leistungskurs Geometrie/ Algebra
12/II	Grundkurs Stochastik	Leistungskurs Stochastik

Ohne schon streng deduktiv oder gar axiomatisch ausgerichtet zu sein – lebendige Intuition und Fragen der Anwendung sollten immer eine gebührende Rolle spielen –, hat der Mathematikunterricht dennoch vorzuführen, dass der Schlüssel zur breitgefächerten Anwendbarkeit der Mathematik gerade in der hohen Abstraktion dieser Wissenschaft zu suchen ist. Mathematik demonstriert, wie sich der Mensch ein Bild macht von der Welt und ihren Teilbereichen; sie demonstriert damit auch ihre eigenen Grenzen. Neben der Verbindung zu anderen Fächern sollte in geeigneter Weise auch der Geschichte der Mathematik als nicht unwesentlichem Teil der Kulturgeschichte des Menschen Rechnung getragen werden.

Wenn der **Grundkurs** sich stärker auf die Vermittlung von Grundkenntnissen in wichtigen ausgewählten Gebieten beschränken muss, so soll er in besonderem Maße anwendungsorientiert sein und den Schülerinnen und Schülern sicher Fähigkeiten und Fertigkeiten vermitteln. Auch für den Grundkurs sollten die beschriebenen gemeinsamen Ziele nicht aus dem Auge verloren werden.

Der **Leistungskurs** kann den Gegenstand schon in etwas vertiefter Form beleuchten; er sollte behutsam hinführen zu Grundformen wissenschaftlichen Arbeitens, ohne im Abiturienten das Gefühl aufkommen zu lassen, schon am Ziel angekommen zu sein. Gerade der Leistungskurs sollte bei den talentierten Schülerinnen und Schülern die Freude am Entdecken, die Neugier auf Unbekanntes, die Bereitschaft zu geistiger Anstrengung wecken und entwickeln.

Auch im Leistungskurs ist der Unterricht nicht auf einen bestimmten Studiengang bezogen. Es ist aber zu berücksichtigen, dass dieser Unterricht sichere Grundlage sein muss für ein Studium der Mathematik oder hochgradig von Mathematik durchdrungener Wissenschaften wie Physik, Chemie, technische Disziplinen und Informatik. In diesen Studiengängen wird vom Studenten bereits zu Beginn ein Einstieg in die Mathematik auf hohem Niveau gefordert.

Die Formen des Unterrichts werden je nach Alter der Schülerinnen und Schüler, aber auch je nach Persönlichkeit des Mathematiklehrers sehr unterschiedlich sein. Es seien deshalb hier nur einige wenige Grundsätze formuliert, an denen sich Mathematikunterricht in beiden Sekundarstufen messen möge:

- Mathematik lernt man nur dadurch, dass man Mathematik treibt. Dem beständigen Üben ist in jeder Jahrgangsstufe große Aufmerksamkeit zu schenken.
- Lernen soll aktives einsichtiges Lernen sein.
- Die Schülerinnen und Schüler sollen Gelegenheit haben, selbst Erfahrungen zu sammeln, vielfältige Tätigkeiten auszuführen und über ihr Tun auch zu sprechen. Der Lehrer sollte Ideen der Schülerinnen und Schüler aufgreifen und brauchbare Gedanken in den Unterricht einbauen.
- Begreifen und Verstehen ist immer ein individueller Akt. Die Art und Weise der Erarbeitung, die Wahl der sprachlichen und anderen Mittel zur Darstellung mathematischer Sachverhalte, Abstraktionshöhe und Komplexität der Probleme und Aufgaben sind stets auf die gegebene Situation, ja auf den einzelnen Schüler auszurichten. Der Lernende gewinnt die Einsicht, dass er nur das wirklich weiß und kann, was er selbst in sich aufgenommen hat.
- Individuelles Begreifen wird freilich gefördert durch Austausch: Gruppen- und Partnerarbeit sollen in angemessener Weise berücksichtigt werden und das Miteinandersprechen, den Wechsel von Selbsttun und Beobachten, von Kritisieren und Kritisiertwerden ermöglichen. Die Kommunikation der Schülerinnen und Schüler untereinander prägt das Sozialverhalten und beeinflusst zugleich deren Selbstkontrolle und Selbstverständnis.
- Für das Eindringen in jede neue Problematik sollen die Schülerinnen und Schüler hinreichend motiviert werden.
- Für den gesamten mathematischen Unterricht sind die Orientierung auf Anwendungen (auch innermathematische), das Herstellen von Verbindungen zu anderen Fächern und zu anderen Lernbereichen des eigenen Faches sowie das Bewusstmachen von Erfahrungen aus dem Umfeld des Lernenden Prinzip.

- Mathematik darf nicht als etwas erscheinen, was neben den Dingen steht; die Schülerinnen und Schüler sollen erkennen, dass die Mathematik in den Dingen um uns und in unseren Erfahrungen steckt.
- Heuristischen Aspekten und Verfahrensweisen ist hinreichend Raum zu geben.
- Insbesondere gilt das für die Kunst, selbst Fragen zu stellen.
- Auch ein freizügig orientierter Unterricht wird zum Nutzen des Schülers nicht ohne Kontrolle von Leistungen auskommen. Der Lehrer wird in jeder Jahrgangsstufe die adäquaten Formen anspornender Kontrollen finden.
- Schließlich müssen alle Schülerinnen und Schüler in der Reifeprüfung unter Beweis stellen, dass sie die hier formulierten Ziele des Mathematikunterrichts des Gymnasiums erreicht haben.

Vorbemerkungen zur eingearbeiteten Präzisierung

Die Ziele der Präzisierung des Lehrplanes Mathematik am Gymnasium liegen insbesondere in der

- Konkretisierung des Anforderungsniveaus bei der Umsetzung der Lehrplaninhalte,
- Bereitstellung eines größeren Zeitanteiles für komplexe Anwendungen,
- stärkeren Betonung der Gelenkfunktion der Klassenstufe 10.

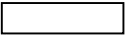
Zur Umsetzung der gestellten Ziele werden u. a. folgende unterstützende Maßnahmen eingeleitet:

- Abbau der Stofffülle durch Reduzierung auf transferierbares Wissen und Können und durch stärkere Generalisierung,
- Modifizierungen der logischen Struktur einzelner Lernbereiche (LB), die ein noch effektiveres und systematischeres Lernen fördern,
- Konkretisierung der Ziel- und Inhaltsangaben an markanten Stellen des Lehrplanes,
- Einsatz zeitgemäßer Hilfsmittel unter fachdidaktischen Aspekten.

Die Präzisierung des gültigen Lehrplanes wird nur dann den erwünschten Erfolg zeigen, wenn es gelingt, neben der Vervollkommnung der mündlichen, halbschriftlichen und schriftlichen Vorgehensweise zum Lösen mathematischer Aufgaben verstärkt auf solche geistige Tätigkeiten der Schüler zu orientieren, die charakteristisch für den Mathematikunterricht am Gymnasium sind, z. B.

- Definieren,
- Beweisen,
- Durchführen vollständiger Fallunterscheidungen,
- Analogiebetrachtungen,
- Spezialisieren und Verallgemeinern mathematischer Aussagen,
- Anwenden von Algorithmen,
- Mathematisieren konkreter Sachverhalte,
- angemessenes Verwenden der mathematischen Fachsprache.

Hinweise für den Benutzer

Schüler, Lehrer	Bei Formulierungen, die sich auf „den Schüler“ bzw. „den Lehrer“ beziehen, ist ebenso, „die Schülerin“ bzw. „die Lehrerin“ angesprochen.
Anordnung	Die Lernbereiche enthalten Ziele, Inhalte und Hinweise.
Ziele	Die Ziele tragen den Charakter von Richtungsangaben, zu deren Verwirklichung der Lehrer verpflichtet ist.
Inhalte	Die jeweils in der linken Spalte angegebenen Inhalte stellen das verbindliche Minimum dar.
Hinweise	An einigen Stellen sind dem Lehrer bewusst freie Entscheidungen angeboten, etwa bei „Kongruenz“ die Verwendung als Grundbegriff oder als abgeleiteter Begriff (im Sinne der Abbildungsgeometrie). Gelegentlich stehen links Anregungen inhaltlicher Art oder Anwendungen als Unterrichtsgegenstand.
	Die jeweiligen rechte Spalte enthält Hinweise im Sinne von Erläuterungen, Empfehlungen und ausgewählten Beispielen. Diese als hilfreich aufzugreifen oder durch eigene Überlegungen zu ersetzen bzw. zu ergänzen, ist dem Lehrer freigestellt. Verweise auf Namen und Lebensdaten bedeutender Mathematiker sind nutzbar, um dem Schüler Mathematik als Teil menschlicher Kulturgeschichte erleben zu lassen.
Terme mit Variablen	Alle Bedingungen (Variablengrundbereich, Einschränkungen) wurden weggelassen.
Kästen 	Die eingerahmten Texte enthalten verbindliche Anweisungen.
Querverweise →	Derartige Angaben sind überall dort in die Hinweisspalte aufgenommen worden, wo im Sinne ganzheitlicher Bildung und Erziehung bei der Planung des gymnasialen Mathematikunterrichts Inhalte aus anderen Mathematik-Lernbereichen oder aus Lernbereichen „benachbarter“ Fächer zu berücksichtigen sind.
Richtstundenzahlen	Hierbei handelt es sich um Orientierungen, in welchem zeitlichen Umfang die Lehrplaninhalte behandelt werden sollten.
	Der Bereich Festigung und Kontrolle der Schülerleistung ist zeitlich wie folgt zu realisieren:
	<ul style="list-style-type: none"> - Für die Klassenstufen 5 bis 10 sind im „Überblick“ entsprechende Richtstundenzahlen gesondert ausgewiesen.

	<ul style="list-style-type: none">- Für die Jahrgangsstufen 11 und 12 muss innerhalb der Richtstundenzahlen der Grund- und Leistungskurse ein hinreichender Anteil für diesen Bereich eingeplant werden.
Reihenfolge	Die Reihenfolge der Lernbereiche innerhalb einer Klassenstufe ist dort verbindlich, wo dies sachlogische Gründe gebieten. Ansonsten kann der Lehrer, geleitet von didaktisch-methodischen Entscheidungen, z. B. arithmetische und geometrische Lernbereiche parallel behandeln.
Normaldruck	Normal gedruckte Inhalte zielen auf Stoffe und Methoden, die vom Lehrer problemorientiert und vertiefend zu behandeln, vom Schüler anwendungsbereit zu beherrschen sind. Soweit sie zu Lernbereichen in den Jahrgangsstufen 11 und 12 gehören, können sie Gegenstand der schriftlichen oder mündlichen Abiturprüfung sein.
<i>Kursivdruck</i>	Die kursiv gedruckten Inhalte zielen auf weitere Stoffe und Methoden, die behandelt werden können und, soweit sie zu Lernbereichen in den Jahrgangsstufen 11 und 12 gehören, Gegenstand der mündlichen Abiturprüfung sein können.
Zusatzstoffe Z	Mit Z gekennzeichnete Inhalte stellen Zusatzangebote dar.

Überblick – Lernbereiche und Richtstundenzahlen**Klassenstufe 5**

	Richtstundenzahl
Lernbereich 1: Die natürlichen Zahlen	50
Lernbereich 2: Gemeine Brüche und Dezimalbrüche	35
Lernbereich 3: Größen	15
Lernbereich 4: Geometrische Figuren	10
Lernbereich 5: Symmetrie von Figuren – Spiegelung	10
Lernbereich 6: Messen, Darstellen, Berechnen	20
Festigung und Kontrolle der Schülerleistung	20
	160

Klassenstufe 6

	Richtstundenzahl
Lernbereich 1: Teiler und Vielfache natürlicher Zahlen	10
Lernbereich 2: Gebrochene Zahlen	45
Lernbereich 3: Proportionalität	20
Lernbereich 4: Spiegelung, Verschiebung, Drehung	20
Lernbereich 5: Dreiecke und Kongruenz von Figuren	35
Lernbereich 6: Geometrische Körper	10
Festigung und Kontrolle der Schülerleistung	20
	160

Klassenstufe 7

	Richtstundenzahl
Lernbereich 1: Prozent- und Zinsrechnung	22
Lernbereich 2: Rationale Zahlen	24
Lernbereich 3: Gleichungen und Ungleichungen mit einer Variablen	24
Lernbereich 4: Dreiecke, Vierecke und weitere Vielecke	14
Lernbereich 5: Prismen	12
Lernbereich 6: Elemente der Stochastik	16
Festigung und Kontrolle der Schülerleistung	16
	128

Klassenstufe 8

	Richtstundenzahl
Lernbereich 1: Arbeiten mit Variablen	24
Lernbereich 2: Lineare Gleichungen und lineare Funktionen	28
Lernbereich 3: Satzgruppe des Pythagoras	14
Lernbereich 4: Der Kreis	18
Lernbereich 5: Der Kreiszylinder	12
Lernbereich 6: Zufällige Ereignisse und deren Wahrscheinlichkeit	16
Festigung und Kontrolle der Schülerleistung	16
	<hr/>
	128

Klassenstufe 9

	Richtstundenzahl
Lernbereich 1: Reelle Zahlen	14
Lernbereich 2: Lineare Gleichungssysteme	14
Lernbereich 3: Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen	24
Lernbereich 4: Potenzen, Wurzeln, Logarithmen	14
Lernbereich 5: Ähnlichkeit	16
Lernbereich 6: Berechnung und Darstellung von Körpern	16
Lernbereich 7: Beschreibende Statistik, Zufallsgrößen und ihre Verteilung	14
Festigung und Kontrolle der Schülerleistung	16
	<hr/>
	128

Klassenstufe 10

	Richtstundenzahl
Lernbereich 1: Mathematische Beweise	12
Lernbereich 2: Potenzfunktionen	12
Lernbereich 3: Exponential- und Logarithmusfunktionen	14
Lernbereich 4: Trigonometrische Funktionen	18
Lernbereich 5: Trigonometrische Berechnungen	18
Lernbereich 6: Körperberechnung und –darstellung	12
Lernbereich 7: Einführung in die Beurteilende Statistik	16
Lernbereich 8: Funktionen	10
Festigung und Kontrolle der Schülerleistung	16
	<hr/>
	128

Grundkurse**Jahrgangsstufe 11**

Richtstundenzahl

11/I: Analysis I

Lernbereich 1: Zahlenfolgen, Grenzwerte

28

Lernbereich 2: Differentialrechnung

36

11/II: Analysis II

Lernbereich 1: Integralrechnung

32

Lernbereich 2: Anwendung der Infinitesimalrechnung
auf weitere Klassen von Funktionen

32**128****Jahrgangsstufe 12**

12/I: Geometrie/Algebra

Richtstundenzahl

Lernbereich 1: Koordinatengeometrie der Ebene

20

Lernbereich 2: Vektoren – Die Gerade in der Ebene und
im Raum

24

Lernbereich 3: Das Skalarprodukt zweier Vektoren

20

12/II: Stochastik

Lernbereich 1: Grundlagen der Wahrscheinlichkeits-
rechnung

16

Lernbereich 2: Zufallsgrößen und ihre Charakteristiken

20

Lernbereich 3: Elemente der Beschreibenden und
Beurteilenden Statistik

12**112**

Leistungskurse**Jahrgangsstufe 11**

		Richtstundenzahl
11/I: Analysis		
Lernbereich 1:	Zahlenfolgen, Grenzwerte	30
Lernbereich 2:	Differentialrechnung	50
11/II: Analysis II		
Lernbereich 1:	Integralrechnung	40
Lernbereich 2:	Anwendung der Infinitesimalrechnung auf weitere Klassen von Funktionen	40
		<hr/>
		160

Jahrgangsstufe 12

		Richtstundenzahl
12/I: Geometrie/Algebra		
Lernbereich 1:	Koordinatengeometrie der Ebene	18
Lernbereich 2:	Lineare Gleichungssysteme	12
Lernbereich 3:	Vektoren	15
Lernbereich 4:	Affine Geometrie in der Ebene und im Raum	20
Lernbereich 5:	Metrische Geometrie der Ebene und des Raumes	
12/II: Stochastik		
Lernbereich 1:	Zufällige Ereignisse und deren Wahr- scheinlichkeit	25
Lernbereich 2:	Zufallsgrößen und ihre Charakteristiken	20
Lernbereich 3:	Elemente der Beurteilenden Statistik	15
		<hr/>
		140

Klassenstufe 5**Lernbereich 1: Die natürlichen Zahlen****50 Std.**

Mit der Behandlung der natürlichen Zahlen wird das Wissen aus dem Grundschullehrgang systematisiert und vertieft. Damit schafft sich der Schüler ein Fundament für den Arithmetikunterricht der folgenden Lernbereiche und Klassenstufen.

Der Schüler entwickelt durch Betrachtungen zum Aufbau des Zahlenbereichs und zur Ordnung natürlicher Zahlen ein größeres Zahlvorstellungsvermögen, erlangt Fertigkeiten im Beherrschen der Grundrechenarten und lernt weitere inner- und außermathematische Anwendungen des Rechnens mit natürlichen Zahlen kennen.

Der Schüler wird mit Vorgängen mit Zufallscharakter (Spiele, einfache statistische Erhebungen u. Ä.) bekannt gemacht und damit auf einige Aspekte stochastischen Denkens vorbereitet.

Darstellen und Ordnen natürlicher Zahlen

Zahlenstrahl

Wiederholung

→ MA, Klassenstufe 4,
Lernbereich 1,
Natürliche Zahlen

Stellentafel

Gedacht ist besonders an große
Zahlen.

Vergleichen und Ordnen natürlicher Zahlen

Vorgänger, Nachfolger

Strecken- und Streifendiagramm

Anwenden auf Sachverhalte aus der
Erfahrungswelt des Schülers

Runden

Römisches Zahlensystem

→ MA, Klassenstufe 4,
Lernbereich 1,
Römische Zahlen

Grundrechenarten

Auf die Ausbildung von Rechenfertigkeiten ist ebenso Wert zu legen wie auf das inhaltliche Verständnis der Verfahren.
Überschläge, Abschätzungen und kritisches Werten der errechneten Ergebnisse spielen eine wichtige Rolle.

Addieren und Subtrahieren

Multiplizieren, Dividieren

Teiler, Teilbarkeit

Rechengesetze
Vorrangregeln für Rechenoperationen

Betrachtungen zur Ausführbarkeit von Rechenoperationen

Einfache Gleichungen und Ungleichungen

Potenzschreibweise

Historische Betrachtungen zur Entwicklung des Rechnens und zu Rechenhilfsmitteln (gedacht ist u. a. an den Abakus)

A. RIES (1492-1559) wirkte in Annaberg/Sa.

Mündlich und schriftlich

Wiederholung

→ MA, Klassenstufe 4,
Lernbereich 4,
Mündliche Multiplikation und
Division bis 1 000 000

Bei schriftlicher Division Beschränkung auf zweistelligen Divisor

→ MA, Klassenstufe 3,
Lernbereich 1,
Teiler und Vielfache

→ MA, Klassenstufe 6,
Lernbereich 1,
Teilbarkeitsregeln

Rechenvorteile nutzen
Rechnen mit 0 und 1

Beschränkung auf inhaltliches Lösen
Lösung, Lösungsmenge
Wahre und falsche Aussage

Beim Üben der Potenzschreibweise
Aufgabenvielfalt gewährleisten

Vorgänge mit Zufallscharakter

Erstellen von Strichlisten, Auszählen von Häufigkeiten, Darstellen in Tabellen

Hier sind Vorerfahrungen für den Bereich der Stochastik zu vermitteln, indem zufallsbedingte Vorgänge betrachtet und darauf bezogene Ergebnisse als sicher, als möglich, aber nicht sicher und als unmöglich erkannt werden. Qualitative Wahrscheinlichkeitsvergleiche von Ergebnissen („mehr“ oder „weniger“ wahrscheinlich) sind vorzunehmen.

Gedacht ist an einfache statistische Erhebungen (z. B. Ermitteln von Körpergröße, Alter der Schüler), an Zufallsexperimente (Münzwurf, Glücksrad u. a.) und an Spiele.

Z Positionssysteme

Lernbereich 2: Gemeine Brüche und Dezimalbrüche**35 Std.**

Der Schüler wird auf anschaulicher Basis mit gemeinen Brüchen und Dezimalbrüchen vertraut gemacht, ohne dass eine systematische Einführung des Bereichs der gebrochenen Zahlen durchzuführen ist. Er erkennt die Zweckmäßigkeit der Verwendung von Brüchen in unterschiedlichsten Praxissituationen (Rechnen mit Geld, Größenangaben) und festigt die ihm aus der Grundschule im Zusammenhang mit Größen bekannte „Kommasehreibweise“ von Zahlen.

Schwerpunkt dieses Lernbereichs sind neben verschiedenen Darstellungsmöglichkeiten von Brüchen das Entwickeln von Zahlvorstellungen und das Ausführen von Rechenoperationen.

Teile von Ganzen, Brüche

→ MA, Klassenstufe 3,
Lernbereich 2,
Größen

Entwickeln inhaltlicher Vorstellungen von Brüchen	<p>Zur Veranschaulichung dienen insbesondere Kreisteile und „zerbrochene“ Gegenstände.</p> <p>Der Abstraktionsprozess verläuft über die Stufe konkreten Handelns (des „Brechens“) und die figurale Stufe (Zeichnen)</p>
Darstellung von Brüchen am Zahlenstrahl	
Vergleichen und Ordnen gleichnamiger Brüche	Gedacht ist auch an Vergleiche von Brüchen mit natürlichen Zahlen.
Erweitern und Kürzen	
Gemeine Brüche und Dezimalbrüche	
Dezimalbruch	
Erweiterung der Stellentafel	Gedacht ist an die Einführung von Dezimalbrüchen über Zehnerbrüche.
Umwandeln von Zehnerbrüchen in Dezimalbrüche und umgekehrt	Auch Einbeziehen von gemeinen Brüchen, die beim Erweitern oder Kürzen Zehnerbrüche ergeben.
Vergleichen und Ordnen von Dezimalbrüchen	
Grundrechenarten	
Addition und Subtraktion von gleichnamigen Brüchen und Dezimalbrüchen	Die Verfahren sollten vom Schüler erklärt werden können.
Überschläge	
Multiplikation von Dezimalbrüchen mit natürlichen Zahlen und mit Dezimalbrüchen	<p>→ MA, Klassenstufe 5, Lernbereich 6, Berechnung von Flächen- und Rauminhalt</p> <p>Regel für das Multiplizieren von Dezimalbrüchen mit Zehnerpotenzen</p> <p>Auch Runden von Dezimalbrüchen</p>
Division von Dezimalbrüchen durch natürliche Zahlen	Gedacht ist an 10; 100; 1000

Lernbereich 3: Größen**15 Std.**

Auf den Vorkenntnissen der Grundschule aufbauend, festigt der Schüler sein Wissen und Können über die behandelten Größenarten. Durch das Vervollständigen des Systems der Einheiten und vielfältige Umrechnungen wird ein tieferes Verständnis beim Schüler erreicht.

Anschauliche Vorstellungen von den Größenarten sind weiter auszuprägen und beim Sachrechnen in vielfältigen Gebieten sicher anzuwenden.

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Da die aufgeführten Größen dem Schüler überwiegend bekannt sind, ist der Schwerpunkt auf Umrechnungen und Sachrechnen zu legen.</p> </div>	
<p>Länge, Masse, Zeit, Geld</p>	<p>Beziehungen zu historischen und heute noch gebräuchlichen Einheiten sind herzustellen.</p> <p>Gedacht ist u. a. an Elle, Fuß, Klafter, Meile, Pfund, Zentner.</p> <p>Wiederholung</p> <p>→ MA, Klassenstufe 3, Lernbereich 2, Größen</p> <p>Unterscheiden von Maßzahl und Einheit</p>
<p>Einheiten von Masse, Zeit und Länge; Umrechnungen</p> <p>Lesen von Fahrplänen</p>	<p>→ GEO, Klassenstufe 5, Lernbereich 2, Deutschland</p> <p>→ MA, Klassenstufe 4, Lernbereich 3, Zeitspannen</p>
<p>Rechnen mit Geld</p>	<p>Gedacht ist auch an Umrechnungen in andere Währungen.</p> <p>Historische Währungen.</p>

Lernbereich 4: Geometrische Figuren**10 Std.**

Ein wesentliches Ziel dieses Lernbereichs besteht im Festigen der Kenntnisse über ebene und räumliche geometrische Figuren, die der Schüler bei den späteren Symmetriebetrachtungen und Berechnungen an Flächen und Körpern benötigt. Der Schüler soll die aufgeführten Figuren sicher erkennen und unterscheiden können.

Beim Zeichnen und Messen von Winkeln ist vor allem auf sauberes und genaues Arbeiten sowie den richtigen Umgang mit dem Winkelmesser zu achten.

Die geometrischen Begriffe und Einsichten sind konkret-anschaulich zu vermitteln.
Im Geometrieunterricht sollen solche Tätigkeiten wie Falten, Schneiden, Kleben, Färben und Legen eine wichtige Rolle spielen.

Körper und Körpernetze (Quader und Würfel)

Betrachtungen zu Gegenständen aus der Erfahrungswelt des Schülers (Verpackungen u. a.)

Unterscheiden von Ecken, Kanten, Flächen

Anzahl der Ecken, Kanten und Flächen

Strecke, Strahl, Gerade
Bezeichnungen
„Senkrecht zueinander“, „parallel zueinander“

Unterschiede deutlich aufzeigen

Erzeugen senkrechter und paralleler Geraden durch Falten
Verwenden des Geodreiecks
Wasserwaage

Streifen, Abstand

Erzeugen unterschiedlicher Vierecke durch Schnitt zweier Streifen

Wiederholung

→ MA, Klassenstufe 4,
Lernbereich 4,
Vierecke

Winkel
Schenkel, Scheitel

Antragen von Winkeln Vergleichen von Winkeln Winkelarten Winkelmessung	Dabei sollte auf die richtige Handhabung unterschiedlicher Winkelmesser eingegangen werden.
Einteilung der Dreiecke nach Winkeln	
Weitere ebene Figuren	

Lernbereich 5: Symmetrie von Figuren – Spiegelung**10 Std.**

Der Schüler lernt mit der Achsensymmetrie eine spezielle Eigenschaft bestimmter geometrischer Figuren kennen. Anhand vielfältiger Beispiele gewinnt er inhaltliche Vorstellungen von der Symmetrie und ist in der Lage, achsensymmetrische und zueinander symmetrisch liegende Figuren zu erkennen und selbstständig zu erzeugen.

Er lernt die Geradenspiegelung als Möglichkeit der Erzeugung symmetrisch zueinander liegender Figuren kennen und entwickelt erste Fähigkeiten im Konstruieren von Spiegelbildern.

Achsensymmetrische Figuren	Wiederholung
	→ MA, Klassenstufe 4, Lernbereich 4, Symmetrie
Untersuchen von Figuren auf Achsensymmetrie	Gedacht ist an Stadtwappen, Hausfassaden, Blockbuchstaben, ...; aber auch Dreieck, Viereck, Kreis.
Erzeugen achsensymmetrischer Figuren	
Symmetrieachse	
Regelmäßiges Sechseck	Zeichnen
Z weitere regelmäßige n-Ecke	
Zueinander symmetrisch liegende Figuren	

Erzeugen von Spiegelbildern	z. B. durch Klecksbild, Durchstechen, halbdurchlässigen Spiegel, Transparentpapier
Zeichnen von Spiegelbildern	Figuren im Gitterraster ergänzen
Original, Bild, Spiegelgerade	
Koordinatensystem, x-Achse, y-Achse	
Konstruieren von Spiegelbildern	Punkte, Strecken, Vielecke
Merkmale der Achsenspiegelung	
Z Symmetrie im Raum Symmetrieebene	Gedacht ist an Quader und Würfel.

Lernbereich 6: Messen, Darstellen, Berechnen**20 Std.**

Nachdem in den vorangegangenen Lernbereichen geometrische Figuren und deren Eigenschaften sowie Beziehungen zwischen Figuren vorwiegend qualitativ untersucht wurden, rückt jetzt der Aspekt des Messens und Berechnens in den Vordergrund. Dabei festigt der Schüler das Messen von Strecken und lernt das Ermitteln des Umfangs und des Flächeninhalts von Rechtecken sowie des Oberflächeninhalts und des Volumens von Quadern und die entsprechenden Einheiten kennen, die er stets mit anschaulichen Vorstellungen verbinden soll.

Streckenmessung	Einheiten der Länge, Umrechnungen Abstecken von Strecken im Gelände Gedacht ist auch an das Messen von Kanten an Körpern.
Umfang und Flächeninhalt von Rechteck und Quadrat	Wiederholung
Einheiten des Flächeninhalts	→ MA, Klassenstufe 4, Lernbereich 4, Vergleichen von Figuren nach Umfang und Flächeninhalt Auslegen, anschauliches Gewinnen der Formeln Sprachliches Formulieren der Formeln

Umrechnungen	Anschauliche Beispiele, Abstecken von Flächen im Gelände
Z Flächeninhalt von Figuren, die in Rechtecke zerlegbar sind	Vorrangig in benachbarte Einheiten
Körpernetze von Quader und Würfel	Wiederholung → MA, Klassenstufe 5, Lernbereich 4, Quader
Oberflächeninhalt von Quader und Würfel	Anschauliches Gewinnen der Formeln
Schrägbild von Quadern	Skizzen im Quadratgitterraster, empfohlen werden der Tiefenwinkel $\alpha = 45^\circ$ und die Verkürzung der Tiefenmaße mit $q = \frac{1}{2}$
Volumen von Quadern	Ausfüllen, anschauliches Gewinnen der Formel
Volumeneinheiten, Umrechnungen	
Hohlmaße	Füllkörper
Volumen von Körpern, die in Quader zerlegbar sind	

Klassenstufe 6**Lernbereich 1: Teiler und Vielfache natürlicher Zahlen****10 Std.**

Mit den Betrachtungen zur Teilbarkeit sollen das Wissen des Schülers über natürliche Zahlen gefestigt und sein Verständnis für den Aufbau des Zahlenbereichs erweitert werden. Gleichzeitig werden wichtige Grundlagen für die Arbeit mit gebrochenen Zahlen geschaffen, so z. B. für das Kürzen von gemeinen Brüchen (Ermitteln gemeinsamer Teiler, Primzahlen). Die Teilbarkeitsregeln stellen dabei eine Hilfe beim Rechnen dar. Der Schüler kennt ausgewählte Regeln und kann sie anwenden.

Anhand bekannter und leicht verständlicher Zusammenhänge aus dem Bereich der natürlichen Zahlen lernt der Schüler einige Grundbegriffe und Beziehungen der Mengenlehre kennen.

Teiler und Vielfache	Wiederholung → MA, Klassenstufe 5, Lernbereich 1 Schreibweise $a \mid b$
Teilbarkeitsregeln	Regeln für 2, 5, 10, 4, 3, 6, 9
Teilbarkeit eines Produktes, einer Summe	Beispielgebundenes Begründen
Mengendiagramm Element, Menge, Teilmenge	Symbolik; nur „behutsame“ Nutzung der Mengenschreibweise
Primzahlen, Zerlegung in Primfaktoren	Beim Gewinnen von Primzahlen sollte auch auf historische Betrachtungen hingewiesen werden; Sieb des ERATOSTHENES (um 275 – 195 v. u. Z.).
Kleinstes gemeinsames Vielfaches (k. g. V.); größter gemeinsamer Teiler (g. g. T.)	
Z Bestimmen des g. g. T. mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus	

Lernbereich 2: Gebrochene Zahlen**45 Std.**

Aufbauend auf der beispielgebundenen Betrachtung von Brüchen in Klassenstufe 5, wird nun die Zahlenbereichserweiterung vollzogen. Beim Rechnen geht es um die Entwicklung des Zahlvorstellungsvermögens beim Schüler und die sichere Anwendung der Verfahren.

Obwohl bei der späteren Verwendung von Rechenhilfsmitteln häufiger mit Dezimalbrüchen gearbeitet wird, muss das Rechnen mit gemeinen Brüchen als eine wichtige Grundlage für Termumformungen sicher beherrscht werden.

Mit der Berechnung des arithmetischen Mittels und der graphischen Veranschaulichung von Größenangaben werden erste Voraussetzungen für die Behandlung der Beschreibenden Statistik geschaffen.

**Darstellung und Ordnung
gebrochener Zahlen**

Vergleichen und Ordnen von
Brüchen

Zahlenstrahl

Gebrochene Zahlen

Dichtheit der gebrochenen Zahl

Grundrechenarten

Überschläge, Ergebnisschätzungen
und kritische Wertung der Ergeb-
nisse spielen eine entscheidende
Rolle.

Grundrechenarten mit gebrochenen
Zahlen (Dezimalbrüche und gemeine
Brüche)

Reziprokes einer gebrochenen Zahl

Wiederholung

→ MA, Klassenstufe 5,
Lernbereich 2,
Brüche

Gedacht als Unterschied zu natür-
lichen Zahlen

Erkenntnis, dass gebrochene Zahlen
keinen „Nachfolger“ bzw. „Vorgän-
ger“ besitzen.

Uneingeschränkte Ausführbarkeit der Division mit gebrochenen Zahlen und Ausschluss des Divisors 0	Umwandlung gemeiner Brüche in Dezimalbrüche durch Divisor
Verknüpfung mehrerer Rechenoperationen	Rechengesetze, Rechenvorteile (Kommutativgesetz, Assoziativgesetz, Distributivgesetz)
Endliche und periodische Dezimalbrüche	
Z Ausblick auf ganze Zahlen	
Sachrechnen	→ MA, Klassenstufe 5, Lernbereich 6, Berechnen von Flächeninhalten und Volumen
Graphisches Veranschaulichen von Anzahlen und Größenangaben	Mit Hilfe von Piktogrammen, Strecken- und Streifendiagrammen
Aufgaben zum kombinatorischen Zählen	Baumdiagramme
Arithmetisches Mittel	

Lernbereich 3: Proportionalität**20 Std.**

Der Schüler lernt die Proportionalität als spezielle Zuordnung kennen und erfährt dabei, dass viele Sachverhalte aus seiner unmittelbaren Erfahrungswelt durch proportionale Zuordnungen beschrieben werden können. Graphische Veranschaulichungen helfen ihm dabei, diese Zuordnungen zu verstehen bzw. zu unterscheiden.

Beim Rechnen mit einander zugeordneten Größen eignet sich der Schüler ein Verfahren an, das zur Lösung vielfältiger praktischer Aufgaben immer wieder benötigt wird.

Zuordnungen	Vielfältige Beispiele aus der Erfahrungswelt des Schülers
	→ PH, Klassenstufe 6, Lernbereich 2, Weg-Zeit-Gesetz
Darstellung von Zuordnungen: Tabelle, Diagramm, Wortvorschrift	Auch Pfeildiagramm

Proportionalität Proportionalitätsfaktor Darstellung von Proportionalitäten	Wiederholung → MA, Klassenstufe 5, Lernbereich 5, Koordinatensystem
Untersuchung von Zuordnungen auf (direkte) Proportionalität Dreisatz Algorithmisches Lösen von Produkt- und Verhältnisgleichungen Sachaufgaben Indirekte Proportionalität Untersuchung von Zuordnungen auf indirekte Proportionalität Graphisches Darstellen indirekter Proportionalität Sachaufgaben	Gedacht ist an Strahl im Koordi- natensystem mit Anfangspunkt im Koordinatenursprung Auch Verhältnisgleichung möglich → CH, Klassenstufe 10, Lernbereich 2, Quantitative Betrachtungen von Stoffen und Reaktionen → PH, Klassenstufe 7, Lernbereich 1, Hebelgesetz

Lernbereich 4: Spiegelung, Verschiebung, Drehung 20 Std.

Dem Geometrielehrgang ist kein strenger abbildungsgeometrischer Aufbau zugrunde gelegt. Wegen der Bedeutung der Bewegungen in der Mathematik ist es aber dennoch notwendig, die Schüler mit Spiegelung, Verschiebung und Drehung anhand von Beispielen aus der Erfahrungswelt vertraut zu machen. Der Schüler entwickelt dabei seine Fertigkeiten im Konstruieren und Zeichnen weiter.

Die Deckungsgleichheit soll als grundlegende Eigenschaft von Original und Bild bei den genannten Abbildungen erkannt werden.

Die Sätze über Winkelbeziehungen sind eine Grundlage für Beweise im Geometrieunterricht.

Symmetrie – Spiegelung	Wiederholung → MA, Klassenstufe 5, Lernbereich 5
Konstruieren von Spiegelbildern	
Konstruieren der Spiegelgeraden bei gegebener Original- und Bildfigur	
<i>Punktspiegelung</i>	
Verschiebungen Verschiebungspfeile	Beispiele aus der Erfahrungswelt des Schülers
Konstruieren von Bildern bei Verschiebungen	Verwenden von Millimeterpapier, Gitterraster
	Es genügen Dreiecke und Vierecke.
Drehung Drehwinkel, Drehzentrum	Wiederholung → MA, Klassenstufe 5, Lernbereich 4, Winkel
Konstruieren von Bildern bei Drehungen	
Z Nacheinanderausführung von Drehung, Spiegelung und Verschiebung	
Deckungsgleichheit von Original und Bild	Einsatz von Transparentpapier, Schablonen, ... → MA, Klassenstufe 6, Lernbereich 5, Kongruenz
Scheitelwinkel, Nebenwinkel Stufenwinkel, Wechselwinkel	
Sätze über Winkel an geschnittenen Parallelen	
Z Umkehrung dieser Sätze	
Z Entgegengesetzt liegende Winkel	

Lernbereich 5: Dreiecke und Kongruenz von Figuren**35 Std.**

Nachdem in Klassenstufe 5 der Schüler bereits im wesentlichen mit ebenen Figuren vertraut gemacht worden ist, wird nun das Dreieck näher untersucht. Der Schüler unterscheidet jetzt Dreiecke nach Winkeln und nach Seiten und lernt Innen- und Außenwinkelsätze kennen.

Erstmalig wird der Schüler an mathematische Beweise herangeführt, insbesondere soll er die Notwendigkeit des Beweisens erkennen.

Die Fertigkeiten im Konstruieren werden sowohl durch die sicher zu beherrschenden Grundkonstruktionen als auch durch das Konstruieren von Dreiecken weiter ausgeprägt.

Der Begriff „Kongruenz“ kann sowohl durch Deckungsgleichheit von Figuren als auch mit Hilfe der Bewegung erklärt werden.

Dreiecke

Dreieck, Dreiecksarten

Dreiecksungleichung
Seiten-Winkel-Relation

Innenwinkelsatz mit Beweis

Außenwinkelsatz

Geometrische Grundkonstruktionen

Halbieren einer Strecke

Halbieren eines Winkels

Errichten einer Senkrechten

Fällen des Lotes

Besondere Linien im Dreieck

Wiederholung

→ MA, Klassenstufe 5,
Lernbereich 4,
Winkel

Erstmaliges Bekanntmachen mit
der Beweisnotwendigkeit und der
Methode des direkten Beweises

Beweis wird empfohlen:

Seitenhalbierende, Winkelhalbierende,
Mittelsenkrechte, Höhe

Inkreis, Umkreis, Schwerpunkt eines Dreiecks	
Kongruenz, Konstruktion von Dreiecken	
<i>Erzeugen deckungsgleicher Figuren</i>	→ MA, Klassenstufe 6, Lernbereich 4, Deckungsgleichheit
Kongruenz, Kongruenz von Figuren	
Kongruenzsätze für Dreiecke	Formulierung in Worten und in Kurzfassung
Konstruktion von Dreiecken	Empfohlen werden auch Beispiele für mehrdeutige und nicht ausführbare Konstruktionen. Begründen der Eindeutigkeit der Konstruktionen mit Hilfe der Kongruenzsätze Betrachtungen zur Ausführbarkeit von Dreieckskonstruktionen unter Beachtung der Dreiecksungleichung und der Seiten-Winkel-Relation
<i>Konstruktion von Dreiecken unter Einbeziehung von Höhe, Seitenhalbierender, Winkelhalbierender</i>	
Anwendung der Kongruenzsätze für Begründungen bestimmter Eigenschaften von Figuren	→ MA, Klassenstufe 9, Lernbereich 5, Ähnlichkeit

Lernbereich 6: Geometrische Körper**10 Std.**

Mit diesem Lernbereich werden weitere wichtige Grundlagen für die Körperdarstellung und –berechnung geschaffen.

Durch den Umgang mit Modellen mathematischer Körper festigt der Schüler sein Wissen über bekannte räumliche geometrische Figuren und lernt neue kennen. Hauptziel ist dabei nicht das formale Lernen von Definitionen, sondern das sichere Unterscheiden der Körper auf der Grundlage der Kenntnis ihrer Eigenschaften. Durch das Darstellen ausgewählter Körper werden sowohl das Raumvorstellungsvermögen als auch die konstruktiven Fähigkeiten weiterentwickelt.

<p>Prismen, Kreiszylinder Pyramide, Kreiskegel Kugel</p> <p>Erkennen und Beschreiben der genannten Körper</p> <p>Lage und Gestalt von Begrenzungs- flächen, Erkennen kongruenter Flächen</p> <p><i>Anzahlbestimmung von Ecken, Kanten und Flächen</i></p> <p><i>Grundriss (Prisma und Pyramide)</i></p> <p>Schrägbilder ausgewählter Körper</p> <p>Z Skizzieren von Zylinder und Kugel</p> <p>Z Zusammengesetzte Körper</p>	<p>Wiederholung</p> <p>→ MA, Klassenstufe 5, Lernbereich 4, Quader, Würfel</p> <p>→ MA, Klassenstufe 7, Lernbereich 5, Prismen</p> <p>→ MA, Klassenstufe 8, Lernbereich 5, Kreiszylinder</p> <p>Beispiele aus der Erfahrungswelt des Schülers</p> <p>Hinweis auf Eulerschen Polyedersatz</p> <p>Gitterraster</p>
---	--

Klassenstufe 7**Lernbereich 1: Prozent- und Zinsrechnung****22 Std.**

Die Prozent- und die Zinsrechnung sind wegen ihrer großen praktischen Bedeutung ein besonderes Anliegen des Unterrichts der Klassenstufe 7. Der Schüler lernt den Potenzbegriff als Mittel zum Vergleichen von Zahlen und Größen kennen und gewinnt inhaltlich begründete Vorstellungen über Begriffe und Verfahren der Prozentrechnung. Er erkennt, welche Sachverhalte aus seinem Erfahrungsbereich mit Hilfe von Prozent- und Zinsrechnung behandelt werden können. Entsprechende Aufgaben werden auch in den folgenden Lernbereichen gelöst.

Prozent, Grundwert, Prozentsatz	
Prozentwert	Bequeme Prozentsätze
Grundaufgaben der Prozentrechnung	→ MA, Klassenstufe 6, Lernbereich 3, Dreisatz
	Auch unter Nutzung des Taschenrechners
Graphische Darstellung	Streifen- und Kreisdiagramm Auswerten von Diagrammen
Erhöhung und Verminderung des Grundwertes	
Promille	Möglichkeit anderer Vergleichszahlen
Grundaufgaben der Zinsrechnung (Jahreszinsen)	Berechnen von Jahreszinsen, Kapital (Guthaben) und Zinssatz
Berechnen von Monats- und Tageszinsen	
Z Berechnen der Zeit	Zwischenschritt: Berechnen der Jahreszinsen
Z Einfache Zinseszinsrechnung	Kapitalwachstum

Lernbereich 2: Rationale Zahlen**24 Std.**

Dem Schüler wird die Notwendigkeit einer erneuten Zahlenbereichserweiterung bewusst. Er beherrscht die Rechenregeln und die Grundrechenarten im Zahlenbereich der rationalen Zahlen (auch ohne Taschenrechner) sicher. Durch Herausstellen und Vergleichen verschiedener Eigenschaften wird der systematische Aufbau der Zahlenbereiche verdeutlicht. Damit werden auch Grundlagen für das Arbeiten mit Variablen in Klassenstufe 8 gelegt.

<p>Begriff der rationalen Zahlen</p> <p>Einführen des Bereichs der rationalen Zahlen Zahlengerade</p> <p>Positive und negative Zahlen Zahlenbereich der ganzen Zahlen</p> <p>Erweitern des Koordinatensystems auf vier Quadranten</p> <p>Ordnen rationaler Zahlen</p> <p>Zueinander entgegengesetzte Zahlen, absoluter Betrag</p> <p>Vergleichen und Ordnen rationaler Zahlen</p> <p>Rechnen mit rationalen Zahlen</p> <p>Die vier Grundrechenarten</p> <p>Uneingeschränkte Ausführbarkeit der Subtraktion</p> <p>Verbindung mehrerer Grundrechenarten Rechengesetze</p>	<p>Es kann auch erst der Bereich der ganzen Zahlen eingeführt werden.</p> <p>Einzeichnen von Punkten, Ablesen von Koordinaten, Spiegelung an den Achsen</p> <p>Wiederholen der Dichtheit der gebrochenen Zahlen</p> <p>→ MA, Klassenstufe 6, Lernbereich 2</p> <p>Additionsrechenstab</p> <p>„Differenz als Summe“</p> <p>Bewusstmachen, dass nun alle Grundrechenarten uneingeschränkt ausführbar sind.</p> <p>Termstrukturen, Rechenbäume, Rechenablaufpläne für Taschenrechner, Vorrangautomatik eines Taschenrechners</p>
---	---

<p>Quadrieren und Betrachtungen zur Umkehrung des Quadrierens (Quadratwurzelziehen)</p>	<p>Gedacht ist an inhaltliche Überlegungen zu $x^2 = a$ mit Quadratzahl a.</p> <p>→ MA, Klassenstufe 8, Lernbereich 3, Satz des Pythagoras</p>
<p>Z Ausblick auf irrationale Zahlen</p> <p>Potenzieren</p>	<p>Wiederholen der Potenzschreibweise</p> <p>→ MA, Klassenstufe 5, Lernbereich 1</p>
<p>Erweitern des Potenzbegriffes auf ganzzahlige Exponenten</p> <p>Wissenschaftliche Notationen von rationalen Zahlen bei Taschenrechneranzeigen</p> <p>Rechnen mit abgetrennten Zehnerpotenzen und Vorsätzen</p> <p>Darstellen der Zahlenbereiche im Mengendiagramm</p> <p>Teilmenge, Schnittmenge, Vereinigungsmenge</p> <p>Z Differenzmenge</p> <p>Z Grundaufgaben der Fehlerrechnung</p>	

Lernbereich 3: Gleichungen und Ungleichungen mit einer Variablen

24 Std.

Der Schüler kann bereits einfache Gleichungen durch inhaltliche Überlegungen lösen. Die jeweiligen Einzelbetrachtungen werden nun durch eine Reihe immer wieder zu verwendender Regeln ersetzt. Mit diesen Umformungsregeln für Gleichungen werden Mittel zur Bewältigung auch komplizierter Aufgaben bereit gestellt. Der Schüler lernt, Gleichungen mit Hilfe dieser Regeln zu lösen. Er erkennt, dass er die Umformungsregeln in modifizierter Form auch beim Lösen von Ungleichungen anwenden kann. Das Durchführen der Probe und das Angeben der Lösungsmenge gehören zum exakten Arbeiten mit Gleichungen. Verbindungen zum Lernbereich 2 werden dem Schüler bewusst.

Term, Gleichung, Ungleichung, Aussage, Aussageform, Variablengrundbereich, Lösung, Lösungsmenge Äquivalente Gleichungen Umformungsregeln für Gleichungen Umformungsregeln für Ungleichungen Darstellen der Lösungsmenge von Ungleichungen auf der Zahlengeraden Gleichungen und Ungleichungen mit Klammern Bruchgleichungen, die auf lineare Gleichungen führen Z Betragsgleichungen Z Gleichungen mit Parametern Z Gleichungen vom Typ $T_1 \cdot T_2 = 0$ Anwendungsaufgaben	Gedacht ist auch an das Lösen von Verhältnissgleichungen Zweckmäßigkeit der Probe Probe für Zahlenbeispiele Gedacht ist auch an die Form $x \leq a$ bzw. $x \geq a$. Distributivgesetz → PH, Klassenstufe 6, Lernbereich 2, Bewegungen
--	--

Lernbereich 4: Dreiecke, Vierecke und weitere Vielecke 14 Std.

Die Behandlung ebener Figuren wird fortgesetzt. Durch die Untersuchung spezieller Figuren auf ihre Eigenschaften werden die geometrischen Grundvorstellungen erweitert und vertieft. Der Schüler erlangt Sicherheit sowohl im Erkennen und Unterscheiden als auch im Konstruieren der Figuren. Das Verständnis für Beweise wird weiterentwickelt, und Fähigkeiten im Beweisen werden angebahnt.

Dreieck, Umfang und Flächeninhalt	Wiederholen von Eigenschaften und Konstruktionen → MA, Klassenstufe 6, Lernbereich 5 Beweis der Flächeninhaltsformel
-----------------------------------	--

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> Bei den Vierecksarten ist auf Definition, Eigenschaften, Konstruktion, Berechnung und Beweis oder Herleitung der Flächeninhaltsformel Wert zu legen. Anhand eines der Vierecke ist auch der Begriff „Diagonale“ zu erarbeiten. </div>	
Parallelogramm Rhombus	Hinweis auf Rhombuskonstruktion durch Halbieren einer Strecke und Errichten einer Senkrechten → MA, Klassenstufe 6, Lernbereich 5, Grundkonstruktionen
Trapez Drachenviereck	
Systematisierung der Vierecksarten Einfache Beweise von Eigenschaften der Vierecke	Mengendiagramm Gedacht ist auch an Sätze über Diagonalen und über Innenwinkel.
Weitere Vielecke <i>Flächeninhalt von Vielecken</i>	Regelmäßige Vielecke, Anzahl der Diagonalen, Innenwinkelsumme, Konstruktion von Sechseck und Achteck, zusammengesetzte Vielecke

Lernbereich 5: Prismen**12 Std.**

Nach der Behandlung der Vielecke lernt der Schüler nun Prismen kennen. Während er in Klassenstufe 6 Begriff und Eigenschaften geometrischer Körper erfasste, nimmt er nun Berechnungen für eine spezielle Körperart vor. Der Schüler erfasst die Formeln für Volumen und Oberflächen von Prismen und kann sie anwenden. Durch die genaue Körperdarstellung als Schrägbild und Zweitafelbild wird das Raumvorstellungsvermögen weiter ausgeprägt.

Prismen und ihre Eigenschaften	Wiederholung → MA, Klassenstufe 6, Lernbereich 6
--------------------------------	---

Darstellung durch Schrägbild und Zweitafelbild	<p>Wiederholen des Schrägbildes im Gitterraster</p> <p>Gedacht ist neben dem Skizzieren an das exakte Zeichnen und Kennen lernen der Eigenschaften von Schrägbild und Zweitafelbild.</p> <p>→ PH, Klassenstufe 6, Lernbereich 1, Strahlenoptik</p>
Berechnen von Oberflächeninhalt und Volumen	<p>Für das Gewinnen der Formeln genügen Plausibilitätsbetrachtungen mit Hilfe von selbstgefalteten Körpern und Schrägbildskizzen</p> <p>→ MA, Klassenstufe 5, Lernbereich 6, Oberflächeninhalt und Volumen von Quadern</p>
<p>Schiefe Prismen</p> <p>Berechnungen an Körpern, die aus Prismen zusammengesetzt sind</p> <p>Z Schrägbild und Zweitafelbild weiterer Körper</p>	

Lernbereich 6: Elemente der Stochastik**16 Std.**

Nach der propädeutischen Vermittlung setzt nun die Einführung von Elementen der Stochastik in zusammenhängenden Unterrichtsabschnitten ein. In diesem Lernbereich setzt sich der Schüler zielstrebig mit Zufallsexperimenten auseinander und vollzieht die drei wesentlichen Schritte der Modellbildung Ergebnismenge – Ereignis – Wahrscheinlichkeit nach. Dabei erfolgt die Einführung der Wahrscheinlichkeit über stabilwerdende relative Häufigkeit.

Durchführen und Auswerten von Zufallsexperimenten	<p>Gedacht ist an kleine statistische Erhebungen, Befragungen und reale Experimente.</p> <p>Neben symmetrischen Zufallsgeräten (Würfel, Münze) sollen auch asymmetrische (Reißzwecke, Kronenkorken) verwendet werden.</p> <p>Voraussagen zu Eintrittshäufigkeiten können das Beobachten und Festhalten der Versuchsergebnisse motivieren.</p>
Ergebnis und Ergebnismenge eines Zufallsexperiments	Erkenntnis, dass zu einem Zufallsexperiment die Angabe der Ergebnismenge gehört.
Absolute und relative Häufigkeit	Als Motivierung kann der Vergleich von Eintrittschancen dienen.
Ereignis	Als Zusammenfassung von Ergebnissen
Ermitteln der relativen Häufigkeit von Ereignissen in Zufallsexperimenten	Durchführen bzw. Mitteilen von Versuchsreihen, bei denen ein Stabilwerden der relativen Häufigkeit erkennbar ist.
Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses	Gewinnung des Begriffs über stabilwerdende relative Häufigkeiten
Laplace-Versuche	<p>P. S. LAPLACE (1749 – 1827)</p> <p>Berechnen von Wahrscheinlichkeiten unter der Annahme der Gleichwahrscheinlichkeit der Versuchsergebnisse; Häufigkeitsinterpretation</p>
Prozentuale Häufigkeit	

Klassenstufe 8**Lernbereich 1: Arbeiten mit Variablen****24 Std.**

Nach der Einführung des Rechnens mit rationalen Zahlen und der Umformungen von Gleichungen in Klassenstufe 7 wird der Aufbau der Algebra fortgesetzt. Der Schüler kann Regeln für das Umformen von Termen mit Variablen sicher anwenden. Dem Schüler wird die Bedeutung der Variablen für das Formulieren mathematischer Eigenschaften und Zusammenhänge und für das Beweisen von Aussagen bewusst gemacht. Dieser Lernbereich hat für viele mathematische Aufgabenstellungen eine Schlüsselfunktion.

Variable, Term, Aussage Aussageform	Wiederholung → MA, Klassenstufe 7, Lernbereich 3
Beschreiben mathematischer Sachverhalte mit Variablen	F. VIETA (1540 – 1603) R. DESCARTES (1596 – 1650) Gedacht ist auch an die Verwendung von Quantifikatoren („Für alle...“, „Es gibt ein...“). Wiederholung → MA, Klassenstufe 7, Lernbereich 2, Rechengesetze Formeln zur Berechnung von geo- metrischen und physikalischen Größen
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> Beim Arbeiten mit Variablen spielt das Erkennen der Struktur des vor- liegenden Terms eine bedeutende Rolle. </div>	
Termstruktur Termwertberechnung	Wiederholen der Verbindung mehrerer Grundrechenarten → MA, Klassenstufe 7, Lernbereich 2
Termumformungen	

Addieren und Subtrahieren von Termen	Auch Terme mit Klammern
Multiplizieren und Dividieren von Termen	Beachten des Variablengrundbereichs
Ausklammern	
Binomische Formeln	Geometrische Veranschaulichung
<i>Arithmetische Beweise</i>	Gedacht ist vor allem an Beweise zu Teilbarkeitsaussagen.

Lernbereich 2: Lineare Gleichungen und lineare Funktionen 28 Std.

Neben der Festigung des Lösens von linearen Gleichungen bildet die Einführung des Funktionsbegriffs einen Schwerpunkt des Lernbereichs. Der Schüler erkennt funktionale Zusammenhänge besser, lernt sie algebraisch zu beschreiben und graphisch darzustellen. Die Behandlung linearer Funktionen bildet eine wichtige Voraussetzung für das Kennenlernen weiterer Funktionsklassen. Der Schüler lernt, wie man gewisse Sachverhalte im naturwissenschaftlichen und technischen Bereich mit linearen Funktionen beschreiben kann. Er kennt und verwendet den Zusammenhang zwischen Nullstelle der linearen Funktion und Lösung der entsprechenden Gleichung.

Lineare Gleichungen und Ungleichungen	Wiederholung → MA, Klassenstufe 7, Lernbereich 3, Umformungsregeln → MA, Klassenstufe 8, Lernbereich 1, Termumformungen
Funktion Definitions- und Wertebereich Argument und Funktionswert Wertetabelle Graph	Auch Interpretieren von Wertetabellen
Die Funktion mit der Gleichung $y = mx$	Wiederholen der Proportionalität → MA, Klassenstufe 6, Lernbereich 3
Anstieg m Ermitteln des Anstiegs	Gedacht ist an das Erarbeiten des Differenzenquotienten.

Die lineare Funktion mit der Gleichung $y = mx + n$	Einfluss von m und n auf den Graphen der Funktion Zeichnen des Graphen ohne Wertetabelle Aufstellen der Funktionsgleichung aus dem Graphen
Monotonie Nullstelle Berechnen von Nullstellen	
Konstante Funktion	
Lagebeziehung zweier Geraden Ablesen des Schnittpunktes der Graphen zweier linearer Funktionen	Auf den Begriff „Gleichungssystem“ und auf Gleichungssysteme mit variablen Koeffizienten soll verzichtet werden.
Z Berechnen des Schnittpunktes	
Z Betragsfunktionen	$y = x + n$, $y = x + c $

Lernbereich 3: Satzgruppe des Pythagoras**14 Std.**

Der Schüler lernt die Bedeutung der Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck kennen. Durch Interpretation als Aussagen über Streckenlängen werden erstmals Stücke in einem Dreieck nicht nur zeichnerisch, sondern auch rechnerisch ermittelt. Der Schüler kann vor allem den Satz des Pythagoras auf rechnerisch zu lösende Problemstellungen aus verschiedenen praktischen Bereichen anwenden. Dieser Satz sollte bei jeder sich bietenden Möglichkeit in den folgenden Lernbereichen genutzt werden.

Kathete, Hypotenuse, Hypotenusenabschnitt Kathetensatz	Verwendung von Flächenverwandlungen als Einstieg → MA, Klassenstufe 7, Lernbereich 2, Ausblick auf irrationale Zahlen
Z Beweis des Kathetensatzes	EUKLID (um 365 – 300 v. u. Z.) Gleichheit der Flächeninhalte verdeutlichen

Satz des Pythagoras Beweis des Satzes Umkehrung des Satzes Beweis der Umkehrung	PYTHAGORAS (um 580 – 496 v. u. Z.) → MA, Klassenstufe 9, Lernbereich 1, Indirekter Beweis
Z Pythagoräische Zahlentripel Höhensatz Z Beweis des Höhensatzes <i>Konstruktionen</i>	Flächenverwandlungen Konstruieren von Strecken der Länge \sqrt{a} („Wurzelschnecke“)
Anwendungsaufgaben	Gedacht ist an ebene Figuren (z. B. gleichseitiges Dreieck) und Körper (z. B. Pyramide).

Lernbereich 4: Der Kreis**18 Std.**

Die Beschäftigung mit ebenen Figuren wird nach der Behandlung der Dreiecke und Vielecke zum vorläufigen Abschluss gebracht. Der Schüler lernt wichtige Lehrsätze über Winkel am Kreis kennen. Bei Kreisberechnungen werden die Fertigkeiten der Schüler im Umgang mit Formeln weiterentwickelt.

Lagebeziehungen von Kreis und Geraden Radius, Durchmesser, Sehne, Tangente In- und Umkreis von Dreiecken	Wiederholung → MA, Klassenstufe 6, Lernbereich 5
Winkel am Kreis <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> Einige der Sätze über Winkel am Kreis sollen bewiesen werden. Empfohlen werden auch Beweise mit Hilfe dieser Sätze. </div> <i>Satz über gegenüberliegende Winkel im Sehnenviereck</i>	

Peripheriewinkelsatz Satz des Thales Zentriwinkel-Peripheriewinkel-Satz Umkehrung zum Satz des Thales <i>Konstruktionen zu den Sätzen</i> <i>Tangentenkonstruktion</i> Z Innere und äußere Tangente Kreisumfang Zahl π Kreisflächeninhalt Kreisbogen, Kreissektor	THALES von Milet (um 625 – 545 v. u. Z.) Erarbeiten der Formel für den Kreis- umfang auf empirischem Weg Nutzen des Taschenrechners; ge- dacht ist auch an den Einsatz eines programmierbaren Taschenrechners ARCHIMEDES (285 – 212 v. u. Z.) F. LINDEMANN (1852 – 1939) Hinweis auf die Unmöglichkeit der Quadratur des Kreises
Z Kreisring	

Lernbereich 5: Der Kreiszylinder**12 Std.**

Analog zur Stoffabfolge in der Klassenstufe 7 (Vielecke – Prismen) lernt der Schüler nach der Behandlung des Kreises den Kreiszylinder kennen. Das Raumvorstellungsvermögen des Schülers wird gefördert. Der Schüler soll die Formeln für Volumen und Oberflächeninhalt von Kreiszylindern erfassen und anwenden können.

Gerader Kreiszylinder	Beschreiben des Kreiszylinders, Vergleichen mit dem Prisma Skizzieren des Schrägbildes
Berechnen von Volumen und Oberflächeninhalt des Zylinders	Gewinnen der Formeln durch Plausibilitätsbetrachtungen Wiederholen der Formeln für Volumen und Oberflächeninhalt von Prismen → MA, Klassenstufe 7, Lernbereich 5

Netz eines Zylinders	
Z Ellipse und ihre Konstruktion	
Z Hohlzylinder	
Z Achsenschnitte	

Lernbereich 6: Zufällige Ereignisse und deren Wahrscheinlichkeit 16 Std.

Bisher blieb das Ermitteln von Wahrscheinlichkeiten auf sehr einfache Zufallsversuche beschränkt. Jetzt erwirbt der Schüler Kenntnisse und Fähigkeiten zum Lösen differenzierterer Aufgaben. Er nutzt Baumdiagramme sowie Zählverfahren zur leichteren kombinatorischen Anzahlbestimmung von Ergebnissen mehrstufiger Zufallsexperimente. Die Pfadregeln werden eingeführt und dienen als besonders wichtige Hilfe für das Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten. Durch Simulieren von Zufallsversuchen kann der Schüler Aufgaben lösen, zu denen er sonst keinen Zugang hätte.

<p>Mehrstufige Zufallsversuche, Baumdiagramme</p> <p><i>Abhängigkeit und Unabhängigkeit</i></p> <p>Zählterme für Anzahlen von n-tupeln und k-elementigen Teilmengen</p> <p>Simulation von Zufallsversuchen</p> <p><i>Simulation unter Nutzung von Zufallszahlen (Monte-Carlo-Methode)</i></p> <p>Pfadregeln für mehrstufige Zufallsversuche</p> <p>Anwenden der Pfadregeln zum Ermitteln von Wahrscheinlichkeiten, Interpretieren der Ergebnisse</p> <p>Sicheres Ereignis, unmögliches Ereignis, Gegenereignis</p>	<p>Verdeutlichen und Begründen am Baumdiagramm bzw. Kästchenmodell</p> <p>Mit und ohne Computer</p> <p>Inhaltliches Erschließen mit Hilfe der Häufigkeitsinterpretation der Wahrscheinlichkeit</p> <p>Vergleich mit über Simulation gewonnenen Schätzwerten</p>
--	---

Klassenstufe 9

Lernbereich 1: Reelle Zahlen

14 Std.

Die Aufgabenstellung, Quadratwurzeln aus nichtnegativen rationalen Zahlen zu berechnen, führt den Schüler zu der Erkenntnis, dass im Bereich der rationalen Zahlen nicht alle Rechenoperationen uneingeschränkt ausführbar sind und sich deshalb die Notwendigkeit der Erweiterung des Bereichs der rationalen Zahlen zum Bereich der reellen Zahlen ergibt. Bei der Einführung der reellen Zahlen werden der Umgang mit Definitionen und das Beweisen wesentlicher Aussagen gefestigt. Dem Schüler wird bewusst, dass es beim praktischen Rechnen häufig genügt, mit rationalen Näherungswerten zu arbeiten. Der Bereich der reellen Zahlen wird nun im Allgemeinen als Variablengrundbereich bei Termumformungen zugrunde gelegt.

Berechnen der Quadratwurzeln als Umkehrung des Quadrierens	Wiederholung → MA, Klassenstufe 7, Lernbereich 2
Nachweis, dass die Gleichung $x^2 = 2$ keine rationale Lösung hat.	Verfahren des indirekten Beweises
<i>Darstellen von $\sqrt{2}$ mit Hilfe einer Intervallschachtelung</i>	
Z Heron-Verfahren	F. DEDEKIND (1831 – 1916) HERON von Alexandria (um 100 v. u. Z.)
Irrationale Zahl, reelle Zahl	
Menge der reellen Zahlen	
Übertragen der Rechengesetze vom Bereich der rationalen Zahlen auf den Bereich der reellen Zahlen	Es genügen Plausibilitätsbetrachtungen. Hinweisen auf Rechnen mit Näherungswerten
<i>Umformen von Termen</i>	
Binomische Formeln	Wiederholung → MA, Klassenstufe 8, Lernbereich 1
<i>Quadratische Ergänzung</i>	

Z Binomischer Satz, Pascalsches Dreieck	B. PASCAL (1623 – 1662)
Z Binomialkoeffizient	
Arithmetische Beweise	Gedacht ist an Beweise zu Teilbarkeitsaussagen.

Lernbereich 2: Lineare Gleichungssysteme**14 Std.**

Basierend auf seinem Wissen über lineare Funktionen, lernt der Schüler lineare Gleichungssysteme kennen und lösen. Er beherrscht sicher Lösungsverfahren, kann die Lösungen geometrisch interpretieren und beurteilen. Die Kenntnisse über lineare Gleichungssysteme und ihre Lösungsverfahren dienen dem Schüler als Mittel zur Bewältigung vielfältiger inner- und außermathematischer Aufgabenstellungen. Er wird in die Lage versetzt, konkrete Sachverhalte zu mathematisieren und aus verschiedenen Lösungsmöglichkeiten die günstigste zu wählen. Dabei ist Wert auf eine verständliche und sachlich richtige Darstellung des Lösungsweges zu legen.

Lösungsmengen linearer Gleichungen mit zwei Variablen	Wiederholung → MA, Klassenstufe 8, Lernbereich 2
Lineares Gleichungssystem, Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems	Vorrang soll die graphische Darstellung haben. Möglich ist die Beschränkung auf zwei Gleichungen mit zwei Variablen.
Graphisches Lösen eines linearen Gleichungssystems mit zwei Variablen	
Rechnerisches Lösen von linearen Gleichungssystemen mit zwei Variablen (ein Verfahren genügt):	
- Einsetzungsverfahren	
- Gleichsetzungsverfahren	
- Additionsverfahren	→ MA, Leistungskurs 12/I, Lernbereich 2, Gaußscher Algorithmus

Betrachtungen zur Lösbarkeit eines linearen Gleichungssystems	Es genügen Aussagen über die Parameter m und n linearer Funktionen.
Sachaufgaben	Empfohlen werden neben unterschiedlichen Aufgaben aus praxisnahen Bereichen. Problemstellungen aus PH und CH, z. B. Bewegungs- und Mischungsaufgaben.
Z Ungleichungssysteme mit zwei Variablen	
Z Lineare Gleichungssysteme mit mehr als zwei Variablen	

Lernbereich 3: Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen	24 Std.
--	----------------

Der Schüler lernt eine neue Klasse von Funktionen kennen; er erweitert seine Kenntnisse über Funktionseigenschaften und seine Fähigkeiten im graphischen Darstellen von Funktionen. Im Zusammenhang mit der Ermittlung von Nullstellen quadratischer Funktionen wird er mit quadratischen Gleichungen und Verfahren zur Ermittlung ihrer Lösungen bekannt gemacht. Der Schüler erkennt quadratische Gleichungen als solche und beherrscht mindestens ein Lösungsverfahren sicher. Er erfährt, dass sich eine Vielzahl von Aufgabenstellungen mit Hilfe der neuen Funktionen und Gleichungen darstellen und beschreiben lässt.

Die quadratische Funktion mit der Gleichung $y = ax^2 + bx + c$	Empfohlen wird die Einführung quadratischer Funktionen anhand von Sachverhalten, z. B. der gleichmäßig beschleunigten Bewegung.
<p><i>Untersuchen von:</i></p> $y = x^2$ $y = x^2 + e$ $y = (x + d)^2 + e$ $y = x^2 + px + q$ <p>Parabel, Parabelast, Normalparabel, Scheitelpunkt</p>	Wertetabelle und graphische Darstellung; Einfluss der Parameter auf den Graphen der Funktion

Symmetrie, Monotonie Wertebereich	Zu berücksichtigen sind auch Aufgaben zur Berechnung des kleinsten und des größten Funktionswertes in einem abgeschlossenen Intervall. → MA, Grund- bzw. Leistungskurs 11/I, Lernbereich 2, Extremwertaufgaben
Nullstellen quadratischer Funktionen	Gedacht ist an die Ermittlung von Nullstellen aus der graphischen Darstellung.
Quadratische Gleichung, Normalform einer quadratischen Gleichung	Herauszustellen ist der Zusammenhang zwischen Nullstellen einer quadratischen Funktion und Lösungen der entsprechenden quadratischen Gleichung.
Herleiten und Anwenden von Lösungsverfahren, zu beachten:	
- Lösbarkeitsbedingungen	
- Diskriminante	
<i>Satz von Vieta</i>	F. VIETA (1540 – 1603)
<i>Biquadratische Gleichungen</i>	
Einfache Wurzelgleichungen, Probe	Hinzuweisen ist auf die mathematische Notwendigkeit von Proben beim Lösen von Wurzelgleichungen.
Sachaufgaben	Empfohlen werden Aufgabenstellungen aus Geometrie und Physik.
Z Quadratische Gleichungen mit Parametern	
Z Einführen eines iterativen Verfahrens zum Lösen quadratischer Gleichungen	Berechnung mit dem Computer vorteilhaft

Lernbereich 4: Potenzen, Wurzeln, Logarithmen**14 Std.**

Die Schüler erkennen den Zusammenhang zwischen der Verallgemeinerung des Potenzbegriffes und der Erweiterung des Gültigkeitsbereiches der Potenzgesetze. Dabei lernen sie mit dem Permanenzprinzip ein für die Mathematik bedeutsames heuristisches Prinzip kennen. Die Behandlung von Wurzeln und Logarithmen unter dem Aspekt des Umkehrens einer Rechenoperation dient der Systematisierung und Erweiterung des Wissens der Schüler über Rechenoperationen verschiedener Stufen. Die Schüler kennen die Potenz- und Logarithmengesetze, sie können mit Potenzen, Quadrat- und Kubikwurzeln sowie Logarithmen rechnen.

<p>Potenzen</p> <p>Potenzen mit ganzzahligen Exponenten</p> <p>Erweitern des Potenzbegriffs auf rationale Exponenten</p> <p>Permanenzprinzip</p> <p>Z Erweitern des Potenzbegriffs auf reelle Exponenten</p> <p>Potenzgesetze:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Potenzgesetze für Potenzen mit natürlichen Exponenten - Übertragen der Potenzgesetze auf Potenzen mit ganzzahligen und rationalen Exponenten <p>Wurzeln</p> <p>Radizieren als Umkehrung des Potenzierens</p> <p>Zusammenhang zwischen Wurzel- und Potenzschreibweise für $\sqrt[n]{a}$ und $\sqrt[n]{a^m}$</p> <p>Wurzelgesetze als Spezialfall der Potenzgesetze</p>	<p>→ MA, Klassenstufe 7, Lernbereich 2</p> <p>Einsatz der Potenztaste des Taschenrechners</p> <p>Empfohlen wird eine Zusammenstellung der Rechengesetze für Potenzen mit natürlichen, ganzzahligen und rationalen Exponenten unter Beachtung der Variablengrundbereiche.</p> <p>Mögliche Gedankenführung (unter Beachtung der Variablengrundbereiche):</p> <p>Bei $a^b = c$ führt die Berechnung der Basis zum Radizieren.</p>
---	---

Logarithmen	
Logarithmieren als Umkehrung des Potenzierens	Empfohlen wird eine analoge Gedankenführung wie beim Radizieren.
Dekadische Logarithmen	Empfohlen werden historische Betrachtungen.
<i>Logarithmen zur Basis 2</i>	
Logarithmengesetze	

Lernbereich 5: Ähnlichkeit**16 Std.**

Die praktischen Erfahrungen des Schülers über vergrößerte bzw. verkleinerte Darstellungen von Gegenständen werden genutzt, um ihn an den mathematischen Begriff der Ähnlichkeit heranzuführen. Er eignet sich den Inhalt der Strahlensätze an und erwirbt Fähigkeiten zu ihrer Anwendung. Der Schüler lernt, Aussagen über die Ähnlichkeit von Figuren zu beweisen, Konstruktionsaufgaben zu lösen und Berechnungen vorzunehmen.

Maßstab, Streckenverhältnis	Es genügen wenige Beispiele zur begrifflichen Erfassung von Maßstab und Streckenverhältnis.
Der erste Strahlensatz und seine Umkehrung	Plausibilitätsbetrachtungen
Der zweite Strahlensatz	
Konstruktive und rechnerische Anwendung der Strahlensätze	Teilung einer Strecke, Anwendungen beim Pantografen, dem Proportionalzirkel und dem Jakobsstab
Goldener Schnitt	Auftreten in Malerei und Architektur (z. B. Altes Rathaus in Leipzig) Konstruktion des regelmäßigen Fünf- und Zehnecks
Ähnlichkeit, Ähnlichkeit von Figuren	
Zueinander ähnliche Dreiecke	
Ähnlichkeitssätze für Dreiecke	Bedeutung des Hauptähnlichkeitssatzes
Beweise und Konstruktionen mit Hilfe der Ähnlichkeit	Gedacht ist auch an Beweise mit Hilfe der Kongruenzsätze.

Zentrische Streckung (Z, k),
Streckungszentrum Z ,
Streckungsfaktor k

Z Herleiten der Beziehungen
 zwischen Flächeninhalten und
 zwischen Volumina ähnlicher
 ebener Figuren

Lernbereich 6: Berechnung und Darstellung von Körpern

16 Std.

Spätestens seit Klassenstufe 6 besitzt der Schüler Vorstellungen über die Körper Pyramide, Kegel und Kugel. Er lernt jetzt, Volumen- und Oberflächeninhaltsberechnungen vorzunehmen und Projektionen der genannten Körper zu zeichnen. Damit wiederholt, erweitert und systematisiert er seine Kenntnisse. Sein Raumvorstellungsvermögen wird weiterentwickelt. Zur Lösung praxisbezogener Aufgaben wendet der Schüler mathematische Kenntnisse über funktionale Zusammenhänge an. Auf sachgerechten Einsatz von Formelsammlung und Taschenrechner sowie auf saubere und exakte Anfertigung von Zeichnungen wird geachtet.

Berechnen von Volumen, Oberflächen- und Mantelflächeninhalt von Pyramide und Kreiskegel

Berechnen von Oberflächeninhalt und Volumen der Kugel

Z Herleiten der Volumenformel für die Kugel mit Hilfe des Satzes von Cavalieri

Berechnen an zusammengesetzten Körpern

Darstellen von Pyramiden, Kreiskegeln und zusammengesetzten Körpern im Zweitafel- und im Schrägbild

Z Reguläre Polyeder

Z Berechnungen am Tetraeder

Gedacht ist an die Begründung der Formel $V = \frac{1}{3} A_G h$ durch Einsatz von Modellen oder Ausmessen.

Bei der Vorgabe der Kugelvolumenformel könnte auf einen Grenzprozess hingewiesen werden.

B. CAVALIERI (1598 – 1647)

Lernbereich 7: Beschreibende Statistik, Zufallsgrößen und ihre Verteilungen
14 Std.

Aufbauend auf den bis hierher gesammelten Kenntnissen über das Erfassen und Auswerten von Daten, erfolgt jetzt eine thematische Behandlung der Beschreibenden Statistik sowie eine Weiterführung der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Der Schüler übt sich im Lesen und im übersichtlichen Darstellen statistischer Daten, er lernt Kenngrößen kennen und handhaben, die für eine knappe Beschreibung von Zahlenpopulationen wichtig sind.

(Diskrete) Zufallsgrößen, ihre Verteilung und deren Erwartungswert werden eingeführt. Der Schüler kann in elementaren Fällen die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße ermitteln und ihren Erwartungswert berechnen sowie diese Kenntnisse zur Analyse einfacher statistischer Situationen heranziehen.

Lesen und Darstellen statistischer Daten	Nutzen von Häufigkeitstabellen, Streifen- und Kreisdiagrammen sowie Histogrammen (Schulbücher, Medien, Statistiken)
Kenngrößen von Häufigkeitsverteilungen:	Wiederholung
<ul style="list-style-type: none"> - Mittelwert - Zentralwert - Häufigster Wert - Spannweite - <i>Mittlere Abweichung</i> - Standardabweichung 	→ MA, Klassenstufe 7, Lernbereich 6, prozentuale Häufigkeit
Zufallsgröße	
Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße	
Anwenden der Pfadregeln	Möglichkeit der Abhängigkeit von Teilversuchen bewusst machen
Erwartungswert und dessen Nutzen	Statistische Deutung
	Beurteilen von Spielen und von wirtschaftlichen Situationen

Klassenstufe 10**Lernbereich 1: Mathematische Beweise****12 Std.**

Die Schüler finden bei der Analyse direkter und indirekter Beweise aus unterschiedlichen Bereichen der Mathematik durch formale Analogien und durch logische Abstraktion Gemeinsamkeiten in der Gedankenführung. Auf dieser Grundlage bilden sie beim Beweisen ihre kognitiven und sprachlichen Fähigkeiten weiter aus.

Mit dem Verfahren der vollständigen Induktion erhalten die Schüler Einblick in eine weitere Methode der Beweisführung. Es wird nicht angestrebt, dass sie dieses Beweisverfahren selbständig anwenden können.

Die Schüler erfahren Mathematik als einen Teil der menschlichen Kultur.

Direkter Beweis

Beispiele für direkte Beweise

- MA, Klassenstufe 6, Lernbereich 5
- MA, Klassenstufe 7, Lernbereich 4
- MA, Klassenstufe 8, Lernbereiche 1, 3, 4
- MA, Klassenstufe 9, Lernbereiche 1, 5

Gedacht ist an Sachverhalte aus Algebra (z. B. zahlentheoretische Probleme) und Geometrie (z. B. Anzahl der Platonischen Körper).

Grundgedanke des Beweisverfahrens

Verdeutlichung in Anlehnung an die Abtrennungsregel (modus ponens) und den Kettenschluss

Indirekter Beweis	
Beispiele für indirekte Beweise	<p>→ MA, Klassenstufe 8, Lernbereich 3</p> <p>→ MA, Klassenstufe 9, Lernbereich 1</p> <p>Gedacht ist an Sachverhalte aus Algebra (z. B. Mächtigkeit der Menge der Primzahlen) und Geometrie (z. B. Umkehrung des Stufenwinkelsatzes).</p>
Grundgedanke des Beweisverfahrens	Verdeutlichung in Anlehnung an die doppelte Verneinung
Beweisverfahren der vollständigen Induktion	
Einblick in das Beweisverfahren	Veranschaulichung durch Plausibilitätsbetrachtungen
Exemplarische Anwendung	<p>Gedacht ist an Sachverhalte aus Analysis (z. B. Partialsummen), Geometrie (z. B. Sätze über n-Ecke) oder Stochastik (z. B. Zählterme).</p>

Lernbereich 2: Potenzfunktionen**12 Std.**

Mit der Einführung der Klasse der Potenzfunktionen wird die systematische Behandlung von Funktionen fortgesetzt. An ausgewählten Beispielen kann der Schüler selbstständig Eigenschaften der Potenzfunktionen erkennen und sie nach Gemeinsamkeiten und Unterschieden klassifizieren. Die graphische Darstellung der bei Anwendungen häufig vorkommenden Potenzfunktionen soll der Schüler sicher beherrschen, und er soll umgekehrt in der Lage sein, zu gegebenen Graphen in Betracht kommende Funktionsterme anzugeben.

Funktionen mit der Gleichung $y = x^n$ mit ganzzahligen und gebrochenen Exponenten	
Eigenschaften von Potenzfunktionen	<p>Maximal möglicher Definitionsbereich, Wertebereich, Untersuchung auf Symmetrie und Monotonie, Abhängigkeit der gewonnenen Aussagen vom Exponenten</p>

Hyperbel, Asymptote	Auf den Gebrauch der Bezeichnungen Parabel und Hyperbel im eigentlichen und im erweiterten Sinn kann hingewiesen werden.
Einfluss des Parameters k auf Funktionen mit der Gleichung $y = k \cdot x^n$	Empfehlenswert ist eine Verallgemeinerung bezüglich des Einflusses von k bei $g(x) = k \cdot f(x)$.

Lernbereich 3: Exponential- und Logarithmusfunktionen 14 Std.

Mit der Klasse der Exponential- und Logarithmusfunktionen erweitert der Schüler sein Wissen über Funktionen. Er erfährt, dass diese Funktionsklasse für viele inner- und außermathematische Fragestellungen von großer Bedeutung ist. Mit solchen ihm zur Verfügung stehenden Mitteln wie Wertetabellen und graphischen Darstellungen kann er die Eigenschaften der genannten Funktionen erkennen und nach Bedarf rekonstruieren. Der Schüler soll in der Lage sein, notwendige Termumformungen vorzunehmen und entsprechende Gleichungen zu lösen.

Funktionen mit der Gleichung $y = a^x$ und ihre Eigenschaften	Empfohlen werden die Basen $a = 2$, $a = 10$, $a = \frac{1}{2}$, $a = \frac{1}{10}$. Denkbar ist auch die Darstellung der Graphen mittels Computer.
Bedeutung von Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstumsprozessen	Beispiele wären u. a. Vermehrung von Bakterienkulturen oder Algen, Verzinsung von Spareinlagen (Zinseszins), radioaktiver Zerfall, Abbau von Medikamenten oder Alkohol im Blut, Abnahme des Luftdrucks oder der Lichtintensität.
Funktionen mit der Gleichung $y = k \cdot a^x$	Es genügen einzelne Beispiele, um den Einfluss von k auf die graphische Darstellung zu verdeutlichen.
Exponentialgleichungen	Wiederholung → MA, Klassenstufe 9, Lernbereich 4, Potenzen, Wurzeln, Logarithmen

Funktionen mit der Gleichung $y = \log_a x$ und ihre Eigenschaften	Empfohlen werden die ausgewählten Basen wie bei Exponentialfunktionen.
Zusammenhang zwischen Exponential- und Logarithmusfunktion	Gedacht ist an die Vorbereitung des Begriffs „inverse Funktion“.
Logarithmusgleichungen	

Lernbereich 4: Trigonometrische Funktionen**18 Std.**

Mit den trigonometrischen Funktionen lernt der Schüler eine Funktionsklasse mit der für ihn neuen Eigenschaft „Periodizität“ kennen. Er lernt, dass sich mit Hilfe dieser Funktionen periodische Vorgänge, z. B. aus dem Bereich der Physik, beschreiben lassen. Die Definitionen der trigonometrischen Funktionen, die wichtigsten Beziehungen zwischen ihnen und die graphischen Darstellungen dieser Funktionen soll der Schüler sicher beherrschen.

Grad- und Bogenmaß beim erweiterten Winkelbegriff	
Sinus, Kosinus und Tangens eines Winkels am Einheitskreis	Auch Berechnungen der Winkelfunktionswerte ausgewählter Winkel
Funktionen mit den Gleichungen: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$; graphische Darstellungen und Eigenschaften	Symmetrieeigenschaften, kleinste Periode, Nullstellen
Funktionen mit den Gleichungen: $y = a \cdot \sin x$, $y = \sin(bx)$, $y = a \cdot \sin(bx)$, $y = a \cdot \sin(bx + c)$	Es genügen einige Beispiele zur Begründung des Einflusses der Parameter a , b , c auf die Graphen → MA, Leistungskurs 11/II, Lernbereich 2 → PH, Klassenstufe 10, Lernbereich 1, Schwingungen und Wellen
Quadrantenbeziehungen, Komplementwinkelbeziehungen, $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	
Einfache Goniometrische Gleichungen (Beschränkung auf abgeschlossene Intervalle)	

Additionstheoreme, Doppelwinkel-
formeln

Z Weitere Winkelfunktionen

Lernbereich 5: Trigonometrische Berechnungen

18 Std.

Die Kenntnisse über trigonometrische Funktionen werden zur Herleitung trigonometrischer Beziehungen am rechtwinkligen Dreieck verwendet. Der Schüler lernt, dass sich mit Hilfe der Beziehungen zwischen Seiten und Winkeln eines Dreiecks vielfältige Aufgaben aus unterschiedlichen Bereichen lösen lassen. Insbesondere kann er nun Aufgaben, die bisher nur konstruktiv lösbar waren, rechnerisch bearbeiten. Bei der Behandlung trigonometrischer Aufgabenstellungen lernt der Schüler, die Lösung auf Eindeutigkeit zu untersuchen und Ergebnisse mit sinnvoller Genauigkeit anzugeben. Neben dem Lösen aktueller sachbezogener Aufgaben bietet dieser Lernbereich die Möglichkeit, auf den historischen Aspekt der Trigonometrie einzugehen und die wissenschaftlichen Leistungen alter Kulturen zu würdigen.

Trigonometrische Beziehungen im rechtwinkligen Dreieck	ARISTARCH von Samos (um 310 – 230 v. u. Z.) PTOLEMÄUS (um 85 – 165) J. REGIOMONTANUS (1436 – 1476)
Berechnungen im rechtwinkligen Dreieck	
Berechnungen im gleichschenkligen Dreieck und in regelmäßigen Vielecken	
Herleiten des Sinus- und des Kosinussatzes	
Herleiten von Formeln für Flächeninhaltsberechnungen bei Dreiecken	Gedacht ist vor allem an $A = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma$.
Berechnungen in beliebigen Dreiecken	Empfohlen wird die Verbindung von Rechnung und Konstruktion.

Lernbereich 6: Körperberechnung und -darstellung**12 Std.**

Mit der Behandlung von Stumpfkörpern und regelmäßigen Polyedern erweitert der Schüler sein Wissen über geometrische Objekte. Er kann dabei auf bereits erworbene Kenntnisse zurückgreifen, so dass er in der Lage ist, die neuen Aufgaben weitgehend selbstständig zu lösen. Dem Schüler soll bewusst werden, dass aus der Realität abgeleitete Problemstellungen durch mathematische Modelle beschrieben und mit Hilfe funktionaler Zusammenhänge gelöst werden können.

Berechnungen an Stumpfkörpern	
Z Herleiten von Formeln zur Berechnung von Volumen und Oberflächeninhalt bei Stumpfkörpern	
Darstellen von Stumpfkörpern im Zweitafelbild und im Schrägbild	
Wahre Länge von Strecken und wahre Größe und Gestalt von Figuren	
Regelmäßige Polyeder	PLATON (um 427 – 347 v. u. Z.)
<i>Polyedersatz</i>	L. EULER (1707 – 1783)

Lernbereich 7: Einführung in die Beurteilende Statistik**16 Std.**

In Projektarbeit werden die bis hierher gesammelten Kenntnisse und Fähigkeiten auf dem Gebiet der Stochastik zusammengeführt. Bernoulli-Versuch, Bernoulli-Ketten und Binomialverteilung als wichtige mathematische Mittel für vielfältige Anwendungen werden eingeführt.

Der Schüler kommt mit den Anfängen statistischen Schließens in Berührung. Es wird die Fähigkeit angebahnt, aus statistischem Material gezogene Schlüsse kritisch zu beurteilen.

Damit erfährt der Stochastikunterricht in der Sekundarstufe I eine Abrundung. Es sind wichtige Denk- und Arbeitsweisen der Stochastik im Verständnis der Schüler vorbereitet, Grundlagen für die Beschäftigung mit der Stochastik als mathematische Theorie in der Sekundarstufe II geschaffen.

Bernoulli-Versuch, -Kette	Jakob BERNOULLI (1655 – 1705) Überprüfen, ob ein betrachteter Zufallsversuch als Bernoulli-Versuch deubar ist.
Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses bei einer Bernoulli-Kette	
Binomialverteilung	Beispielgebundenes Erarbeiten (gerades und schiefes Galton-Brett) Lösen einfacher Aufgaben unter Nutzung einer Tabelle oder mit Hilfe des Computers
Stichprobe, Grundgesamtheit	Einführung anhand von Versuchsreihen zu ein und demselben Zufallsexperiment
Stichprobenerhebung	Hinweis auf praktische Gewinnung repräsentativer Stichproben
Z Grundproblem der Beurteilenden Statistik	
Projekt: Vorbereitung, Durchführung und Auswertung einer statistischen Erhebung	Projektvorschläge: Qualitätskontrolle, Verkehrszählungen, Wahlen, Verbrauchertests, Leistungsbewertungen

Lernbereich 8: Funktionen**10 Std.**

Die Systematisierung der bekannten Funktionstypen dient neben der Festigung des bereits erworbenen Wissens der Vorbereitung der Kurvenuntersuchungen mit Mitteln der Differentialrechnung. Bei der Modellierung realer funktionaler Beziehungen unter Einbeziehung dynamischer Aspekte durch Variieren von Parametern und Verknüpfen von Funktionen sowie bei der Ermittlung der Umkehrfunktion zu einer gegebenen Funktion vertiefen die Schüler ihre Einsichten in funktionale Zusammenhänge. An ausgewählten Beispielen erhalten die Schüler einen Einblick in unterschiedliche Darstellungsmöglichkeiten für mehrdeutige Zuordnungen, eine systematische Behandlung dieser Thematik ist nicht vorgesehen. Die Schüler erweitern ihre Fähigkeit im zweckmäßigen Einsatz technischer Hilfsmittel und im Umgang mit grafischen Darstellungen.

<p>Systematisieren der bekannten Funktionstypen nach wesentlichen Merkmalen:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Definitionsbereich, Wertebereich - Verlauf des Graphen (einschließlich Symmetrie) - Monotonie - Nullstellen, Extremstellen, Polstellen <p>Variieren von Parametern</p> <p>Einfluss auf den Verlauf des Graphen (Stauchung, Streckung, Verschiebung, Spiegelung)</p> <p>Verknüpfen von Funktionen</p> <p>Funktion und Umkehrfunktion</p> <p>Mehrdeutige Zuordnungen</p> <p>Grafische Darstellung ausgewählter Kurven</p> <ul style="list-style-type: none"> - in kartesischen Koordinaten mit Darstellung der Punktmenge <ul style="list-style-type: none"> · durch eine algebraische Gleichung · in Parameterform - in Polarkoordinaten 	<p>Nutzung unterschiedlicher Darstellungsformen, z. B. verbal, tabellarisch, analytisch, grafisch</p> <p>Empfohlen wird der Einsatz des Computers.</p> <p>Gedacht ist auch an die funktionale Betrachtung geometrischer Konstruktionen entsprechend der Beziehung Bildfigur = f (Originalfigur) sowie das Variieren der geometrischen Objekte.</p> <p>Gedacht ist an die Addition und Subtraktion von Funktionen.</p> <p>Geometrische Veranschaulichung</p> <p>Beachtung ästhetischer Aspekte</p> <p>Beispiele:</p> $y^3 = 4x^2 - x; \quad y^2 = x^3 - x^2;$ $y^2 = -x^2 + 4x + 5$ <p>Beispiele: Zykloiden, Epizykloiden, Lissajoussche Figuren, Kreise, Ellipsen</p> <p>Beispiele: Archimedische Spiralen, Cassinische Kurven, allgemeine Kegelschnitte</p>
--	---

Grundkurse der Jahrgangsstufen 11 und 12

11/I: Analysis I

Lernbereich 1: Zahlenfolgen, Grenzwerte

28 Std.

Der Schüler lernt Zahlenfolgen als spezielle Funktionen kennen. Er stößt auf Fragen des Unendlichen und wird mit dem Begriff „Grenzwert“ vertraut gemacht.

<p>Zahlenfolgen</p> <p>Zahlenfolgen als spezielle Funktionen Explizite und rekursive Bildungsvorschrift</p> <p><i>Eigenschaften von Zahlenfolgen:</i> <i>Monotonie</i> <i>Beschränktheit</i></p> <p>Arithmetische und geometrische Folgen als spezielle Folgen; Zinseszinsrechnung</p> <p>Grenzwerte</p> <p>Z Grenzwert einer Folge Z Grenzwertsätze für Folgen</p> <p>Grenzwerte bei Funktionen:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Grenzwert einer Funktion an einer Stelle - Verhalten von Funktionen für $x \rightarrow +\infty$ und $x \rightarrow -\infty$ <p>Grenzwertsätze für Funktionen</p> <p>Stetigkeit einer Funktion an einer Stelle</p> <p>Stetigkeit einer Funktion in einem Intervall</p>	<p>Anwendungen, insbesondere in Technik und Wirtschaft</p> <p>→ MA, Klassenstufe 7, Lernbereich 1, Zinsrechnung</p> <p>Geometrisch-anschauliches Erfassen hat Vorrang vor abstrakter Definition.</p>
--	--

Lernbereich 2: Differentialrechnung**36 Std.**

Zu den bisher bekannten Eigenschaften einer Funktion kommt die Differenzierbarkeit hinzu. Der Schüler erkennt, dass einer Funktion eine zweite Funktion zugeordnet werden kann, die das Änderungsverhalten der ersten beschreibt. Ein wesentliches Ziel des Unterrichts ist die Kenntnis von Gesetzen und Verfahren, damit der Schüler selbständig Kurvendiskussionen durchführen und einfache Extremwertaufgaben lösen kann.

Differenzierbarkeit	Die Einführung der Ableitung ist geometrisch oder physikalisch zu motivieren.
Ableitung einer Funktion an einer Stelle	→ PH, Jahrgangsstufe 11, Lernbereich 1, Geschwindigkeit
Tangente im Kurvenpunkt, Anstieg der Tangente	G. W. LEIBNIZ (1646 – 1716)
Differenzierbarkeit	I. NEWTON (1643 – 1727)
Ableitung ausgewählter Funktionen nach Definition	L. EULER (1707 – 1783)
Ableitung der Potenzfunktion	Gedacht ist an Funktionen mit den Gleichungen:
Ableitung einer konstanten Funktion	$y = x^2$; $y = \frac{1}{x}$; $y = \sqrt{x}$.
Ableitung der Summe zweier Funktionen	Mangels Voraussetzbarkeit des binomischen Satzes nur Hinweis auf Beweismöglichkeit in Analogie zu den ausgewählten Beispielen
Ableitung des Vielfachen einer Funktion	
Produktregel	
Quotientenregel	
Kettenregel	

<p>Einige ausgewählte Sätze und Regeln sollten bewiesen werden. In anderen Fällen muss sich der Grundkurs mit Beweisideen und Plausibilitätsbetrachtungen begnügen.</p>	
<p>Ableitung ganzrationaler und gebrochen rationaler Funktionen</p>	
<p>Ableitungen höherer Ordnung</p>	
<p><i>Geometrische Bedeutung der zweiten Ableitung</i></p>	Hinweis genügt
<p>Anwendungen</p>	
<p>Kurvenuntersuchungen: Symmetrieeigenschaften, Nullstellen, Polstellen, lokale Extrema, Wendepunkte, Monotonie, Verhalten im Unendlichen</p>	<p>Untersucht werden vorwiegend ganz- und gebrochenrationale Funktionen.</p>
	<p>Gedacht ist auch an das Auffinden ganzrationaler Funktionen mit vorgegebenen Eigenschaften.</p>
<p>Extremwertaufgaben</p>	<p>Aufstellen der Zielfunktion, Nutzen des grafikfähigen Taschenrechners für Extremwertbestimmung</p>
	<p>Orientierung auf vielfältige Anwendungen (Geometrie, Physik, Technik, Wirtschaft)</p>
<p>Z Ableitungen von Umkehrfunktionen</p>	<p>Ableitung der Wurzelfunktion</p>
<p>Z Zusammenhang von Stetigkeiten und Differenzierbarkeit</p>	
<p>Achsenparallele Asymptoten</p>	
<p>Z Untersuchung von Kurvenscharen</p>	

11/II: Analysis II**Lernbereich 1: Integralrechnung****32 Std.**

Die Berechnung des Inhalts gewisser krummlinig begrenzter Flächen erfordert die Einführung des Integralbegriffs. Auf seine Verwendbarkeit in der Physik ist hinzuweisen.

Die Überlegungen sollten durch Veranschaulichung gestützt werden. Teilweise müssen Plausibilitätserklärungen exakte Beweise ersetzen. Der Schüler erkennt die Bedeutung des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung, welcher in viele Fällen eine einfache Berechnung des Integrals ermöglicht. Wesentlich ist die Herausbildung der Fertigkeit, bestimmte Flächeninhalte berechnen zu können.

Stammfunktion

Unbestimmtes Integral

Stammfunktion eines Vielfachen einer Funktion

Stammfunktion einer Summe von Funktionen

Bestimmtes Integral

Eigenschaften des Integrals
Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

Einige ausgewählte Sätze und Regeln sollten bewiesen werden. In anderen Fällen muss sich der Grundkurs mit Bewesideen und Plausibilitätsbetrachtungen begnügen.

Integration ganzrationaler Funktionen

Integration einfacher Wurzelfunktionen

Die Themenfolge kann sich je nach Art der Behandlung des Stoffes ändern.

Beschränkung auf stetige Funktionen

B. RIEMANN (1826 – 1866)

→ PH, Jahrgangsstufe 11,
Lernbereich 1,
Arbeit

Berechnung von Flächeninhalten
Z Integration mittels linearer Substitution
Z Berechnung des Volumens von Rotationskörpern

Lernbereich 2: Anwendung der Infinitesimalrechnung auf weitere Klassen von Funktionen

32 Std.

Die Infinitesimalrechnung wird auf die Exponential- und Logarithmusfunktion angewandt. Hierbei lernt der Schüler weitere wesentliche Eigenschaften dieser Funktion und deren Bedeutung für die Beschreibung von Vorgängen in Natur und Technik kennen.

Exponentialfunktion

Grundsätzliches zur Exponentialfunktion

Ableitung und Stammfunktion der Exponentialfunktion

Die Zahl e
Die Funktion $y = e^x$

Darstellung der allgemeinen Exponentialfunktion mittels der e -Funktion

Kurvenuntersuchungen

Flächenberechnungen

Extremwertaufgaben

Logarithmusfunktion

Grundsätzliches zur Logarithmusfunktion

Natürlicher Logarithmus \ln

Die Themenfolge kann sich je nach Art der Behandlung des Stoffes ändern.

→ MA, Klassenstufe 10,
Lernbereich 3

Die Konvergenz von $\frac{a^h - 1}{h}$ für $h \rightarrow 0$ wird nur plausibel gemacht.

L. EULER (1707 – 1783)

Beschreibung von Wachstumsprozessen

→ MA, Klassenstufe 10,
Lernbereich 3

Ableitung der Logarithmusfunktion Darstellung der allgemeinen Logarithmusfunktion mittels der In- Funktion Kurvenuntersuchungen Flächenberechnungen Extremwertaufgaben	Gedacht ist nur an Funktionen, bei denen die Logarithmusfunktion als Stammfunktion auftritt.
--	--

12/I: Geometrie/Algebra

Es wird empfohlen, das Thema Geometrie/Algebra mit der Behandlung von Vektoren zu beginnen und die unterschiedlichen Darstellungsformen der Gleichungen für Geraden und Ebenen parallel zu behandeln.

Lernbereich 1: Koordinatengeometrie der Ebene**20 Std.**

Der Schüler wird mit Anfangsgründen der analytischen Geometrie der Geraden und des Kreises vertraut gemacht. Er lernt, geometrische Probleme in algebraischer Form darzustellen und zu lösen. Sicherer Umgang mit den Gleichungen von Gerade und Kreis ist anzustreben.

Punkte im Koordinatensystem

Kartesisches Koordinatensystem
(rechtwinklige Parallelkoordinaten)

Abstände von Punkten, Längen von
Strecken

Mittelpunkt einer Strecke

Geraden

Anstieg einer Geraden

Formen der Geradengleichung:
Punktrichtungsform,
Zweipunkteform; explizite Form,
allgemeine Form

Lagebeziehungen zweier Geraden

Schnittpunktbestimmung

Lineare Gleichungssysteme

Schnittwinkel

Bedingungen für Parallelität und
Orthogonalität zweier Geraden

Anzuknüpfen ist an Begegnungen
des Schülers mit dem Koordinaten-
system bei der Behandlung von
Funktionen und ihren Graphen ab
Klassenstufe 8.

R. DESCARTES (1596 – 1650)

Hinweis auf Achsenabschnittsform

→ MA, Klassenstufe 9,
Lernbereich 2

Beschränkung auf $n = 2$

Kreis	
Gleichung des Kreises	
Tangente in einem Kreispunkt Gleichung der Tangente	→ MA, Klassenstufe 8, Lernbereich 4, Tangentenkonstruktion
Lagebeziehung von Kreis und Gerade	→ MA, Klassenstufe 9, Lernbereich 3, Quadratische Gleichungen
Z Die Ellipse	→ A, Klassenstufe 10, Lernbereich 2, Keplersche Gesetze
Z Definition und Eigenschaften	Gärtnerkonstruktion
	Hinweis auf unterschiedliche Möglichkeiten der Definition
	Historische Bezüge
	Baukunst („Flüsterkabinette“)
Z Gleichung der Ellipse	
Z Die Ellipsentangente und ihre Gleichung	Für eine Konstruktion der Ellipsentangente
	kann auf die achsenaffine Verwandtschaft
	zum Kreis hingewiesen werden.

Lernbereich 2: Vektoren – Die Gerade in der Ebene und im Raum 24 Std.

Der Schüler gewinnt mit dem Begriff des Vektors ein bedeutendes Mittel zur Darstellung geometrischer (insbesondere linearer) Gebilde und zur Lösung geometrischer Probleme. Eine Behandlung des abstrakten linearen Vektorraumes wird nicht angestrebt; auch erfolgt im Grundkurs keine klare Trennung von affiner und metrischer Geometrie.

<p>Vektoren</p> <p>Vektoren im Anschauungsraum Addition (und Subtraktion) von Vektoren Vervielfachung eines Vektors mit einer reellen Zahl Rechengesetze</p> <p>Linearkombination von Vektoren Komponentenzerlegung</p> <p>Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit</p> <p>Basis, Koordinatensystem, Einheitsvektor, Ortsvektor, Betrag eines Vektors Komponenten und Koordinaten eines Vektors</p> <p>Geraden und Ebenen</p> <p>Parametergleichung der Geraden</p> <p>Parameterfreie Geradengleichung in der Ebene</p> <p>Gleichungen für die Koordinatenebenen</p> <p>Lagebeziehungen zweier Geraden im Raum</p> <p>Schnitt einer Geraden mit den Koordinatenebenen</p> <p>Die Gleichung einer Ebene in Parameter- und in allgemeiner Form</p> <p>Z Beweis einiger Sätze aus der affinen Geometrie</p>	<p>Pfeilklassenmodell</p> <p>→ PH, Jahrgangsstufe 11, Lernbereich 1, Vektorielle Größen</p> <p>Beschränkung auf geometrische Sicht</p> <p>Es ist nur an eine rein geometrische Betrachtung gedacht.</p> <p>Hinweis auf Parameterdarstellung für Strecke und Strahl</p> <p>Eine enge Verbindung zu den Erkenntnissen aus dem Lernbereich 1 wird angestrebt.</p> <p>Gedacht ist nur an eine Beschreibung der möglichen Fälle.</p> <p>Schwerpunkt eines Dreiecks, Sätze im Parallelogramm</p>
---	--

Lernbereich 3: Das Skalarprodukt zweier Vektoren**20 Std.**

Der Schüler lernt mit dem Skalarprodukt eine vergleichsweise einfache, aber vielfach anwendbare Begriffsbildung der Mathematik kennen und erfährt hierbei, dass viele geometrische Probleme, insbesondere metrische Fragestellungen, mit seiner Hilfe effektiv analytisch gelöst werden können. Er erkennt die Anwendbarkeit vektorieller Methoden in Physik und Technik.

Skalarprodukt

Skalarprodukt (im Anschauungsraum)

Definition und Eigenschaften

Orthogonalitätsbedingung für Vektoren

Koordinatendarstellung des Skalarprodukts

Berechnung von Streckenlängen

Berechnung des Schnittwinkels zweier Geraden

Anwendungen

Anwendung in Physik und Technik

Zerlegung eines Vektors in Parallel- und Normalenkomponente bezüglich eines anderen Vektors

Z Kreis und Kugel

Z Gleichung in Vektorform und in vektorfreier Form

Z Beweis einiger Sätze der euklidischen Geometrie

→ PH, Jahrgangsstufe 11, Lernbereich 1, Arbeit

→ PH, Klassenstufe 7, Lernbereich 1, Geneigte Ebene

Eine enge Verbindung zu den Erkenntnissen aus Lernbereich 1 wird angestrebt.

„Binomische Formeln“ und Kosinussatz

→ MA, Klassenstufe 8, Lernbereich 1

→ MA, Klassenstufe 10, Lernbereich 5

Z Stollungsvektor einer Geraden in
der Ebene, Hessesche Normal-
lenform der Geradengleichung in
der Ebene;
Abstand eines Punktes von einer
Geraden in der Ebene

Sätze über den Rhombus

→ MA, Klassenstufe 7,
Lernbereich 4

12/II: Stochastik**Lernbereich 1: Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung 16 Std.**

Für die mathematische Erfassung von Phänomenen der Wirklichkeit spielt die Stochastik eine immer größere Rolle. Der Schüler soll deshalb – aufbauend auf Grundkenntnissen aus der Sekundarstufe I – Einsicht in die charakteristischen Denkweisen der Stochastik erlangen. Im Lernbereich 1 stehen dabei das Gewinnen des Wahrscheinlichkeitsbegriffs sowie das Berechnen von und das Arbeiten mit Wahrscheinlichkeiten im Vordergrund.

Zufallssituation und zufällige Ereignisse	Beschränkung auf endliche bzw. abzählbare Ergebnismengen
Wahrscheinlichkeitsbegriff Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten	Simulation von Zufallsexperimenten, auch unter Nutzung des Computers
Abzählverfahren und ihre Anwendung bei der Berechnung von Wahrscheinlichkeiten	Dabei ist auch gedacht an die Einführung kombinatorischer Grundaufgaben im Zusammenhang mit dem Urnenmodell.
Additionssatz Unabhängig von Ereignissen Spezieller Multiplikationssatz	Pfadregeln
Z Bedingte Wahrscheinlichkeiten	
Z Allgemeiner Multiplikationssatz	

Lernbereich 2: Zufallsgrößen und ihre Charakteristiken 20 Std.

Der Schüler lernt den Begriff der (diskreten) Zufallsgröße kennen. Anhand spezieller Probleme aus der stochastischen Praxis wird er mit der Gleichverteilung und der Binomialverteilung näher vertraut gemacht.

Begriff der diskreten Zufallsgröße	Der Begriff Zufallsgröße sollte über Ereignisse eines Zufallsexperiments eingeführt werden.
Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Charakteristiken diskreter Zufallsgrößen	Bernoulli-Versuche und –Ketten

Spezielle Verteilungen (Gleichverteilung; Binomialverteilung) und ihre Parameter: - Erwartungswert - Varianz, Standardabweichung	
---	--

Lernbereich 3: Elemente der Beschreibenden und Beurteilenden Statistik
12 Std.

Durch die Wahrscheinlichkeitsrechnung bereitgestellte Hilfsmittel werden zur Beantwortung spezieller Fragen herangezogen, die bei statistischen Untersuchungen auftreten. Die Aufgabe der Statistik, durch Analysen von Zufallsstichproben zu Aussagen über Grundgesamtheiten zu kommen, ist bewusst zu machen. Dem Schüler wird der praxisbezogene Aspekt der Wahrscheinlichkeitsrechnung nun auch in der Statistik deutlich.

Häufigkeitsdiagramme	Dabei sind auch Fragen des möglichen Missbrauchs der Statistik anzusprechen.
Mittelwerte	
Streuungsmaße	Plausibilitätsbetrachtungen an einfachen Fällen, evtl. auch Simulationen
Grundproblem der Beurteilenden Statistik	
Schätzen und Testen	

Leistungskurse der Jahrgangsstufen 11 und 12

11/I: Analysis I

Lernbereich 1: Zahlenfolgen, Grenzwerte

30 Std.

Der Schüler lernt Zahlenfolgen als spezielle Funktionen kennen. Ein wichtiges Ziel dieses Lernbereichs ist das gründliche Erfassen des Begriffs „Grenzwert“ als wesentliche Voraussetzung für das Verstehen der Infinitesimalrechnung.

Zahlen folgen

Zahlenfolgen als spezielle Funktionen
Explizit und rekursive Bildungsvorschrift

Eigenschaften von Zahlenfolgen:
Monotonie, Beschränktheit

Arithmetische und geometrische Folgen als spezielle Zahlenfolgen

Ausblick auf Zinseszinsrechnung

Reihen als Partialsummenfolgen

Grenzwerte

Z Grenzwert einer Zahlenfolge

Z Grenzwertsätze für Folgen

Grenzwerte bei Funktionen:

- Grenzwert einer Funktion an einer Stelle
- Verhalten von Funktionen für $x \rightarrow +\infty$ und $x \rightarrow -\infty$

Grenzwertsätze für Funktionen

Stetigkeit einer Funktion an einer Stelle

Stetigkeit einer Funktion in einem Intervall

Anwendungen in Naturwissenschaft und Technik

→ MA, Klassenstufe 7,
Lernbereich 1,
Zinsrechnung

Umgang mit dem Summenzeichen

*Sätze über stetige Funktionen:
Zwischenwertsatz, Satz von
Maximum und Minimum*

Z Beweisverfahren der vollständigen Induktion

Anwendung zum Nachweis der Existenz von Nullstellen

Lernbereich 2: Differentialrechnung

50 Std.

Der Schüler lernt die exakte Definition des Differentialquotienten kennen; die Einführung des Begriffs sollte jedoch sowohl geometrisch als auch physikalisch motiviert werden.

Der Schüler vermag das Änderungsverhalten einer geeigneten Funktion durch eine Funktion zu beschreiben. Das Beweisen der wichtigsten Sätze ist anzustreben; dabei sollten Veranschaulichungen das Verständnis der Herleitungen unterstützen. Wesentliche Ziele des Unterrichts sind eine sichere Beherrschung der Ableitungsregeln sowie die bewusste Anwendung der erworbenen Mittel der Differentialrechnung bei der Durchführung von Kurvendiskussionen und beim Lösen von Extremwertaufgaben.

Differenzierbarkeit

Ableitung einer Funktion an einer Stelle

Tangente im Kurvenpunkt
Anstieg
Differentialquotient
Differenzierbarkeit

Ableitung einiger ausgewählter Funktionen nach Definition

Ableitung einer Potenzfunktion

→ PH, Jahrgangsstufe 11,
Lernbereich 1,
Geschwindigkeit

Monotoniekriterien für differenzierbare Funktionen

G. W. LEIBNITZ (1646 – 1716)

I. NEWTON (1643 – 1727)

L. EULER (1707 – 1783)

Gedacht ist an Funktionen mit den Gleichungen:

$$y = x^2; y = x^3; y = \frac{1}{x}; y = \sqrt{x}.$$

Mangels Voraussetzbarkeit des binomischen Satzes nur Hinweis auf Beweismöglichkeit in Analogie zu den ausgewählten Beispielen

Ableitung einer konstanten Funktion
Ableitung der Summe zweier
Funktionen
Ableitung des Vielfachen einer
Funktion

Produktregel
Quotientenregel

Ableitung der Umkehrfunktion
Ableitung der Wurzelfunktion

Kettenregel

Ableitung ganzrationaler und ge-
brochen-rationaler Funktionen

Ableitungen höherer Ordnung
Geometrische Bedeutung der
zweiten Ableitung

(Erster) Mittelwertsatz der Differen-
tialrechnung

Zusammenhang von Stetigkeit und
Differenzierbarkeit

Anwendungen

Kurvenuntersuchungen:
Symmetrieverhalten, gerade und
ungerade Funktionen; Nullstellen
(Bestimmung auch durch Dividieren
von Polynomen), Polstellen;
Verhalten im Unendlichen
(einschließlich Asymptoten); lokale
und globale Extrema; Wendepunkte
(mit Wendetangenten); Monotonie-
bereiche bei

- rationalen Funktionen;
- Wurzelfunktionen;
- Scharen solcher Funktionen

Newtonsches Iterationsverfahren zur
näherungsweisen Bestimmung von
Nullstellen

Auch Demonstration an Betrags-
funktionen

Umgekehrt ist auch an das Auffinden
ganzrationaler Funktionen mit vorge-
gebenen Eigenschaften gedacht
(Interpolationspolynome).

Extremwertaufgaben	Aufstellen der Zielfunktion, Nutzen des grafikfähigen Taschenrechners für Extremwertbestimmung Orientierung auf vielfältige Anwendungen (Geometrie, Physik, Technik, Wirtschaft)
Z Lösen von Extremwertaufgaben ohne Verwendung der Differen- tialrechnung	

11/II: Analysis II**Lernbereich 1: Integralrechnung****40 Std.**

Das Problem der Inhaltsbestimmung krummlinig begrenzter Flächen führt zum Begriff des bestimmten Integrals. Der Schüler lernt den Zusammenhang von Differential- und Integralrechnung sowie einige einfache Integrationsverfahren kennen; er wird befähigt, den Inhalt gewisser krummlinig begrenzter Flächen und das Volumen von Rotationskörpern zu berechnen. Er erfasst dabei das bestimmte Integral als wesentliche Anwendung des Grenzwertbegriffs.

Unbestimmtes Integral

Stammfunktion
Unbestimmtes Integral

Stammfunktion eines Vielfachen
einer Funktion
Stammfunktion einer Summe von
Funktionen

Bestimmtes Integral

Bestimmtes Integral

Geometrische und physikalische
Deutungen

Eigenschaften des Integrals

Mittelwertsatz der Integralrechnung
Geometrische Interpretation

Hauptsatz der Differential- und
Integralrechnung

Im Leistungskurs muss darauf geachtet werden, dass die Fähigkeit des Schülers, Beweise zu verstehen und zu führen, systematisch vertieft wird. Eine hinreichende Anzahl zentraler Sätze und Regeln sollte deshalb nach Möglichkeit bewiesen werden.

Technik des Integrierens

Die Themenfolge kann sich je nach Behandlung des Stoffes ändern.

R. RIEMANN (1826 – 1866)

→ PH, Jahrgangsstufe 11,
Lernbereich 1,
Arbeit

Beschränkung auf einige typische
Anwendungsfälle

Integration ganzrationaler Funktionen	
Integration durch Substitution	
Partielle Integration	
Anwendungen	
Berechnung von Flächeninhalten	An Beispielen Hinweis auf uneigentliche Integrale
Berechnung des Volumens von Rotationskörpern	
Z Numerische Integrationsverfahren	

Lernbereich 2: Anwendung der Infinitesimalrechnung auf weitere Klassen von Funktionen	40 Std.
--	----------------

Die trigonometrischen Funktionen, die Logarithmus- und die Exponentialfunktion werden mit den Mitteln der Infinitesimalrechnung tiefgründiger untersucht. Der Schüler lernt neue wesentliche Eigenschaften dieser Funktionen kennen und wird mit der Bedeutung dieser Funktionen zur Beschreibung von Vorgängen in Natur und Technik vertraut gemacht.

Trigonometrische Funktionen	
Winkelfunktionen	→ MA, Klassenstufe 10, Lernbereich 4
Ableitung und Stammfunktion trigonometrischer Funktionen	
Kurvenuntersuchungen, auch für einfache Verkettungen mit bisher behandelten Funktionen, insbesondere für Funktionen vom Typ $y = a \cdot \sin(bx + c)$	
Flächeninhalts- und Volumenberechnungen	
Extremwertaufgaben	
Z Ausblick auf die Differentialgleichung der harmonischen Schwingung	→ PH, Jahrgangsstufe 11, Lernbereich 1, Pendel

Logarithmusfunktion

Die natürliche Logarithmusfunktion
 $y = \ln x$

Die Zahl e
 Definition, Grenzwertdarstellung

Die allgemeine Logarithmusfunktion
 Ableitung und Stammfunktion der
 Logarithmusfunktion

Kurvenuntersuchungen (einschließ-
 lich Verkettung von Logarithmus-
 funktion und anderen behandelten
 Funktionen)

Berechnung von Flächeninhalten

Extremwertaufgaben

Exponentialfunktionen

Die Exponentialfunktion

Ableitung und Stammfunktion der
 Exponentialfunktion, insbesondere
 der Funktion $y = e^x$

Exponential- und Logarithmus-
 funktion als Umkehrfunktionen
 voneinander

Kurvenuntersuchungen, auch für
 Verkettungen von Exponential-
 funktion und anderen behandelten
 Funktionen

Die weitere Themenfolge kann sich
 je nach Art der Behandlung des
 Stoffes ändern.

→ MA, Klassenstufe 10,
 Lernbereich 3

L. EULER (1707 – 1783)

Hinweis auf spätere Berechnungs-
 möglichkeiten für e

Vergleiche Lernbereich 1: Partielle
 Integration

Integrale, als deren Stammfunktion
 eine Logarithmusfunktion auftritt,

auch $\frac{f'(x)}{f(x)} dx$

→ MA, Klassenstufe 10,
 Lernbereich 3

Berechnung von Flächen- und
Rauminhalten

Anwendungen:
Extremwertaufgaben
Wachstumsprozesse

Z Ausblick auf weitere Differential-
gleichungen
Lösen der Differentialgleichung
 $y' = k \cdot y$

→ PH, Jahrgangsstufe 12,
Lernbereich 1,
Radioaktiver Zerfall,
Halbwertszeit

12/I: Geometrie/Algebra

Es wird empfohlen, das Thema Geometrie/Algebra mit der Behandlung von Vektoren zu beginnen und die Betrachtungen aus den Gebieten Koordinatengeometrie, affine Geometrie und metrische Geometrie parallel durchzuführen.

Lernbereich 1: Koordinatengeometrie der Ebene**18 Std.**

Der Schüler lernt ein Koordinatensystem als Mittler zwischen geometrischen Objekten und analytischen Objekten, als einen „Übersetzer“ geometrischer Aussagen in analytische Aussagen und umgekehrt kennen; er lernt, geometrische Probleme in analytische Aussagen und Probleme zu verwandeln, sie in dieser Gestalt zu lösen und das Ergebnis wiederum geometrisch zu deuten. Er wird dabei mit dem Gedanken der mathematischen Modellierung bekannt. Er lernt, das ihm bereits geläufige rechtwinklige kartesische Koordinatensystem als Spezialfall allgemeinerer Koordinatisierung zu betrachten. Als geometrische Objekte werden Punkte, Geraden und Kreise betrachtet.

Punkte im Koordinatensystem

Parallelkoordinaten:
Eineindeutige Zuordnung von Punkt
und geordnetem Zahlenpaar

Z Andere Koordinatensysteme
Ausblick auf Parallelkoordinaten
im Raum

Abstand zweier Punkte

*Teilung einer Strecke in gegebenem
Verhältnis*

R. DESCARTES (1596 – 1650)

Anzuknüpfen ist an Begegnungen
des Schülers mit dem Koordinaten-
system bei der Behandlung von
Funktionen und ihren Grafen ab
Klassenstufe 8.

Beispiel: Polarkoordinaten

Hinweis auf Kugelkoordinaten

→ GEO, Jahrgangsstufe 11,
Lernbereich 1,
Bau des Erdkörpers

Von hier an Beschränkung auf ein
rechtwinkliges System, nur Ausblicke
auf den Allgemeinfall

→ MA, Klassenstufe 8,
Lernbereich 8,
Satz des Pythagoras

Mittelpunkt einer Strecke	
Schwerpunkt eines Dreiecks	
Dreiecksinhalt	→ MA, Klassenstufe 7, Lernbereich 4, Flächeninhalt von Dreieck und Trapez
Kollinearität dreier Punkte	
Geraden	
Die Gerade	
Steigungswinkel, Anstieg, Achsen- abschnitte	→ MA, Klassenstufe 8, Lernbereich 2
Formen der Geradengleichung: Zweipunkteform, Punktrichtungsform; allgemeine Form, explizite Form, Achsenabschnittsform	Die durch Behandlung der linearen Funktion entstandene Favorisierung der expliziten Form sollte überwun- den werden.
Zwei Geraden	
Schnittpunkt, Schnittwinkel	
Parallelität und Orthogonalität	→ MA, Klassenstufe 9, Lernbereich 2, Lineare Gleichungssysteme
Z Geradenbüschel	
Kreise	
Der Kreis	
Kreis und Gerade	
Tangente in einem Punkt des Kreises	→ MA, Klassenstufe 8, Lernbereich 4, Tangentenkonstruktion
Tangenten von einem Punkt außer- halb an den Kreis (analytisch und konstruktiv)	Hinweis auf Pol und Polare möglich
Z Inversion am Einheitskreis	

Lernbereich 2: Lineare Gleichungssysteme**12 Std.**

Der Schüler lernt, lineare Gleichungssysteme (kleiner Dimension) mit Hilfe des Gaußschen Eliminationsverfahrens zu lösen. Er begegnet Anwendungen innerhalb und außerhalb der Mathematik. Er gewinnt auf diesem Gebiet sichere Fertigkeiten.

Betrachtungen zur Struktur der Lösungsmenge eines homogenen linearen Gleichungssystems bereiten den Begriff des linearen Vektorraumes vor.

Zwei (unabhängige) Gleichungen mit zwei Variablen (Standardfall)	Empfohlen wird die Motivierung durch Schnitt zweier Geraden (Lernbereich 1). Dabei können die Cramersche Regel für $n = 2$ elementar gewonnen und die zweireihige Determinante als nützliche Abkürzung eingeführt werden.
Verallgemeinerung auf $n = 3$ (Standardfall)	Analoge Betrachtungen
Widersprüchliche und überbestimmte lineare Gleichungssysteme (Nichtstandardfälle)	Gedacht ist wieder an eine geometrische Motivierung der Fallunterscheidungen.
Das Gaußsche Eliminationsverfahren als algorithmische Lösungsmethode Äquivalente Umformungen Transformation auf Trapezgestalt	
<i>Hauptsatz über lineare Gleichungssysteme</i> Homogene und inhomogene Systeme	Die allgemeinen Aussagen über lineare Gleichungssysteme werden lediglich verfahrensabhängig aus dem Gauß-Verfahren gewonnen.
Struktur der Lösungsmenge Lösbarkeitskriterium	Möglichkeit der Konstruktion der Lösung aus speziellen Lösungen Vergleiche Lernbereich 4: Gleichung von Gerade und Ebene
Anwendungen	
Z Einfachste Beispiele von linearen Gleichungssystemen mit äußerem Parameter	Fallunterscheidungen

Lernbereich 3: Vektoren**15 Std.**

Der Schüler erkennt, dass man mit Verschiebungen, mit Pfeilklassen sowie mit Paaren bzw. Tripeln reeller Zahlen so rechnen kann, dass immer dieselben Rechengesetze gelten. Er bemerkt, dass die Lösungen eines homogenen linearen Gleichungssystems denselben Gesetzen genügen. Der Schüler erlangt auf dem Weg der Verallgemeinerung zum Begriff des linearen Vektorraums. Er kann die zuvor betrachteten Objektmengen als Modelle einordnen. Er gewinnt damit den Eindruck vom Wert der Einführung abstrakter Strukturen.

<p>Vektoren im Anschauungsraum Addition (und Subtraktion) von Vektoren Vervielfachung eines Vektors mit einer reellen Zahl Rechengesetze</p> <p>Linearkombination von Vektoren Komponentenzerlegung</p> <p>Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit</p> <p>Basis, Koordinatensystem, Einheitsvektor, Ortsvektor, Betrag eines Vektors Komponenten und Koordinaten eines Vektors</p> <p><i>Gewinnung des Begriffs „linearer Vektorraum“ aus Modellen</i></p> <p>Z Weitere Modelle und physikalische Anwendungen</p> <p>Z Einfachste Folgerungen aus den Axiomen des Vektorraums</p> <p>Z Gruppenbegriff</p>	<p>Pfeilklassenmodell</p> <p>→ PH, Jahrgangsstufe 11, Lernbereich 1, Vektorielle Größen</p> <p>Beschränkung auf geometrische Sicht</p> <p>Es ist nur an eine rein geometrische Betrachtung gedacht.</p> <p>Pfeilklassen Verschiebungen Paare bzw. Tripel reeller Zahlen Lösungen eines homogenen linearen Gleichungssystems</p>
---	---

Lernbereich 4: Affine Geometrie in der Ebene und im Raum	15 Std.
---	----------------

Der Schüler erkennt, dass die Verwendung von Vektoren eine sehr einfache Beschreibung der Geraden und Ebenen des Raumes gestattet. Er lernt typisch affine Fragestellungen nach Parallelität und Teilverhältnis und deren analytische Beantwortung kennen.

<p>Punkte</p> <p>Ortsvektoren</p> <p>Punktraum</p> <p>Affiner Punktraum A^n</p> <p>Affines Koordinatensystem</p> <p>Geraden</p> <p>Die Gerade im Raum und in der Ebene</p> <p>Parameterdarstellung</p> <p>Parameterfreie Darstellung im A^2</p> <p>Mögliche Lagebeziehungen zweier Geraden in der Ebene und im Raum</p> <p>Ebenen</p> <p>Die Ebene im Raum</p> <p>Parameterdarstellung</p> <p>Parameterfreie Darstellung</p> <p>Lagebeziehungen zweier Ebenen im Raum</p> <p>Z Lagebeziehungen dreier Ebenen im Raum</p> <p>Schnitt von Gerade und Ebene, insbesondere Durchstoßpunkte einer Geraden durch die Koordinatenebenen</p> <p>Geometrische Anwendungen</p> <p>Mittelpunkt, Schwerpunkt eines Dreiecks</p>	<p>n = 2 oder n = 3</p> <p>Vergleiche Lernbereich 1</p> <p>Vollständige Falldiskussion mit Hilfe von Kenntnissen aus dem Lernbereich 2</p> <p>Enger Bezug zu Lernbereich 1</p>
--	--

Z Ortsvektor des Teilpunktes einer Strecke Kollinearität, Komplanarität Beweis einiger Sätze der affinen Geometrie	Beispiele: Sätze am Parallelogramm
--	------------------------------------

Lernbereich 5: Metrische Geometrie der Ebene und des Raumes 20 Std.

Die affine Betrachtungsweise erfährt eine wesentliche Ergänzung durch Einführung des Skalarproduktes, welches nun die Lösung metrischer Probleme gestattet. Der Schüler lernt das Skalarprodukt als ein außerordentlich nützliches Instrumentarium zur Beschreibung geometrischer wie auch physikalischer Begriffe und Sachverhalte kennen.

Skalarprodukt

Skalarprodukt im Anschauungsraum
 Definition und Eigenschaften
 Koordinatendarstellung
 Betrag eines Vektor
 Einheitsvektoren

Anwendungen in der Geometrie

Länge der orthogonalen Projektion
 eines Vektors in eine gegebene
 Richtung

Abstände

(Punkt – Punkt, Punkt – Gerade,
 Punkt – Ebene, Gerade – Gerade,
 Gerade – Ebene, Ebene – Ebene)

Schnittwinkel (Gerade – Gerade,
 Gerade – Ebene, Ebene – Ebene)

Stellungsvektor einer Ebene
 Hessesche Normalenform der
 Ebenengleichung im Raum (bzw. der
 Geradengleichung in der Ebene)

Beweis einiger Sätze der euklidischen Geometrie

Beispiele:

- MA, Klassenstufe 8, Lernbereich 1, Binomische Formeln
- MA, Klassenstufe 10, Lernbereich 5, Kosinussatz
- MA, Klassenstufe 7, Lernbereich 4, Rhombus

Anwendungen in Physik und Technik

Zerlegung eines Vektors in Parallel- und Normalenkomponente bezüglich eines anderen Vektors

- PH, Klassenstufe 7, Lernbereich 1, Geneigte Ebene

Der physikalische Begriff der Arbeit

- PH, Jahrgangsstufe 11, Lernbereich 1, Arbeit

Z Vektorprodukt, Dreiecksinhalt, Abstand windschiefer Geraden, Stellungsvektor, physikalische Anwendungen

Z Spatprodukt, Spat- und Tetraedervolumen, metrische Komplanaritätsbedingung für vier Punkte

Z Kreise und Kugeln
Gleichung von Kreis und Kugel
Tangente, Tangentialebene

Z Stereographische Projektion

12/II: Stochastik**Lernbereich 1: Zufällige Ereignisse und deren Wahrscheinlichkeit 25 Std.**

Bei der Erfassung zufallsbedingter Erscheinungen unserer Wirklichkeit spielen Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik eine immer größere Rolle. Der Schüler soll – aufbauend auf den Kenntnissen aus der Sekundarstufe I – Einsichten in die charakteristischen Denkweisen der Stochastik erlangen. Er lernt mathematische Modelle kennen, die geeignet sind, über zufallsbedingte Phänomene Aussagen zu machen und Vorhersagen mit einem bestimmten Grad von Zuverlässigkeit zu treffen. Im Lernbereich 1 stehen dabei die Definition des Wahrscheinlichkeitsbegriffs sowie das Berechnen von und das Arbeiten mit Wahrscheinlichkeiten im Vordergrund.

Zufallsexperiment, Ergebnis	Simulation von Zufallsexperimenten, auch unter Nutzung des Computers
Ergebnismenge	Hinweis auf unendliche Ergebnismengen
Zufällige Ereignisse	
Operationen mit zufälligen Ereignissen	
<i>Ereignisraum bzw. –feld</i>	
<i>Definitionsversuche zur Wahrscheinlichkeit</i>	Historische Entwicklung
<i>Axiome von Kolmogorow</i>	A. N. KOLMOGOROW (1903 – 1987)
	Vorzüge und Nachteile dieser Definition
Verschiedene Zugänge zum Begriff der Wahrscheinlichkeit:	Verwenden von Hilfsmitteln der Kombinatorik, Nutzen von Zähl- und Pfadregeln, Arbeit mit Urnenmodellen
- Statistischer Wahrscheinlichkeitsbegriff (Eingehen auf relative Häufigkeit)	
- Klassischer Wahrscheinlichkeitsbegriff (Laplace-Wahrscheinlichkeit)	Eingehen auf den geometrischen Wahrscheinlichkeitsbegriff
	P. S. LAPLACE (1749 – 1827)
Additionssatz	

Bedingte Wahrscheinlichkeit	
Eigenschaften der bedingten Wahrscheinlichkeit	
Satz über die totale Wahrscheinlichkeit und Bayes'sche Formel	Plausibilitätsbetrachtungen über Baumdiagramme T. BAYES (1702 – 1761)
Unabhängigkeit zufälliger Ereignisse Multiplikationssatz	Zuverlässigkeitstheorie (Reihen- und Parallelsysteme)

Lernbereich 2: Zufallsgrößen und ihre Charakteristiken**20 Std.**

Der Schüler lernt die „Zufallsgröße“ als eine auf dem Ereignisraum definierten Funktion kennen und wird in die Lage versetzt, die sie charakterisierenden Parameter zu berechnen. Als praxisrelevante Anwendungen werden spezielle Verteilungen (Gleich- und Binomialverteilung) behandelt, um entsprechende Sicherheit in der Ermittlung der Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion sowie der Berechnung der zugehörigen Kenngrößen (Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung) zu erlangen. Außerdem soll der Schüler verstehen, dass die Normalverteilung häufig eine geeignete Approximation der Binomialverteilung darstellt.

Diskrete und stetige Zufallsgrößen	
Charakteristiken von Zufallsgrößen:	
- Wahrscheinlichkeitsfunktion	
- Verteilungsfunktion	
- Z Dichtefunktion	
Kenngrößen von Zufallsgrößen:	
- Erwartungswert	Beschränkung auf diskrete Zufallsgrößen
- Varianz, Standardabweichung	
Diskrete Gleichverteilung	
Binomialverteilung	Jakob BERNOULLI (1655 – 1705)
Normalverteilung und Binomialverteilung	
<i>Ungleichung von Tschebyschow</i>	P. L. TSCHEBYSCHOW (1821 – 1894)
Gesetz der großen Zahlen	

Lernbereich 3: Elemente der Beurteilenden Statistik**15 Std.**

Der Schüler soll in diesem Abschnitt Grundbegriffe und Methoden der Beurteilenden Statistik kennen lernen und auf praxisbezogene Probleme anwenden können. Mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung wird von einer gegebenen Stichprobe auf die Grundgesamtheit geschlossen. Die Zuverlässigkeit statischer Betrachtungsweisen und ihre Aussagekraft in der gegebenen Situation soll der Schüler kritisch beurteilen lernen.

<p>Grundproblem der Beurteilenden Statistik</p> <p>Grundgesamtheit, Stichproben vom Umfang n zu einer Zufallsgröße</p> <p>Parameterschätzung (Erwartungstreue Schätzfunktionen)</p> <p>Aufstellen und Prüfen von Hypothesen</p> <p>Spezielle Tests für Parameter</p> <p>Erörterung der Fehler 1. und 2. Art</p> <p>Z Spezielle parameterfreie Tests</p> <p>Z Schätzen bzw. Testen durch Simulation</p>	<p>Auch: Bestimmung der Stichprobengröße bei gegebenem Genauigkeitsintervall</p> <p>Gedacht ist an Binomial- und Normalverteilung (möglicherweise Beschränkung auf einen Verteilungstyp).</p>
---	---