

Normalenvektoren, „Glättung eines Oktaeders“

Für die Aufgabe wird das POV-Ray-Paket „vorlage.inc“ benötigt. Öffnen Sie zur Lösung der Aufgabe am besten die Datei „vorlage.pov“, nachdem Sie sich überzeugt haben, dass sich „vorlage.inc“ und „vorlage.pov“ zusammen in einem Ordner befinden.

Aufgabe 22

Die Abbildung zeigt ein Oktaeder (Achtflächner) mit den Eckpunkten $P_1(1;0;0)$, $P_2(0;1;0)$, $P_3(-1;0;0)$, $P_4(0;-1;0)$, $P_5(0;0;-1)$ und $P_6(0;0;1)$.

- a) Geben Sie die Koordinaten der Eckpunkte des Oktaeders in POV-Ray ein:

```
#declare P1 = <1,0,0> ;
...
#declare P6 = <0,0,1> ;
```

- b) Überlegen Sie, welche Dreiecke Sie durch ihre Eckpunkte beschreiben müssen, damit Sie alle Seitenflächen des Oktaeders erfassen. Stellen Sie dann das Oktaeder in POV-Ray als Vereinigung (`union{ }`) von Dreiecken (`triangle{...,...,...}`) in folgender Weise dar:

```
object{ union { triangle {P1,P5,P2}      // Insgesamt 8 Dreiecke für die
      ...                               } // Seitenflächen des Oktaeders.
      texture{ Textur angeben }         // Geben Sie eine Textur an.
    }
```

Rendern Sie das Oktaeder. Es sollte ein ähnliches Bild wie in der obigen Abbildung entstehen.

- c) Ermitteln Sie Gleichungen der 8 Ebenen, in denen die Seitenflächen des Oktaeders liegen.
 d) Bestimmen Sie für jede dieser Ebenen einen Normaleneinheitsvektor.
 e) Berechnen Sie für jeden der Eckpunkte P_1 bis P_6 des Oktaeders den Mittelwert der Normaleneinheitsvektoren aller Seitenflächen, die an den jeweiligen Eckpunkt angrenzen.
 f) Normieren Sie diese „gemittelten“ Normalenvektoren.
 g) Ordnen Sie die normierten gemittelten Normalenvektoren $\vec{n}_1 \dots \vec{n}_6$ den Punkten $P_1 \dots P_6$ zu und stellen Sie das Oktaeder als Vereinigung "geglätteter Dreiecke" in folgender Weise dar:

```
object{
  union{
    smooth_triangle {P1,n1,P5,n5,P2,n2}
      ... weitere 7 „geglättete Dreiecke“ ...
    texture{ Textur angeben }
  }
}
```

Rendern Sie nun Ihre Darstellung mithilfe von POV-Ray.

