

## Skalarprodukt, Winkel, Normalenvektoren

Die Aufgaben setzen die Benutzung des POV-Ray-Zusatzpaketes „anageo.inc“ voraus. Öffnen Sie zur Lösung der Aufgaben am besten die Datei „anageo.pov“, nachdem Sie sich überzeugt haben, dass sich „anageo.inc“ und „anageo.pov“ zusammen in einem Ordner befinden. Beachten Sie die Beschreibungen und Hinweise auf dem Arbeitsblatt „Visualisierung von Inhalten der analytischen Geometrie mit POV-Ray“.

### Aufgabe 20

Gegeben sind zwei Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ .

- Berechnen Sie die Beträge der Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ .
- Berechnen Sie das Produkt der Beträge:  $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ .
- Berechnen Sie das Skalarprodukt der Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ .
- Vergleichen Sie das Skalarprodukt  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  mit dem Produkt der Beträge  $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ .
- Stellen Sie die Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  in POV-Ray dar (als Pfeile, die im Ursprung beginnen), verwenden Sie den Befehl `ortsvektor (<x,y,z>, textur)`.
- Betrachten Sie die grafische Darstellung aus verschiedenen Richtungen. Schätzen Sie den Winkel zwischen den beiden Vektoren.

a)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

b)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$

c)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ -4 \end{pmatrix}$

d)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$

Können Sie einen Zusammenhang zwischen dem Winkel der beiden Vektoren und dem Skalarprodukt erkennen? Hat das Produkt der Beträge dabei noch eine Bedeutung?

### Aufgabe 21

Gegeben ist eine Ebene  $E$  durch eine Koordinatengleichung der Form  $Ax + By + Cz + D = 0$ .

- Ermitteln Sie einen Punkt  $P$ , der in der Ebene  $E$  liegt.
- Stellen Sie die Ebene  $E$  durch die Anweisung `ebene (A,B,C,D,textur)` und den von Ihnen ermittelten Punkt mittels `punkt (<x,y,z>, textur)` dar.
- Stellen Sie nun außerdem den Vektor  $\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix}$ , der sich aus den Koeffizienten  $A, B$  und  $C$  der

Ebenengleichung ergibt, als Pfeil dar, der im Punkt  $P$  beginnt:

`vektoranpunkt (<xP,yP,zP.`

a)  $E: 2x + 3y + 4z - 4 = 0$

b)  $E: 2x - 1,5y - 3z + 4 = 0$

Welche Vermutung haben Sie hinsichtlich der Lage des Vektors  $\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix}$  in Bezug auf die Ebene  $E$ ?