

Bézierkurven 1: Konstruktion eines (kubischen) Bézierkurvenstücks in GeoGebra

1. Erzeugen Sie vier Kontrollpunkte $P_0 \dots P_3$ und die Verbindungsstrecken $\overline{P_0P_1}$, $\overline{P_1P_2}$ und $\overline{P_2P_3}$.
2. Platzieren Sie einen Punkt auf der Strecke $\overline{P_0P_1}$ („Punkt auf Objekt“), nennen Sie ihn Q_0 .
3. Nun muss ermittelt werden, in welchem Verhältnis Punkt Q_0 die Strecke $\overline{P_0P_1}$ teilt (wir benötigen dann auf den anderen Strecken Punkte mit demselben Teilungsverhältnis):

$$\text{Abstand}[P_0, Q_0] / \text{Abstand}[P_0, P_1]$$

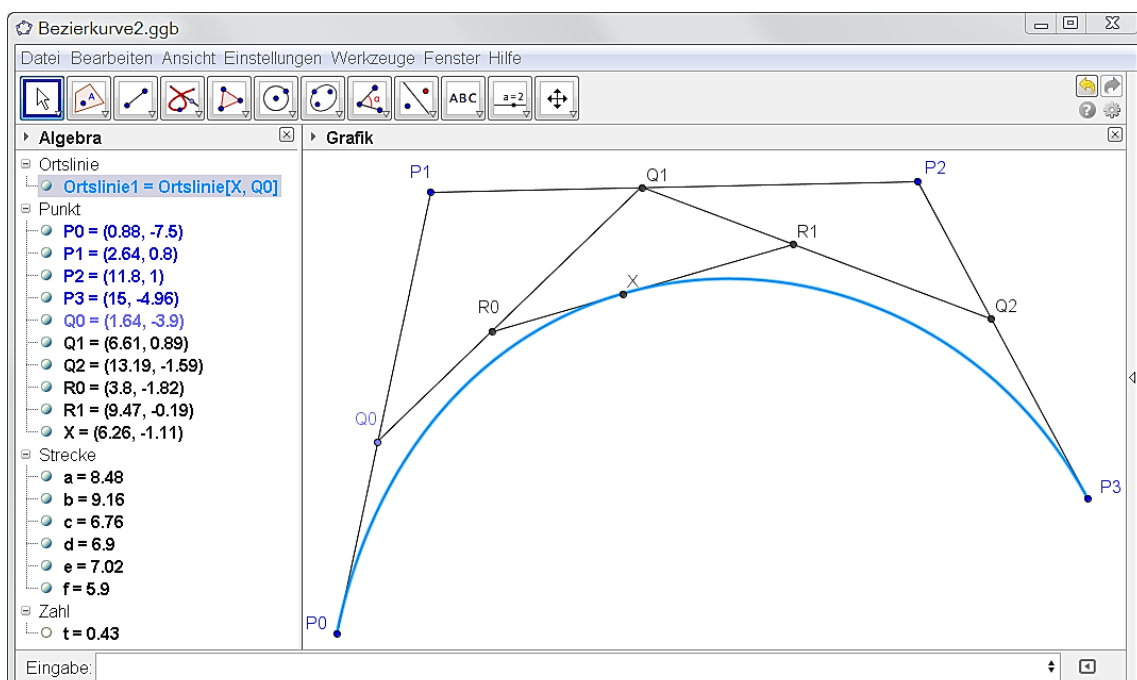
Wir nennen diese Zahl (die links im Algebra-Fenster erscheint) t . Wenn man Q_0 von P_0 nach P_1 verschiebt, sollte sich t von 0 bis 1 verändern.

4. Nun werden auf den Strecken $\overline{P_1P_2}$ und $\overline{P_2P_3}$ Punkte Q_1 bzw. Q_2 erzeugt, die diese Strecken ebenfalls im Verhältnis t teilen. Hierfür gibt es viele Möglichkeiten, besonders einfach gibt man in GeoGebra ein: $P_1 + t \cdot (P_2 - P_1)$ und $P_2 + t \cdot (P_3 - P_2)$.

Zur Probe, ob das wie gewünscht funktioniert hat, bewegen wir Q_0 auf $\overline{P_0P_1}$; die neu erzeugten Punkte sollten sich dabei auf „ihren“ Strecken entsprechend bewegen.

Der erste Schritt des de-Casteljau-Algorithmus ist damit abgeschlossen und wir kommen zum zweiten Schritt.

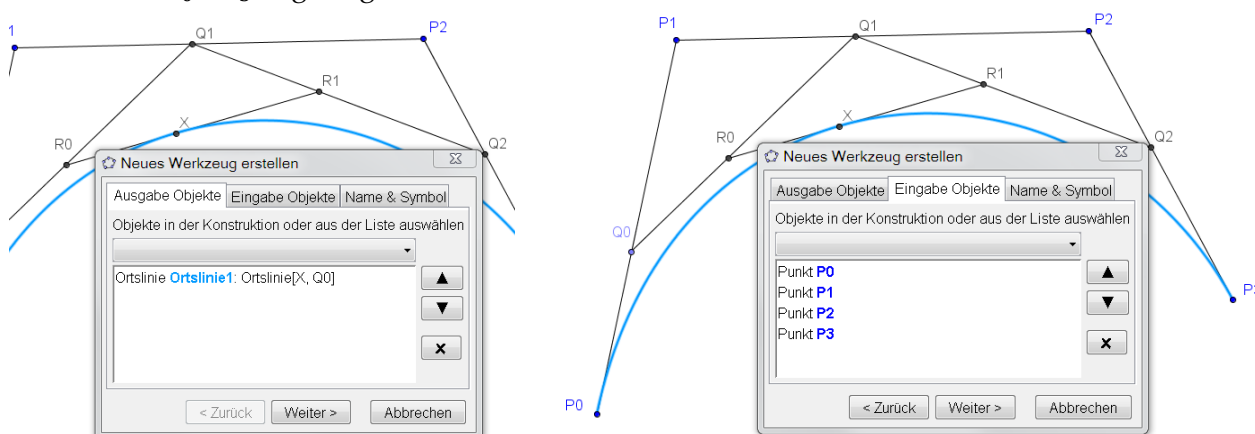
5. Wir verbinden Q_0 und Q_1 sowie Q_1 und Q_2 durch Strecken und erzeugen auf diesen Strecken erneut Teilungspunkte mit dem Teilungsverhältnis t (wie unter 4. beschreiben). Diese werden im Folgenden mit R_0 bzw. R_1 bezeichnet.
6. Im dritten (und wenn man von vier Punkten ausgeht) letzten Schritt des de-Casteljau-Algorithmus verbinden wir R_0 und R_1 durch eine Strecke, auf der wir wiederum einen Teilungspunkt mit dem Teilungsverhältnis t erzeugen. Wir nennen diesen Punkt X ; es ist der „Zeichenstift“, der das Bézierkurvenstück generieren wird.
7. Schalten Sie die Spur des Punktes X ein und bewegen Sie Q_0 auf $\overline{P_0P_1}$.
8. Schalten Sie die Spur wieder aus und erzeugen Sie die Ortslinie von X in Abhängigkeit von Q_0 . Bewegen Sie Kontrollpunkte $P_0 \dots P_3$ „nach Herzenslust“.




Bézierkurven 2: Erzeugen eines neuen Werkzeugs „Bézierkurvenstück“; Zeichnen zusammengesetzter Bézierkurven

Um komplexere Formen zu zeichnen, benötigt man natürlich mehrere Bézierkurvenstücke, die geeignet aneinander gefügt werden müssen. Dazu lässt sich aus der vorher durchgeführten Konstruktion ein neues „Werkzeug“ erstellen:

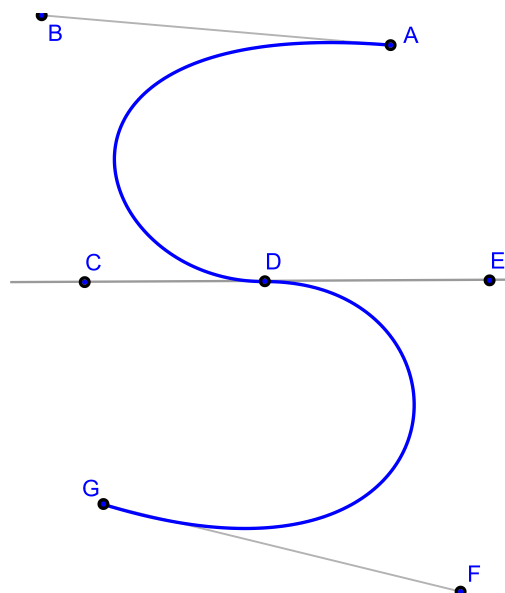
1. Wählen Sie in GeoGebra Werkzeuge → Neues Werkzeug. Wählen Sie als *Ausgabeobjekt* die zuvor erstellte Bézierkurve.
2. Wenn Sie nun auf *Eingabeobjekte* gehen, werden schon die „richtigen“ Objekte, nämlich die Punkte $P_0 \dots P_3$ angezeigt.



3. Geben Sie dem neuen Werkzeug nun noch einen Namen und aktivieren Sie die Anzeige eines Symbols in der Werkzeugleiste.
4. Ganz rechts in der Werkzeugleiste steht nun das neue Werkzeug „Bézierkurvenstück“  zur Verfügung.

Löschen Sie jetzt alle Elemente Ihrer bisherigen Konstruktion und konstruieren Sie „schöne Dinge“ mit dem neuen Werkzeug. Nach dem Auswählen von vier Punkten (oder einfach viermaligem Klicken, wobei entsprechende Kontrollpunkte erzeugt werden) wird jeweils ein Bézierkurvenstück generiert.

Meist möchte man glatte Übergänge zwischen zwei einzelnen Kurvenstücken erreichen. Dies ist möglich, indem man durch die letzten beiden Kontrollpunkte des ersten Kurvenstücks (hier C und D) eine Gerade legt und als ersten Punkt des zweiten Kurvenstücks den letzten Punkt des ersten Kurvenstücks (D) wählt. Der zweite Punkt des zweiten Kurvenstücks (E) wird dann auf der konstruierten Geraden platziert – diese ist dadurch gemeinsame Tangente an beide Kurvenstücke in D. (Die Kontrollpunkte und Hilfsgeraden können Sie natürlich später ausblenden, denn sie werden Ihre Kunstwerke beeinträchtigen.)



Lassen Sie nun Ihrer Kreativität freien Lauf.