

Übungen zu Stochastik 1

Aufgabe 1 (3 Punkte).

Eine Münze wird so oft geworfen bis „Zahl“ oben liegt.

- Wählen Sie einen passenden Raum Ω zur Beschreibung des obigen Versuchs.
- Welchen Teilmengen A, B von Ω entsprechen die Ereigniss $A =$ „Spätestens nach dem 5. Wurf liegt eine Zahl oben“, sowie $B =$ „Frühestens nach dem 5. Wurf liegt eine Zahl oben“?
- Geben Sie die Mengen $A \cap B$, sowie $A \cup B$ explizit als Teilmengen von Ω an.

Aufgabe 2 (4 Punkte).

Es sei Ω eine Menge und $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{P}(\Omega)$ eine σ -Algebra. Es sei $A_i \in \mathcal{A}$ für $i \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass die folgenden Ereignisse in \mathcal{A} liegen:

- $A_2 \setminus A_1$
- $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$
- das Ereignis „alle bis auf endlich viele der $A_i, i \in \mathbb{N}$ treten ein“
- das Ereignis „unendliche viele der $A_i, i \in \mathbb{N}$ treten ein“

Aufgabe 3 (4 Punkte).

Auf wie viele Arten kann man 3 Romane, 2 Mathematikbücher und 1 Chemiebuch in einem Regal anordnen, wenn

- Die Bücher beliebig sortiert werden dürfen,
- Die Mathematikbücher und die Romane jeweils nebeneinander stehen sollen,
- Die Romane nebeneinander stehen müssen, aber die anderen Bücher beliebig sortiert werden dürfen?

Aufgabe 4 (5 Punkte).

Es seien X, Y zwei Mengen und $f : X \rightarrow Y$ eine Abbildung. Es sei weiterhin $\mathcal{N} \subseteq \mathcal{P}(Y)$.

Zeigen Sie: $f^{-1}(\sigma(\mathcal{N})) = \sigma(f^{-1}(\mathcal{N}))$.

Dabei verwenden wir die Notation:

$$f^{-1}(A) := \{x \in X \mid f(x) \in A\} \quad \forall A \in \mathcal{P}(Y)$$

$$f^{-1}(\mathcal{A}) := \{f^{-1}(A) \mid A \in \mathcal{A}\} \quad \forall \mathcal{A} \subseteq \mathcal{P}(Y)$$

Abgabe: Donnerstag, 21.04.2011 vor der Vorlesung

Die Aufgaben sind auf getrennten Blättern zu bearbeiten und mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe zu versehen. Abgabe in Zweiergruppen ist möglich.