HUMBOLDT–UNIVERSITÄT ZU BERLIN
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät II
Institut für Mathematik
Prof. PhD. Andreas Griewank
Dr. Andrej Ponomarenko
Dipl.-Ing. Heinz–Jürgen Lange

Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik, Unter den Linden 6, D-10099 Berlin

Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik für Informatiker II

Serie 2. (Abgabe: bis 3.05.05)

Aufgabe 1: Seien $\{a_n\}, \{b_n\}$ reelle Folgen mit $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = b$. Man beweise die folgenden Rechenregeln:

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \{a_n \pm b_n\} = a \pm b$ (**2 Punkte**)

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \{|a_n|\} = |a|$ (**2 Punkte**)

Aufgabe 2: Man setze a_n jeweils gleich den folgenden Ausdrücken, berechne hiermit den Grenzwert A der Zahlenfolge $\{a_n\}_{n\to\infty}$ und bestimme danach ein $N = N(\varepsilon)$ derart, dass $|a_n - A| < \varepsilon$ für alle $n \geq N(\varepsilon)$ gilt.

a) $\left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^{10}$ (**2 Punkte**)

b) $\dfrac{\sin n + \cos^3 n}{\sqrt{n}}$ (**2 Punkte**)

Aufgabe 3: Benutze $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n = e$ um die Grenzwerte der Folgen zu berechnen:

a) $\left(1 + \dfrac{1}{3n}\right)^n$ (**2 Punkte**)

b) $\left(1 - \dfrac{1}{n-2}\right)^{n+5}$ (**2 Punkte**)

Aufgabe 4: Berechne die Grenzwerte

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(-2)^n + 3^n}{(-2)^{n+1} + 3^{n+1}}$ (**3 Punkte**)

b) $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ (**2 Punkte**)

Aufgabe 5: Benutze das Cauchy–Kriterium um die Konvergenz der Folge zu beweisen:

$$a_n = \frac{\sin 1}{2} + \frac{\sin 2}{2^2} + \cdots + \frac{\sin n}{2^n}$$

(**3 Punkte**)

Aufgabe 6: Beweise, dass die Folge konvergiert

$$a_1 = \sqrt{2},\ a_2 = \sqrt{2 + \sqrt{2}}, \ldots, \quad a_n = \underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \ldots \sqrt{2}}}}_{n \text{ Wurzeln}}$$

Hinweis: Zeige die Monotonie und Beschränktheit (Siehe den Satz C.47 (iii)). (**4 Punkte**)

phone: 030/2093-5820 fax: 030/2093-5848 e-mail: griewank@math.hu-berlin.de andrej@math.hu-berlin.de
lange@math.hu-berlin.de http://www.mathematik.hu-berlin.de/~gaggle/MATHINF