

HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN

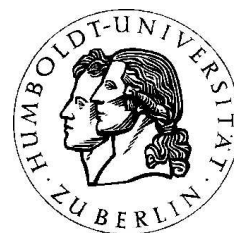
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT II

INSTITUT FÜR MATHEMATIK

PROF. PHD. ANDREAS GRIEWANK

DR. ANDREJ PONOMARENKO

DIPL.-ING. HEINZ-JÜRGEN LANGE



Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik, Unter den Linden 6, D-10099 Berlin

Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik für Informatiker II

Serie 7. (Abgabe: bis 14.06.05)

Aufgabe 1: Sei $f(x)$ eine dreimal differenzierbare Funktion. Finden Sie y'' und y''' , wenn:

a) $y = f\left(\frac{1}{x}\right)$ (1 Punkt)

b) $y = f(\varphi(x))$, wobei $\varphi(x)$ – hinreichend oft differenzierbar. (2 Punkte)

Aufgabe 2: Sei die Funktion $y = f(x)$ hinreichend oft differenzierbar. Finden Sie die Ableitungen x', x'', x''' der inversen Funktion $x = f^{-1}(y)$ vorausgesetzt, dass diese existiert. (2 Punkte)

Aufgabe 3: Finden Sie die Intervalle, auf denen die folgenden Funktionen streng monoton sind:

a) $y = \frac{\sqrt{x}}{x+100}, \quad x \geq 0$ (2 Punkte)

b) $y = \frac{x^2}{2^x}$ (2 Punkte)

Aufgabe 4: Beweisen Sie die folgenden Ungleichungen:

a) $e^x > 1 + x + \frac{x^2}{2}$ für $x > 0$ (3 Punkte)

b) $x - \frac{x^2}{2} < \ln(1+x) < x$ für $x > 0$ (3 Punkte)

Aufgabe 5: Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} x + x^2 \sin \frac{1}{x}, & \text{falls } x \neq 0 \\ 0 & \text{falls } x = 0 \end{cases}$$

im Punkt $x = 0$ wächst, jedoch nicht auf Intervallen $(-\varepsilon, \varepsilon)$ (mit $\varepsilon > 0$ - beliebig klein), die diesen Punkt enthalten. (3 Punkte)

Aufgabe 6: Finden Sie für die folgenden Funktionen ihre Wendepunkte und Intervalle, auf denen diese konvex bzw. konkav sind:

a) $y = x \sin(\ln x)$ (2 Punkte)

b) $y = e^{-x^2}$ (2 Punkte)