Humboldt-Universität zu Berlin
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät II
Institut für Mathematik
Unter den Linden 6, D-10099 Berlin

Prof. Andreas Griewank Ph.D.
Dr. Thomas M. Surowiec
Dr. Fares Maalouf

Übungsaufgaben Mathematik für InformatikerInnen II (SoSe 12)

Serie 1

Die Abgabe erfolgt zu am 23.04.2012.

---

1. (2 Punkte) Zeigen Sie, dass die Menge $\mathbb{F}_2 := \{0, 1\}$ bezüglich der binären Operationen $(+, \cdot)$ ein Körper ist, wobei $(+, \cdot)$ durch die folgenden Tabellen definiert sind:

$+$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\cdot$	0	1
0	0	0
1	0	1

2. (2 Punkte) Beweisen mit Hilfe der Körperaxiome die folgenden Aussagen

(a) $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$ und $\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \implies \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$.

(b) $|ab| = |a||b|$, $\forall a, b \in \mathbb{R}$.

(c) $||a| - |b|| \leq |a + b|$ (Hinweis: Folgt aus der Dreiecksungleichung)

(d) $x \in \mathbb{R}$ und $|x| < y$, $\forall y \in \mathbb{R}^+ \implies x = 0$.

3. (2 Punkte) Für eine Menge $A \subset \mathbb{R}$ definieren wir $-A := \{-a; a \in A\}$. Beweisen Sie mit Hilfe der Definition von inf und sup, dass

(a) $\inf\{-A\} = -\sup\{A\}$

(b) $\sup\{-A\} = -\inf\{A\}$

4. (2 Punkte) Es seien $a, b, c, d \in \mathbb{Q}$ und $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$. Zeigen Sie:

(a) Ist $ad - bc \neq 0$, so ist auch $cx + d \neq 0$ und

$$y := \frac{ax + b}{cx + d}$$

ist eine irrationale Zahl.

(b) Ist $ad - bc = 0$, so ist entweder $cx + d = 0$ oder $y \in \mathbb{Q}$.

Vergessen Sie nicht,

i) die Lösungen der vier schriftlichen Aufgaben sind getrennt voneinander abzugeben,

ii) dass jede Gruppe von maximal drei StudentInnen eine Serie abgeben sollte,

iii) alle Blätter mit Name(n), Matrikelnummer(n) und Übungsgruppe zu versehen,

iv) Ihre Lösung stets auf Basis der Vorlesung bzw. Übung zu begründen.

v) Alle elektronischen Lösungen sollen an math4inf@math.hu-berlin.de geschickt werden.