Humboldt-Universität zu Berlin
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät II
Institut für Mathematik
Unter den Linden 6, D-10099 Berlin

Prof. Andreas Griewank Ph.D.
Dr. Thomas M. Surowiec
Dr. Fares Maalouf

Übungsaufgaben Mathematik für InformatikerInnen II (SoSe 12)

Serie 10

Die Abgabe erfolgt zu am 25.06.2012 um 15:00 Uhr.

---

1. (4 Punkte) Sei $k > 0$ eine natürliche Zahl. Zeigen Sie, dass die Gleichung $x = \tan x$ im Intervall $](k - \frac{1}{2})\pi, (k + \frac{1}{2})\pi[$ genau eine Nullstelle ξ besitzt, und dass die Folge

$$x_0 := (k + \frac{1}{2})\pi$$
$$x_{n+1} := k\pi + \arctan(x_n), \ (n \in \mathbb{N}),$$

gegen ξ konvergiert. Berechnen Sie ξ mit einer Genauigkeit von 10^{-6} für die Fälle $k = 1, 2, 3$.

2. (4 Punkte) Zeigen Sie mit Hilfe von Satz C.157 aus dem Skript, dass das Polynom $f(x) = x^5 - x - \frac{1}{5}$ genau eine positive Nullstelle x^* hat. Nähern Sie x^* numerisch durch einen Wert $\tilde{x}$ an, für den gilt: $|f(\tilde{x})| \leq 10^{-6}$.

3. (4 Punkte) Wir betrachten die Funktion

$$f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}, \ f(x) := x^3.$$

Zeigen Sie, dass das Newton-Verfahren auch dann von allen $x_0 \in \mathbb{R}$ gegen 0 konvergiert, obwohl die Voraussetzungen von Satz C.157 in keiner Umgebung von 0 erfüllt sind.

4. (4 Punkte) Beweisen Sie das folgende Lemma: Wird eine Riemann-integrierbare Funktion an endlich vielen Stellen modifiziert (sie wird dann im allgemeinen nicht stetig sein), so ist die resultierende Funktion immer noch Riemann-integrierbar und der Wert des Integrals unverändert.

Vergessen Sie nicht,

i) dass die Lösungen der vier schriftlichen Aufgaben getrennt voneinander abzugeben sind,

ii) dass jede Gruppe von maximal drei StudentInnen eine Serie abgeben sollte,

iii) alle Blätter mit Name(n), Matrikelnummer(n) und Übungsgruppe zu versehen,

iv) Ihre Lösung stets auf Basis der Vorlesung bzw. Übung zu begründen.

v) dass alle elektronischen Lösungen an math4inf@math.hu-berlin.de geschickt werden sollen.