Humboldt-Universität zu Berlin
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät II
Institut für Mathematik
Unter den Linden 6, D-10099 Berlin

Prof. Andreas Griewank Ph.D.
Dr. Thomas M. Surowiec
Dr. Fares Maalouf

Übungsaufgaben Mathematik für InformatikerInnen II (SoSe 12)

Serie 6

Die Abgabe erfolgt zu am 28.05.2012 um 15:00 Uhr.

---

1. (2 Punkte) Seien $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ und $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ Funktionen. Sei dazu $x_0, y_0 \in \mathbb{R}$ mit $y_0 = f(x_0)$. Zeigen Sie, dass wenn f in x_0 und g in y_0 stetig sind, dann die zusammengesetzte Funktion $(g \circ f)$ in x_0 stetig ist.
(**Hinweis:** Benutzen Sie das $\varepsilon - \delta$-Kriterium der Stetigkeit.)

2. (2 Punkte) Benutzen Sie die Intervallhalbierungsmethode zur Berechnung von Nullstellen der Funktion

$$f(x) = x^2 - 3.$$

Führen Sie die ersten 4 Iterationen mit der Initialisierung $f(1) = -2$, $f(2) = 1$ aus.

3. (4 Punkte)

(a) Sei f eine stetige Funktion auf $[a, b]$, so dass $f([a, b]) \subset [a, b]$. Zeigen Sie, dass es ein $c \in [a, b]$ gibt mit $f(c) = c$.
(**Hinweis:** Man kann die Funktion $\phi(x) = f(x) - x$ betrachten.)

(b) Sei f eine stetige Funktion, $f : [0, 1] \mapsto [0, 1]$, mit $f(0) = f(1)$. Zeigen Sie, dass es ein $c \in [0, \frac{1}{2}]$ gibt, so dass $f(c) = f(c + \frac{1}{2})$.

(c) Eine Person läuft 4 Kilometer in einer Stunde. Zeigen Sie, dass es ein Intervall von 30 Minuten gibt, in dem diese Person genau 2 Kilometer läuft.

4. (4 Punkte) Sei f die folgende reelle streng monoton wachsende Funktion:

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{falls } x < 1 \\ x^2 & \text{falls } 1 \leq x \leq 4 \\ 8\sqrt{x} & \text{falls } x > 4 \end{cases}$$

(a) Zeichnen Sie f.

(b) Ist f stetig ?

(c) Geben Sie eine Formel an, die die Umkehrfunktion f^{-1} definiert.

Vergessen Sie nicht,

i) die Lösungen der vier schriftlichen Aufgaben sind getrennt voneinander abzugeben,

ii) dass jede Gruppe von maximal drei StudentInnen eine Serie abgeben sollte,

iii) alle Blätter mit Name(n), Matrikelnummer(n) und Übungsgruppe zu versehen,

iv) Ihre Lösung stets auf Basis der Vorlesung bzw. Übung zu begründen.

v) Alle elektronischen Lösungen sollen an math4inf@math.hu-berlin.de geschickt werden.