

---

## Übungsaufgaben Mathematik für InformatikerInnen II (SoSe 12)

### Serie 7

Die Abgabe erfolgt zu am 04.06.2012 um 15:00 Uhr.

---

1. (6 Punkte) Bestimme folgende Grenzwerte:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 1} - x$	b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1}$
c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{1 + \frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{1}{x}}$	d) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}}$
e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1}$	f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(\sqrt{1+x^2} - x)$

2. (4 Punkte)

- (a) Sei die reelle Funktion  $f$  definiert durch:  $f(x) = 1$  falls  $x \in \mathbb{Q}$  und  $f(x) = 0$  falls  $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ . Zeige, dass es keine Punkte aus  $\mathbb{R}$  gibt, in denen  $f$  stetig ist.
- (b) Sei die reelle Funktion  $f$  definiert durch:  $f(x) = x$  falls  $x \in \mathbb{Q}$  und  $f(x) = 1 - x$  falls  $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ . In welchen Punkten  $x \in \mathbb{R}$  ist  $f$  stetig?

3. (6 Punkte) Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen:  $f_k : \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $k = 0, \dots, 5$ , mit  $a > 0$

a) $f_0(x) := x^x$ ,	b) $f_1(x) := x^{(x^x)}$
c) $f_2(x) := (x^x)^x$	d) $f_3(x) := x^{(x^a)}$
e) $f_4(x) := x^{(a^x)}$	f) $f_5(x) := a^{(x^x)}$

(Hinweis: Benutzen Sie die Äquivalenz:  $x = \exp(\ln(x)) = \ln(\exp(x))$  mit  $x \in \mathbb{R}_+^*$  und die Rechenregeln für Differenzierbarkeit.)

4. (4 Punkte) Für  $\alpha \in \mathbb{R}$  sei  $F_\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definiert durch

$$F_\alpha(x) = \begin{cases} x^\alpha & \text{für } x > 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \\ -|x|^\alpha & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

Für welche  $\alpha$  ist  $F_\alpha$  im Nullpunkt stetig, für welche  $\alpha$  differenzierbar?

---

Vergessen Sie nicht,

- die Lösungen der vier schriftlichen Aufgaben sind getrennt voneinander abzugeben,
- dass jede Gruppe von maximal drei StudentInnen eine Serie abgeben sollte,
- alle Blätter mit Name(n), Matrikelnummer(n) und Übungsgruppe zu versehen,
- Ihre Lösung stets auf Basis der Vorlesung bzw. Übung zu begründen.
- Alle elektronischen Lösungen sollen an math4inf@math.hu-berlin.de geschickt werden.