HUMBOLDT–UNIVERSITÄT ZU BERLIN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT II
INSTITUT FÜR MATHEMATIK
PROF. PHD. ANDREAS GRIEWANK
DR. ANDREJ PONOMARENKO
DIPL.-ING. HEINZ–JÜRGEN LANGE

Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik, Unter den Linden 6, D-10099 Berlin

Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik für Informatiker I

Serie 11. (Abgabe: bis 1.02.05)

Aufgabe 1: Eine Teilmenge $\mathcal{M}$ eines linearen Vektorraumes heißt affiner Unterraum, falls

$$u, v \in \mathcal{M},\ \lambda \in \mathbb{R} \quad \Longrightarrow \quad \lambda u + (1-\lambda)v \in \mathcal{M}$$

und heißt konvexe Menge, wenn dies nur unter der Einschränkung $0 \leq \lambda \leq 1$ gilt.

(i) In welchen Beziehungen stehn für $\mathcal{M} \subset V$ die Aussagen: (**5 Punkte**)
(m.a.W. aus welcher Aussage folgt andere?)

(a) $\mathcal{M}$ ist affiner Unterraum
(k) $\mathcal{M}$ ist konvexe Menge
(l) $\mathcal{M}$ ist linearer Unterraum

(ii) Für zwei Untermengen $\mathcal{M}, \mathcal{N} \subset V$ betrachte den Schnitt $\mathcal{M} \cap \mathcal{N}$ und die Summe

$$\mathcal{M} + \mathcal{N} = \{u + v \ :\ u \in \mathcal{M}, v \in \mathcal{N}\}$$

Betrachte das folgende Diagramm:

$\cap \diagdown +$	**(a)**	**(k)**	**(l)**
(a)	**(a)**		
(k)		**(k)**	
(l)			**(l)**

Die diagonalen Einträge bedeuten, dass Schnitte und Summen affiner, konvexer und linearer Mengen jeweils wieder affin, konvex oder linear sind. Fülle die verbliebenen 6 Kästchen aus und beweise zumindest zwei davon. (**5 Punkte**)

Aufgabe 2: Wie in Übung 10 , Aufgabe 1, betrachte die Vektoren

$$v_1 = (3,1,2), v_2 = (5,5,4), v_3 = (1,2,8), z = (7,4,5)$$

(i) Transformiere v_1, v_2, v_3 in eine orthonormale Basis b_1, b_2, b_3 durch das Gram–Schmidt–Orthogonalisierungsverfahren. (**3 Punkte**)

(ii) Berechne direkt die Koeffizienten von z bezüglich der in **(i)** erhaltenen orthonormalen Basis, d.h. die β_i, so dass (**3 Punkte**)

$$z = \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \beta_3 b_3$$

(iii) Nutze die in **(i)** erhaltenen Darstellungen der v_i als Linearkombinationen der b_i um für beliebiges z die Abhängigkeit des obigen β_i von den entsprechenden γ_i mit

$$z = \gamma_1 v_1 + \gamma_2 v_2 + \gamma_3 v_3$$

darzustellen. (**3 Punkte**)

phone: 030/2093-5820 fax: 030/2093-5848 e-mail: griewank@math.hu-berlin.de andrej@math.hu-berlin.de
lange@math.hu-berlin.de http://www.mathematik.hu-berlin.de/∼gaggle/MATHINF