HUMBOLDT–UNIVERSITÄT ZU BERLIN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT II
INSTITUT FÜR MATHEMATIK
PROF. PHD. ANDREAS GRIEWANK
DR. ANDREJ PONOMARENKO
DIPL.-ING. HEINZ–JÜRGEN LANGE

Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik, Unter den Linden 6, D-10099 Berlin

Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik für Informatiker I

Serie 13. (Abgabe: bis 15.02.05)

Aufgabe 1: Betrachte ein lineares Gleichungssytsem $Ax = b \in \mathbb{R}^m$ mit $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ und seine Lösungsmenge $X \equiv \{x \in \mathbb{R}^n : Ax = b\}$.

(i) Zeige, dass $X \subset \mathbb{R}^n$ immer affin ist! (**2 Punkte**)

(ii) Zeige, dass X ein linearer Unterraum ist gdw. $b = 0$, d.h. das Problem homogen ist! (**2 Punkte**)

(iii) Zeige, dass X nie aus genau zwei Elementen bestehen kann! (**2 Punkte**)

(iv) Konstruiere ein Beispiel, bei dem X leer ist! (**2 Punkte**)

(v) **Zusatzaufgabe:** Speziell in der linearen Optimierung betrachtet man oft Systeme linearer Ungleichungen der Form

$$Ax \leq b \quad \Leftrightarrow \quad \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leq b_i, \text{ für } i = 1, ..., m$$

Zeige, dass die Menge der x, die diese Bedingung erfüllen, konvex ist. (**2 Bonuspunkte**)

Aufgabe 2: Löse das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 1 & 5 & 2 \\ 2 & 4 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

(i) mit Gauss Elimination. (**2 Punkte**)

(ii) nach der Cramerschen Regel. (**3 Punkte**)

Aufgabe 3: Betrachte die Matrix

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 4 & -2 & 12 & 5 \\ 2 & 0 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

(i) Berechne die Determinante! (**3 Punkte**)

(ii) Untersuche wie sich das Ergebnis verändert, wenn man die zweite Zeile mit einer reelen Zahl μ multipliziert! (**2 Punkte**)

Aufgabe 4: Berechene das charakteristische Polynom der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -9/7 & 1 & 2 \\ 10/7 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

und berechne ihre Eigenwerte sowie zumindest einen Eigenvektor. (**4 Punkte**)

phone: 030/2093-5820 fax: 030/2093-5848 e-mail: griewank@math.hu-berlin.de andrej@math.hu-berlin.de
lange@math.hu-berlin.de http://www.mathematik.hu-berlin.de/~gaggle/MATHINF