**HUMBOLDT–UNIVERSITÄT ZU BERLIN**
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät II
Institut für Mathematik
Prof. PhD. Andreas Griewank
Dr. Andrej Ponomarenko
Dipl.-Ing. Heinz–Jürgen Lange

Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik, Unter den Linden 6, D-10099 Berlin

# Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik für Informatiker I

## Serie 9. (Abgabe: bis 18.01.05)

**Aufgabe 1:** Im Anschauungsraum betrachte die Vektoren $u = (2, 5, 1)^T$ und $v = (3, 2, 4)^T$.

**a)** Berechne die Euklidische Länge von $u, v, u + v, u - v$ und verifiziere die Dreiecksungleichung und die Parallelogramm–Gleichung. (**4 Punkte**)

**b)** Berechne das Innere Produkt $u \cdot v$ und verifiziere die Gültigkeit der Cauchy–Schwarz–Ungleichung. (**3 Punkte**)

**c)** Berechne den Winkel $\phi$ zwischen $u$ und $v$. (**2 Punkte**)

**d)** Berechne die orthogonale Projektion $\tilde{u}$ von $u$ auf $v$. (**2 Punkte**)

**e)** Prüfe, dass $u - \tilde{u}$ orthogonal zu $v$ ist. (**2 Punkte**)

**f)** Berechne den Vektor $\tilde{v}$, der sich von obigen $v$ nur in der letzten Komponente unterscheidet und zu $u$ orthogonal ist. (**2 Punkte**)

**g)** Berechne den minimalen Abstand zwischen $u$ und $v = (3, 2, \nu)^T$ mit $\nu$ als Variable. (**3 Punkte**)

**h)** Berechne das Kreuzprodukt $u \times v$ und zeige, dass es sowohl zu $u$, als auch zu $v$ orthogonal ist. Außerdem prüfe $||u \times v|| = ||u|| \, ||v|| \sin \phi$ mit $\phi$ wie in **Aufgabe c)**. (**3 Punkte**)

**i)** Für $w = (1, 2, 6)^T$ berechne das Spatprodukt $[u, v, w]$ und entscheide, ob das System $u, v, w$ links- oder rechts-orientiert ist. (**2 Punkte**)

**j)** Überprüfe, dass $|[u, v, w]| \le ||u|| \, ||v|| \, ||w||$. (**2 Punkte**)

**Aufgabe 2:** Betrachte die $L_1$ Norm: $||v||_1 = |\nu_1| + |\nu_2| + |\nu_3|$

**a)** Zeige, dass $|| \cdot ||_1$ für beliebige $u$ und $v$ die Dreiecksungleichung $||u + v||_1 \le ||u||_1 + ||v||_1$ erfüllt. (**2 Punkte**)

**b)** Zeige, dass $|| \cdot ||_1$ für die in **Aufgabe 1** angegebenen Vektoren $(u, v)$ die Parallelogramm–Gleichung nicht erfüllt. (**2 Punkte**)

**c)** Verifiziere für $u$ und $v$ (aus **Aufgabe 1**), dass $|| \cdot ||_1$ die umgekehrte Dreiecksungleichung erfüllt. (**2 Punkte**)

**d)** Betrachte die Punkte $u = (1, 0)$ und $v = (2, 2)$ in der Ebene $\mathbb{R}^2$. Zeige geometrisch, dass es mehrere Werte $\alpha \in \mathbb{R}$ gibt, für die $||u - \alpha v||_1$ minimal wird. (**3 Punkte**)

**Aufgabe 3:** Die Koordinaten von Berlin sind $13°20'$ Länge und $52°31'$ Breite. Der Abstand vom Erdmittelpunkt ist $|r| = 6371$ km. Betrachte ein Koordinatensystem mit diesem Ursprung, der Erdachse als $z$–Achse und Greenwich Meridian in der $z - x$–Ebene. Die Rotationsgeschwindigkeit der Erde ist $\omega = 7.2921 * 10^{-5}$ rad/s. Berechne den Geschwindigkeitsvektor von Berlin in diesem Koordinatensystem. (**4 Punkte**)

phone: 030/2093-5820 fax: 030/2093-5848 e-mail: griewank@math.hu-berlin.de andrej@math.hu-berlin.de
lange@math.hu-berlin.de wagnerha@math.hu-berlin.de http://www.mathematik.hu-berlin.de/~gaggle/MATHINF