



Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik für Informatiker I

Serie 4. (Abgabe: bis 24.11.04)

Aufgabe 1:

Betrachte nebenstehendes Auswertungsprogramm. Falls der Wert von v_j benötigt wird, um den Wert von v_i zu berechnen, schreiben wir $v_j \prec v_i$. Zeichne den Graphen dieser partiellen Ordnung. Finde einen längsten gerichteten Pfad und ein Paar von Knoten (v_s, v_t) , die bzgl. der partiellen Ordnung \prec nicht vergleichbar sind.

$$v_1 = 3.0$$

$$v_2 = 4 + v_1$$

$$v_3 = \cos\left(\frac{1}{3}\pi\right) - v_1 + v_2$$

$$v_4 = v_2 - v_1^2 - v_3$$

$$v_5 = 23 * v_2 + \exp(v_1)$$

$$v_6 = v_4 - v_2 * 3$$

$$v_7 = v_5 / v_1 + v_6$$

$$v_8 = v_6 * v_7$$

3 Punkte

Aufgabe 2:

Verifiziere die Eigenschaften der Assoziativität, Absorbition und Konsistenz von \inf und \sup im Verband $\mathcal{P}(A)$ der Teilmengen einer Menge A .

4 Punkte

Aufgabe 3:

Zeige, dass jede reflexiv wohlgeordnete Menge ein Verband ist.

2 Punkte

Aufgabe 4:

a) Beweise, dass der GGT homogen ist in dem Sinne, dass für alle $a, b, c \in \mathbb{N}_+$

3 Punkte

$$\text{GGT}(c * a, c * b) = c * \text{GGT}(a, b)$$

gilt. **Hinweis:** Setze $g = \text{GGT}(a, b)$ und $h = \text{GGT}(c * a, c * b)$. Zeige zunächst, dass $c * g$ ein gemeinsamer Teiler von $c * a$ und $c * b$ ist. Führe dann die Annahme, dass h ein echtes Vielfaches von $c * g$ ist, zum Widerspruch zur Definition von g .

b) (Zusatzaufgabe) Unter Nutzung von a) zeige für beliebige $a, b, d \in \mathbb{N}_+$:

4 Punkte

$$\text{Aus } a|d \wedge b|d \text{ folgt } \frac{a * b}{\text{GGT}(a, b)} \mid d.$$

Folgere, dass die linke Seite das eindeutig definierte kleinste gemeinsame Vielfache $\text{KGV}(a, b)$ von a und b ist.

Aufgabe 5: Sei $a = 17199$ und $b = 25389$.

a) Berechne den GGT von a und b mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus.

3 Punkte

b) Berechne die Primfaktorzerlegung von a und b .

3 Punkte

c) Berechne $\text{GGT}(a, b)$ mit Hilfe der Primfaktorzerlegung und vergleiche das Ergebnis mit dem von a).

2 Punkte