



Ergänzung zur Vorlesung Analysis I\* (WS 08/09)

---

**Satz** (Anordnungsregeln). In  $\mathbb{R}$  gelten die Anordnungsregeln; d.h. für alle  $x, y, z \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned}(i) \quad x > 0 \wedge y > 0 &\implies x + y > 0 \wedge xy > 0 \\ x \geq 0 \wedge y > 0 &\implies x + y > 0 \wedge xy \geq 0 \\ x \geq 0 \wedge y \geq 0 &\implies x + y \geq 0 \wedge xy \geq 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(ii) \quad x \leq y \wedge y < z &\implies x < z \\ x \leq y \wedge y \leq z &\implies x \leq z\end{aligned}$$

$$(iii) \quad x^2 = x \cdot x \geq 0 \wedge 0 < 1$$

$$\begin{aligned}(iv) \quad x > 0 &\implies (-x) < 0 \wedge x^{-1} > 0 \\ x < 0 &\implies (-x) > 0 \wedge x^{-1} < 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(v) \quad 0 < x < y &\implies x^{-1} > y^{-1} \\ 0 < x \leq y &\implies x^{-1} \geq y^{-1}\end{aligned}$$

$$(vi) \quad x < y \iff -x > -y \wedge x \leq y \iff -x \geq -y$$

*Bemerkung.* Nach (v) und (vi) muss man bei Ungleichungen das Zeichen umkehren, wenn beide Seiten invertiert oder mit einer negativen Zahl multipliziert werden.