HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
INSTITUT FÜR MATHEMATIK
PROF. PHD. A. GRIEWANK
DR. L. LEHMANN; DIPL.-MATH. J. HEERDA

Ergänzung zur Serie 4 der Übungsaufgaben zur Analysis I* (WS 08/09)

Definitionen

Definition (Teilfolge)**.** Sei $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge und $(n_k)_{k\in\mathbb{N}}$ eine streng monoton wachsende Folge natürlicher Zahlen.
Dann heißt $(y_k)_{k\in\mathbb{N}}$ mit $y_k := x_{n_k}$ eine Teilfolge von (x_n).

Definition (Häufungspunkt einer reellen Folge)**.** Ein Punkt x heißt Häufungspunkt der Folge $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$, falls in jeder noch so kleinen Umgebung von x unendlich viele Folgenglieder liegen, d.h.

$$\forall\,\varepsilon > 0\;\exists\,M \subset \mathbb{N} \text{ mit } \operatorname{card}(M) = \infty\;\forall\,k \in M : |x_k - x| < \varepsilon.$$

Definition (Nullfolge)**.** Eine Folge $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ heißt Nullfolge, falls $x_n \to 0$ für $n \to \infty$.

Definition (Bestimmte Divergenz)**.** Eine Folge $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ heißt bestimmt divergent gegen $+\infty$ bzw. $-\infty$ *(Schreibweise: $x_n \to +\infty$ bzw. $x_n \to -\infty$)*, falls

$$\forall\,c \in \mathbb{R}\;\exists\,n_0 \in \mathbb{N}\;\forall\,n \geq n_0 : x_n > c \qquad \text{bzw.} \qquad \forall\,c \in \mathbb{R}\;\exists\,n_0 \in \mathbb{N}\;\forall\,n \geq n_0 : x_n < c,$$

d.h. die Folge über- bzw. unterschreitet irgendwann jede Schranke und bleibt dann darüber bzw. darunter.