Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Mathematik
Prof. PhD. A. Griewank
Dr. L. Lehmann; Dr. Holger Heitsch, Dr. Jörn Müller

Übungsaufgaben zur Analysis I* (WS 10/11)
Serie 1

Abgabe bis 1. November 2010 (vor der Vorlesung)

Bitte jede Aufgabe auf einem extra Blatt abgeben. Auf jedes abgegebene Lösungsblatt oben deutlich den eigenen Namen und die Matrikelnummer sowie die Nummer der Übungsgruppe und den Namen des entsprechenden Übungsleiters schreiben!

Aufgabe 1.1: *10 Punkte*

(a) Stellen Sie die Wahrheitstafel auf für das »Ausschließende Oder«:

$$(X \vee Y) \wedge ((\neg X) \vee (\neg Y)).$$

(b) **(Beweisprinzip eines Widerspruchsbeweises)** Sei X eine wahre Aussage. Um mittels eines Widerspruchsbeweises zu zeigen, dass die Aussage Y wahr ist, beweist man unter Zuhilfenahme einer dritten Aussage Z:

$$X \to Z \quad \text{sowie} \quad (X \wedge (\neg Y)) \to \neg Z \quad \text{sind wahr.}$$

Beweisen Sie, dass unter diesen Voraussetzungen Y wirklich wahr sein muss.

Aufgabe 1.2: *10 Punkte*

Beweisen Sie die De Morgan'schen Regeln durch Vergleich der Wahrheitstafeln beider Seiten:

(L.i) $\neg(X \wedge Y) \leftrightarrow (\neg X) \vee (\neg Y)$;

(L.ii) $\neg(X \vee Y) \leftrightarrow (\neg X) \wedge (\neg Y)$.

und zeigen Sie anschließend, dass für beliebige Mengen M, A und B gilt:

(M.i) $M \setminus (A \cap B) = (M \setminus A) \cup (M \setminus B)$;

(M.ii) $M \setminus (A \cup B) = (M \setminus A) \cap (M \setminus B)$.

Aufgabe 1.3: *10 Punkte*

Seien A, B und C beliebige Mengen.

a) Negieren Sie die folgenden Aussagen:

(i) $\forall x \in A : \ x \in B \wedge x \in C$;

(ii) $\exists x \in A : \ x \in B \vee x \in C$.

b) Drücken Sie die Aussagen in a) mengentheoretisch, also mit Hilfe der Symbole $\subset$, $=$, $\cup$, $\cap$ und $\emptyset$ aus.

Bitte wenden.

Aufgabe 1.4: *10 Punkte*

Sie haben Ihre drei Bekannten Anton, Berta und Chris zu sich eingeladen und wissen folgendes:

1. Wenn Chris nicht kommt, kommt auch Berta nicht.
2. Berta oder Chris kommt, nicht aber beide.
3. Anton und Chris kommen, wenn überhaupt, dann nur zusammen.

Es seien A, B und C die Aussagen, dass Anton, Berta bzw. Chris kommt.

(i) Drücken Sie die drei bekannten Tatsachen mittels dieser Aussagen und der logischen Symbole aus.

(ii) Entscheiden Sie mit Hilfe einer Wahrheitstafel, wer kommt.

(iii) Begründen Sie auch durch sprachliches Argumentieren oder formales Rechnen, also ohne Benutzung der Wahrheitstafel, wer kommt.

Literaturhinweise

- Herbert Amann, Joachim Escher. *Analysis I*. 9., überarb. Auflage, Vieweg 2008.
- Ehrhard Behrends. *Analysis 1*. 3. Auflage, Vieweg 2007.
- Otto Forster. *Analysis I*. 3. Auflage, Birkhäuser 2006.
- Haro Heuser. *Lehrbuch der Analysis 1*. 14. Auflage, Teubner 2001.
- Winfried Kaballo. *Einführung in die Analysis I*. 2. Auflage, Spektrum 2000.
- Konrad Königsberger. *Analysis 1*. 5., durchges. Auflage, Springer 2001.
- Wolfgang Walter. *Analysis 1*. 7. Auflage, Springer 2004.
- `http://www-irm.mathematik.hu-berlin.de/~baum/Skript/skript1-2.htm`