Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Mathematik
Prof. Dr. Jochen Brüning
Vorlesung Analysis IIIa, WS 2008/09

ÜBUNGSBLATT 10

Abgabe am 14.01.2009 vor der Vorlesung (bis 13.10 Uhr)

Aufgabe 1. Zeigen Sie, dass jede Funktion $f \in BV(a,b)$ f.ü. in (a,b) differenzierbar ist, indem Sie Satz beweisen.

(5 Punkte)

Aufgabe 2. Es sei $f \in L^1([a,b])$ und $f(x) \geq 0$ für f.a. $x \in [a,b]$. Ist

$$\int_a^b f(x)\, dx = 0, \text{ so folgt } f(x) = 0 \text{ f.ü.}$$

(3 Punkte)

Aufgabe 3. Es sei $f \in L^1([a,b])$ und $\int_I f(x)\, dx = 0$ für jedes Intervall $I \subset [a,b]$. Dann ist $f(x) = 0$ f.ü.

(4 Punkte)

Aufgabe 4. Ist f in $[a,b]$ absolut stetig und gilt $f'(x) \geq 0$ f.ü. in $[a,b]$, so ist f monoton wachsend.

(4 Punkte)

Aufgabe 5. Es sei f in $[a,b]$ absolut stetig. Dann gilt

$$t(x) = \int_a^x |f'(t)|\, dt, \quad t^{\pm}(x) = \int_a^x (f')^{\pm}(t)\, dt.$$

(4 Punkte)

Für weitere Hinweise zur Bearbeitung der Übungsblätter siehe
http://www.math.hu-berlin.de/~geomanal/analysis3.html