

Übungen, Analysis II (ohne Stern), SoSem 2011

Bernd Kummer

4. Serie bis Mo, 9. 5. 2011 ; 13.15 Uhr (in Neumann II.407)

Übungszeiten am Dienstag ab sofort jeweils von 9-11 und 11-13 Uhr (Herr Puffer übernimmt beide und die Mi-Uebung).

Aufgabe 1:

(2+2 P) Überprüfen Sie die Symmetrie (gemischter) zweiter Ableitungen anhand der Beispiele

$$(a) \quad f(x, y) = x^2 \cosh y - ye^{(x^2)}$$

$$(b) \quad f(x, y) = y \ln(x^2) - x\sqrt{y}, \quad x, y > 1$$

mit reellen x, y .

Aufgabe 2:

(5 P) Man betrachte die Lösungen $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ von

$$F(x, y) = 0 \quad \text{für} \quad F(x, y) = x^2 + y^2 - 1 \quad (1)$$

in der Nähe der Punkte $a = (1, 0)$, $b = (0, 1)$, $c = (\frac{1}{2}\sqrt{2}, \frac{1}{2}\sqrt{2})$.

In welchem Fall (bzw. Fällen) wird (nach dem Satz über implizite Funktionen) durch (1) lokal eine eindeutige Funktion $y = y(x)$ definiert und wie sieht dann deren Ableitung an den gegebenen Stellen aus ?

Aufgabe 3:

(7 P) Man betrachte analog zu Aufgabe 2 die Lösungen $(x, y_1, y_2) \in \mathbb{R}^3$ des Gleichungssystems

$$F_i(x, y) = 0 \quad \text{für} \quad F_i(x, y) = x^i + y_1^2 + i y_2 - (2 + i) \quad (i = 1, 2) \quad (2)$$

nahe $(\bar{x}, \bar{y}) = (1, 1, 1)$, wobei nun $y(x) = (y_1(x), y_2(x)) \in \mathbb{R}^2$ gilt und die beiden Ableitungen y'_i (nach x) in $\bar{x} = 1$ gefragt sind.

Viel Erfolg.

Sum = 4+5+7 = 16 P.

Wie stets: Aufgaben auf getrennte Zettel und Name des Übungsleiters bitte mit angeben ! Abgabe als Gruppe (2 oder 3 Studenten/innen) ist möglich.

Als Service: Was gab es bisher in Analysis II ?

1. Woche Mo 11. 4., Mi 13. 4. 2011

Einfuehrung,

Norm, Frechet-Ableitung fuer Funktionen von 2 Variablen. 2 Beispiele (diffb / nicht diffb.) Notwendigkeit der Existenz partieller Ableitungen

2. Woche Mo 18. 4., Mi 20. 4. 2011

Norm im linearen Raum, Beispiel fuer fehlende Normaequivalenz und unstetige additive, homogene Funktionen, Frechet-Ableitung fuer Funktionen von \mathbb{R}^n in \mathbb{R}^m , Verbindung zu Matrizen und Skalarprodukt, Gradient, Differenzierbarkeit bei stetigen partiellen Ableitungen, Hesse-Matrix der 2. partiellen Ableitungen fuer f von \mathbb{R}^n in \mathbb{R} .

3. Woche Mi 27. 4. 2011

Satz von Schwarz zur Symmetrie 2. Ableitungen

4. Woche Mo 2. 5., Mi 4. 5. 2011

Satz ueber implizite Funktionen