Übungen, Analysis II (ohne Stern), SoSem 2011

Bernd Kummer

6. Serie bis Mo, 23. 5. 2011 ; 13.15 Uhr (in Neumann II.407)

---

1. Übungszeiten am Dienstag von 9-11 UND 11-13 Uhr.
2. Mündliche Nachprüfungen:

Allen, für die es die letzte (3.) Prüfung ist, empfehle ich dringend, den Analysis I-Kurs nochmals zu besuchen, um die Exmatrikulationsgefahr zu minimieren. Wer dennoch geprüft werden möchte, melde sich bitte per email bis 30.5. bei kummer@mathematik.hu-berlin.de . Ich lege dann zeitnah einen Konsultationstermin fest und prüfe bis etwa 20.6. 2011 (falls Anzahl der Teilnehmer ≤ 10, ansonsten geht es nur in der vorl.-freien Zeit).

3. Klausuren im Sommer-Semester 2011 Analysis II

- Di 19.07. 2011, 13 -15 Uhr, RUD 26, 0'115 (evtl. 1-2 Tage später)
- Mo 10.10. 2011, 10 -12 Uhr, RUD 26, 0'110

Aufgabe 1:

(5 P) Es sei $M \subset \mathbb{R}^n$ eine konvexe Menge. Beweisen Sie, dass dann für beliebige positive $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ mit $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$ gilt:
Aus $x, y, z \in M$ und $u = \lambda_1 x + \lambda_2 y + \lambda_3 z$ folgt $u \in M$.

Aufgabe 2:

(6 P) Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zweimal stetig differenzierbar und $f''(x) \geq 0 \ \forall x$.
Warum ist dann f konvex ?

Hinweis:
Wenden Sie (z.B.) auf $z = \lambda x + (1-\lambda)y;\ \lambda \in (0,1)$ mit (o.B.d.A.) $x < y$ den Mittelwertsatz für x, z und y, z an und beachten Sie $\lambda f(z) + (1-\lambda) f(z) = f(z)$. Natürlich braucht man $f'' \geq 0$.

Aufgabe 3:

(4+2 P) Es sei $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ konvex, und es gelte

$$(1) \quad f(x) > 0 \ \forall x \neq 0 \quad \text{sowie} \quad (2) \quad f(rx) = |r| f(x) \ \ \forall r \in \mathbb{R} \ \forall x \in \mathbb{R}^n.$$

(a) Zeigen Sie, dass dann f eine Norm des $\mathbb{R}^n$ ist.
(b) Warum gibt es keine Norm des $\mathbb{R}^n$, die im Nullpunkt differenzierbar ist ?

Viel Erfolg.
Sum = 5+6+6 = 17 P.

Wie stets: Aufgaben auf getrennte Zettel und Name des Übungsleiters bitte mit angeben ! Abgabe als Gruppe (2 oder 3 Studenten/innen) ist möglich.

Als Service: Was gab es bisher in Analysis II ?
1. Woche Mo 11. 4., Mi 13. 4. 2011
Einführung,
Norm, Frechet-Ableitung für Funktionen von 2 Variablen. 2 Beispiele (diffb / nicht diffb.) Notwendigkeit der Existenz partieller Ableitungen

2. Woche Mo 18. 4., Mi 20. 4. 2011
Norm im linearen Raum, Beispiel für fehlende Normäquivalenz und unstetige additive, homogene Funktionen, Frechet-Ableitung für Funktionen von Rn in Rm, Verbindung zu Matrizen und Skalarprodukt, Gradient, Differenzierbarkeit bei stetigen partiellen Ableitungen, Hesse-Matrix der 2. partiellen Ableitungen für f von Rn in R.

3. Woche Mi 27. 4. 2011
Satz von Schwarz zur Symmetrie 2. Ableitungen

4. Woche Mo 2. 5., Mi 4. 5. 2011
Satz über implizite Funktionen, Beispiele, (lokale) inverse Funktion

5. Woche Mo 9. 5., Mi 11. 5. 2011
Rechnen mit Ableitungen von $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$. Kettenregel, 1. und 2. Ableitung von $g(t) = f(tv)$ und Taylor-Satz für $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$.
Beginn Konvexität von Mengen und Funktionen sowie Konvexität jeder Norm.

6. Woche Mo 16. 5., Mi 18. 5. 2011
Stetigkeit konvexer Funktionen, Normäquivalenz im Rn.