

# Übungen, Analysis II (ohne Stern), SoSem 2011

Bernd Kummer

12. Serie bis Mo, 4. 7. 2011 ; 13.15 Uhr (in Neumann II.407)

Wir sind am Mi 13. 7. mit der Vorlesung in Schroedinger, 0'110 gleich neben 0'115.

---

**Klausuren** im Sommer-Semester 2011 Analysis II

- Mi 20.07. 2011, 10 -12 Uhr, RUD 26, 0'110

- Mo 10.10. 2011, 10 -12 Uhr, RUD 26, 0'110

## Aufgabe 1:

(4 P) Es sei  $y = y(x)$  eine beliebige Lösung der DGL

$$y'' + Ay' + By = \sin x; \quad A, B \in \mathbb{R} \text{ konstant} \quad (1)$$

Warum existiert dann die Ableitung  $y^{(k)}$  für jedes  $k \in \mathbb{N}$  ?

## Aufgabe 2:

(6 + 1 P) Wir betrachten die homogene DGL zu (1),

$$y'' + Ay' + By = 0; \quad A, B \in \mathbb{R} \text{ konstant.} \quad (2)$$

Die Gleichung  $\lambda^2 + A\lambda + B = 0$  habe die konjugiert-komplexe Lösung  $\lambda_{1/2} = \alpha \pm \beta i$ . Zeigen Sie:

a) Dann lösen die folgenden Funktionen  $y_1$  und  $y_2$  beide (2):

$$y_1(x) = e^{\alpha x} \cos(\beta x) \quad \text{und} \quad y_2(x) = e^{\alpha x} \sin(\beta x).$$

(b) Was folgt mit  $\beta = 0$  ?

## Aufgabe 3:

(4+2 P) (Wiederholung und nahe Zukunft)

(a) Finden Sie eine Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , die in keinem Punkt  $(\bar{x}, \bar{y}) \in \mathbb{R}^2$  stetig, aber in  $(0, 0)$  partiell differenzierbar ist.

Begründen Sie, warum beide Eigenschaften erfüllt sind.

(Hinweis: Benutzen Sie z.B. die Idee der Dirichlet-Funktion).

(b) Gibt es ein solches Beispiel auch für  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ?

Viel Erfolg. Sum = 17 P.

Wie stets: Aufgaben auf getrennte Zettel und Name des Übungsleiters bitte mit angeben ! Abgabe als Gruppe (2 oder 3 Studenten/innen) ist möglich.

Als Service: Was gab es bisher in Analysis II ?

1. Woche Mo 11. 4., Mi 13. 4. 2011

Einführung,

Norm, Frechet-Ableitung für Funktionen von 2 Variablen. 2 Beispiele (diffb / nicht diffb.) Notwendigkeit der Existenz partieller Ableitungen

2. Woche Mo 18. 4., Mi 20. 4. 2011

Norm im linearen Raum, Beispiel für fehlende Normäquivalenz und unstetige additive, homogene Funktionen, Frechet-Ableitung für Funktionen von  $\mathbb{R}^n$  in  $\mathbb{R}^m$ , Verbindung zu Matrizen und Skalarprodukt, Gradient, Differenzierbarkeit bei stetigen partiellen Ableitungen, Hesse-Matrix der 2. partiellen Ableitungen für  $f$  von  $\mathbb{R}^n$  in  $\mathbb{R}$ .

3. Woche Mi 27. 4. 2011

Satz von Schwarz zur Symmetrie 2. Ableitungen

4. Woche Mo 2. 5., Mi 4. 5. 2011

Satz über implizite Funktionen, Beispiele, (lokale) inverse Funktion

5. Woche Mo 9. 5., Mi 11. 5. 2011

Rechnen mit Ableitungen von  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ . Kettenregel, 1. und 2. Ableitung von  $g(t) = f(tv)$  und Taylor-Satz für  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ . Die Bedingung  $D^2f$  positiv definit für Minimum. Beginn Konvexität von Mengen und Funktionen sowie Konvexität jeder Norm.

6. Woche Mo 16. 5., Mi 18. 5. 2011

Stetigkeit konvexer Funktionen, Normäquivalenz im  $\mathbb{R}^n$ , Lagrange Multiplikator bei Minima mit einer Gleichungsrestriktion; Fundamentalsatz der Algebra

7. Woche Mo 23. 5., Mi 25. 5. 2011

Polynomdivision, konjugiert-komplexe Nullstellen, Ableitung einer komplexen Funktion  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ , Cauchy-Riemann Gleichungen.

8. Woche Mo 30. 5., Mi 1. 6. 2011

Vertiefung komplex differenzierbar, Partialbruchzerlegung begin.

9. Woche Mo 6. 6., Mi 8. 6. 2011

Partialbruchzerlegung end, Gebietsintegrale und Kurvenintegrale in Dim. 2., Green's Satz für - einfache - Gebiete,

10. Woche Mi 15. 6. 2011

Kompl. Integral auf geschlossener Kurve, Wegunabhängigkeit. Begin DGL, Trennung d. Variablen.

11. Woche Mo 20.6., Mi 22.6. 2011

weiter DGL: Spezielle Typen: homogene DGL, lin Gleich.  $y' + a(x)y + b(x)y = c(x)$ , Bernoulli, Riccati. Anwendung des Banachschen Fixpunktsatz auf  $x' = f(x, t)$ : Vollständigkeit von  $C[a, b]$ , Kontraktivität bei Lip.-Bedingung und kleinem  $b-a$ .

12. Woche Mo 27.6., Mi 29.6. 2011

Picard-Lindelöf, der Fall eines Systems, Existenz und Eindeutigkeit für lin. DGL-System mit stetigen Koeffizienten.