Übungen, Einführung in die Spieltheorie, WiSem 2011/12

Bernd Kummer

Bitte Übungsblätter stets mit Namen und HS-Nummer versehen.

10. Serie bis Do, 19. 1. 2012 ; 15.00 Uhr

zu Selection Theorem für uhs Abbildungen.

1. C. Berge formulierte einst die Aussage: Der Durchschnitt $F(x) = F_1(x) \cap F_2(x)$ zweier unterhalb stetiger Abbildungen $F_1, F_2 : X \rightrightarrows Y$ ist wieder unterhalb stetig.

1.1 (4P) Finden Sie ein Gegenbeispiel (Es geht mit Bildmengen, die Strecken im $\mathbb{R}^2$ sind).

1.2 (2P) Zeigen Sie, dass die Aussage richtig bleibt, wenn F_1 unterhalb stetig ist und (stärker) die Mengen $F_2^{-1}(y) = \{x \in X \mid y \in F_2(x)\}$ alle offen sind.

2. Uhs für lineare Gleichungen

2.1 (2P) Warum ist die Abbildung $F : \mathbb{R}^m \rightrightarrows \mathbb{R}^n$ mit $F(b) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = b\}$ für jede (m, n) Matrix A mit $\text{rang}(A) = m$ unterhalb stetig ?

2.2 (1P) Warum gilt das nicht mit jeder (m, n) Matrix ?

sum 9 P
Viel Erfolg !

Ergänzungs-Service
Literatur
1 J. von Neumann, O. Morgenstern. Theory of Games and Economic Behavior. Princeton, Univ. Press, 1944 (in deutsch u.a. Würzburg 1961)
2 B. Rauhut, N. Schmitz, E.-W. Zachow. Spieltheorie. Teubner, Studienbcher Mathematik, Stuttgart, 1979.
3 B. Kummer. Spiele auf Graphen. Deutsch.V. d. Wiss. Berlin 1979, Birkhäuser 1980, Mir (russ.) 1982.
4 N.N. Vorobiev. Foundations of Game Theory - Noncooperative Games. (in Russian), Nauka, Moscow 1984
5 E.S. Maskin. Recent Developments in Game Theory. Edward Elgar Publishing, Northhampton, 1999.
6 A.J. Jones. Game Theory; Mathematical models of conflict. Ellis Horwod Series

Math. and its Appl. 1980
7 Robert Leonard. Von Neumann, Morgenstern and the Creation of Game Theory; From Chess to Social Science, 1909-1960. Cambridge Univ. Press, 2011
8. S. Kakutani. A generalization of Brouwer's fixed-point theorem. Duke Mathematical Journal, 8: 457–459, 1941
9. J.F. Nash. Noncooperative Games. Annals of Mathematics, 54: 286-295, 1951.
10. J. Robinson. An iterative method of solving a game. Annals of Mathematics, 54: 296-301, 1951.
11. G. Owen. Spieltheorie. Springer. Berlin-Heidelberg, New York 1971 (Übers.)
12. E.H. Moore. A generalization of the game called Nim. Ann. of Math. 11 (1909) 93-94.
13. E. Lasker. Brettspiele der Völker. Aug. Scherl GmBH, Berlin 1930.
14. C. Berge. Th*é*orie g*é*n*é*rale des jeux *à* n personnes. Gauthier-Villars, Paris 1957.
15. E. Michael. Continuous selections I. *Annals of Math.*, 63:361–382, 1956.

Summary bisher:
Do 20. 10. 11
Einführung: nicht-kooperativ: Nash-Gleichgewicht, antagonistische Spiele, Sattelpunkt, Eigenschaften von GGS, Haeftlingsdilemma, Familienstreit. kooperativ: Aufteilung des Gewinns. Char. Funktion v(K) superadditiv, n=3 Abstimmung, "besser" für Koalit K. NM-Lösung als Menge von Gewinnverteilungen. M= (1/2,1/2,0), usw. symm.Lösung.

Mo 24. 10. 11
Weiterführen bis ... core und Existenz einer NM Lösung.
Beispiel Marktmodelle: Walras (Güterbündel und -sinnvoller- Preis).
Beginn Matrixspiel: gemischte Strategie und resultierende GGS- Bedingung.

Do 27. 10. 11
LINOPT $--->$ Matrixspiel:
Dualitaets- und Existenzsatz; die Max- Min- Aufgaben für beide Spiele als lösbare Dualaufgaben.

Mo 31. 10. 11
Matrixspiel $--->$ LINOPT:
Schiefsymmetrische Spiele (Wert =0, optimal für Sp.1 = optimal für Sp. 2, $Ax \leq 0$. Satz von J. Robinson für $A = -A^T$ (per vollst. Induktion).

Do 03. 11. 11
Modifiziertes Rob. Verfahren.
Lösung von LINOPT über ein schiefsymmetrisches Matrixspiel
Matrixspiel und (Kakutani-) Fixpunkte (in Ueb.).

Mo 07. 11. 11
Existenzsatz von Nash mittels Kakutani's Fixpunktsatz. Vorbereitung des Beweises

von Brouwer's Fixp.Satz (Simplexunterteilung).

Do 10. 11. 11
Sperners Lemma und Beweis des Brouwer Satzes.

Mo 14. 11. 11
Äquivalenz des Brouwer-Satzes zum Arbeitslemma, zum Retraktsatz und Beweis des Kakutani - Satzes für die Euklidische Kugel.

Do 17. 11. 11
Erweiterung auf konv., komp. Mengen.
Existenzsatz für Variationsungleichungen (wieder mit Zerlegung der Einheit):
Gegeben

$$f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \quad \emptyset \neq M \subset \mathbb{R}^n.$$

$$\text{Finde } \bar{x} \in M \text{ so dass } \langle f(\bar{x}), y - x \rangle \leq 0 \ \forall y \in M. \tag{1}$$

Interpretation von (1), wenn $f = Dh$ eine Ableitung ist:
 Notwend. Bed. für $\bar{x} \in \operatorname{argmax}_{x \in M}$
Wenn ausserdem h konkav ist:
 Notwend. + hinr. Bed. für $\bar{x} \in \operatorname{argmax}_{x \in M}$
Für GGSituationen: f besteht aus Gradienten zweier Funktionen $(f_1,\ f_2)$.

Mo 21. 11. 11
Spiele mit vollst. Information, lokal beschränkt, lokal endlich. Nimmspiele bis Gewinn-Verlust-Zerlegung und Def. Summenspiel.

Do 24. 11. 11
Lösung des Summenspiels mittels Grundy-Funktion. Fan-Tan der Ordnung p und Satz von Moore.

Mo 28. 11. 11
Sätze von Moore und Grundy in Anwendung auf die Grundy-Funktion.
Beginn: Nash-Verhandlungslösung.

Do 01. 12. 11
weiter: Nash-Verhandlungslösung. Drohungen im Bimatrixspiel.

Do 08. 12. 11
Balancierte Spiele und core

Do 15. 12. 11
Dualität, KKT Bedingungen und Regularitätsbedingung MFCQ.

Mo 02. 01. 12
Kojima-System statt KKT, um ein (einfaches nichtglattes) Gleichungssystem be-

trachten zu können. Probleme mit Variablenanzahl bei GGS mit gemeinsamen Restriktionen für die Strategien und spezieller Fixpunktansatz.

Do 05. 01. 12
Kojima-System und KKT bei GGS mit gemeinsamen Restriktionen. Stackelberg (Two-level) Spiele.

Mo 09. 01. 12
Zusammenhang: Umformulierungen der Optimalitätsbedingungen als Variationsungleichung und KKT bei Mengen mit Ungleich.-Beschreibung (Gestalt des Normalenkegels). Michael's selection Theorem; Teil 1 des Beweises $f \in \bar{F}$ mittel Folge $G_{k+1}(x) = \{y \in G_k(x) \mid d(y, f_k(x)) < \varepsilon_k\}$ mit einer $\varepsilon_k = 4^{-(k+1)}$- Auswahl f_k für $G_k \;\; (G_0 = F)$.