Humboldt-Universität zu Berlin
Math.-Nat. Fakultät II
Institut für Mathematik – Angewandte Mathematik
Dr. R. Lamour - A. Backes

16. 04. 2003

Übungsaufgaben
Numerische Mathematik
Serie 1 – **(Abgabe bis 29. 04. 2003)**

- **Für Diplomstudenten:**

Die Eigenwerte λ einer Matrix A und die zugehörigen Eigenvektoren z genügen der Gleichung

$$Az = \lambda z.$$

Die Eigenvektoren seien auf die Euklidische Länge 1 normiert.
Stellen Sie ein nichtlineares Gleichungssystem zur Bestimmung von Eigenvektor und Eigenwert auf.
Unter welchen Voraussetzungen an die Matrix A konvergiert das Newtonverfahren bei hinreichend guten Anfangsnäherungen.
Geben Sie eine Matrix an, bei der das Newtonverfahren nicht unbeschränkt durchführbar ist. (8 Punkte)

- **Für Lehramtskandidaten:**

Das HORNER-Schema dient der effektiven Berechnung von Polynomfunktionswerten. Sei

$p(x) := \sum_{k=0}^{n} a_k x^{n-k}$, so ist das HORNER-Schema gegeben durch

	a_0	a_1	a_2	$\dots$	a_{n-1}	a_n
x	-	$b_0 x$	$b_1 x$	$\dots$	$b_{n-2} x$	$b_{n-1} x$
	$b_0 := a_0$	$b_1 := b_0 x + a_1$	b_2	$\dots$	b_{n-1}	$b_n = p(x)$
x	-	$c_0 x$	$c_1 x$	$\dots$	$c_{n-2} x$	
	c_0	c_1	c_2	$\dots$	$c_{n-1} = p'(x)$	

Zeigen Sie, daß $c_{n-1} = p'(x)$. (8 Punkte)

- Praktikum (**Abgabe bis 8. 05. 2003**)

  Programmieren Sie das **Bisektionsverfahren**
  (oder benutzen Sie das Bisektionsverfahren in der Bibliothek OR-Objects:
  drasys.or.nonlinear.Bisection()
  Hinweis: Zur Nutzung des Bisektionsverfahren muss eine Funktion bereitgestellt werden. Definieren Sie dazu innerhalb Ihrer Klasse

  ```
  static class funktionsname implements FunctionI
  {
          public double function(double x)
          {
                  anweisungen zur berechnung von p(x)
          }
  }
  ```
)
  und das **Newtonverfahren** zur Bestimmung der Nullstelle einer skalaren nichtlinearen Funktion.

  a) Stellen Sie den Kurvenverlauf der Funktion (in der Umgebung der Nullstellen) dar.
  b) Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion mit beiden Verfahren und vergleichen Sie die Iterationszahlen.
  c) Testen Sie in der Umgebung der Nullstelle die Größe des Einzugsbereiches.

  Wählen Sie eine der folgenden Funktionen aus:

  1. $f(x) = 4x^5 - 12x^4 + 11x^3 - x^2 - 3x + 1$
  2. $f(x) = \frac{1}{1-x} + \sqrt{x^2 - 1}$
  3. $f(x) = 2 - 4x^3 + \frac{1}{x^2}$
  4. $f(x) = x \cdot \ln x - 1$
  5. $f(x) = x^2 + e^{2x} - 4$
  6. $f(x) = \cos x - \frac{1}{x^2} + 1, \quad x \in (0, 6]$