Prof. Klaus Mohnke
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 306

Übungsblatt 2

Algebraische Topologie SS 2009

Besprechung am 12.06.2009

Aufgabe 1
Sei $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ gegeben durch $f(z) = z^k$. Berechnen Sie den lokalen Abbildungsgrad in 0, $\deg f|_0$.

Aufgabe 2
Sei $f \in \mathbb{C}[t]$ ein komplexes Polynom vom Grad k. Das definiert durch $[z : 1] \mapsto [f(z) : 1]$, sowie $[1 : 0] \mapsto [1 : 0]$ eine stetige Abbildung $\hat{f} : \mathbb{CP}^1 \cong S^2 \to \mathbb{CP}^1 \cong S^2$. Zeigen Sie, dass $\deg(f) = \deg(\hat{f})$, d.h. algebraischer und topologischer Grad stimmen überein.

Aufgabe 3
Sei X eine kompakte, R-orientierte, $(n+1)$-dimensionale Mannigfaltigkeit, $M; = \partial X$ ihr Rand. Sei N geschlossene, R-orientierte, zusammenhängende, n-dimensionale Mannifaltigkeit. Sei $F : X \to N$ stetig, $f := F|_M$. Zeigen Sie, dass $\deg_R(f) = 0$. Zeigen Sie, dass die R-Orientierung von X notwendig für die Behauptung ist indem Sie ein Gegenbeispiel konstruieren.

Aufgabe 4
Berechnen Sie die Homologie folgender CW–Komplexe X

a) X sei der n-dimensionale reell projektive Raum $\mathbb{RP}^n$.

b) Betrachten Sie ein zusammenhängendes, kompaktes Gebiet in $\mathbb{C}$ mit drei glatten Randkomponenten zusammen mit Homöomorphismen von jeder der Randkomponenten auf den Einheitskreis, die die Orientierung entgegen dem Uhrzeigersinn erhalten. X erhält man, indem man Randpunkte, die dabei auf denselben Punkt abgebildet werden identifiziert.

c) X erhält man, indem man die gegenüberliegenden Seiten eines Einheitswürfels wie folgt identifiziert: Man bringt sie durch die Translation um eine Längeneinheit bei gleichzeitiger rechtshändiger Rotation in Deckung.