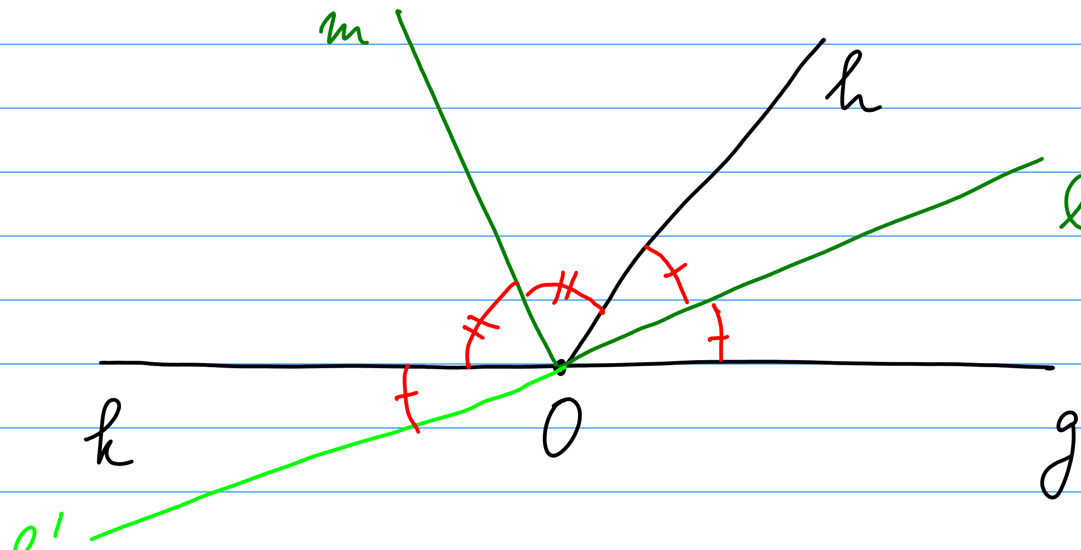
Übungsblatt 2, Aufgabe 1

(1)



Seien g, h, k Strahlen in O, g & k bilden eine Gerade, d.h. $\sphericalangle(k,h)$ ist Nebenwinkel von $\sphericalangle(g,h)$.

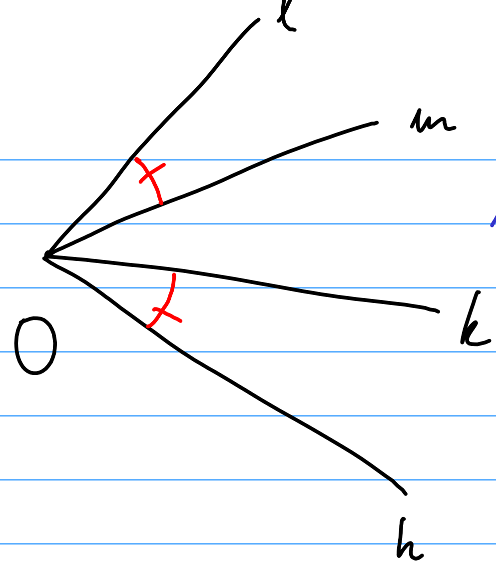
l sei Winkelhalbierende von $\sphericalangle(g,h)$, m die von $\sphericalangle(k,h)$

Sei l' der Strahl in O, der mit l eine Gerade bildet.
Dann gilt: $\sphericalangle(k,l') \equiv \sphericalangle(g,l)$ (Scheitelwinkel)

$\Rightarrow$ $\sphericalangle(l',m) \equiv \sphericalangle(l,m)$ (siehe Musterlösung zu Blatt 1 Aufgabe 2)

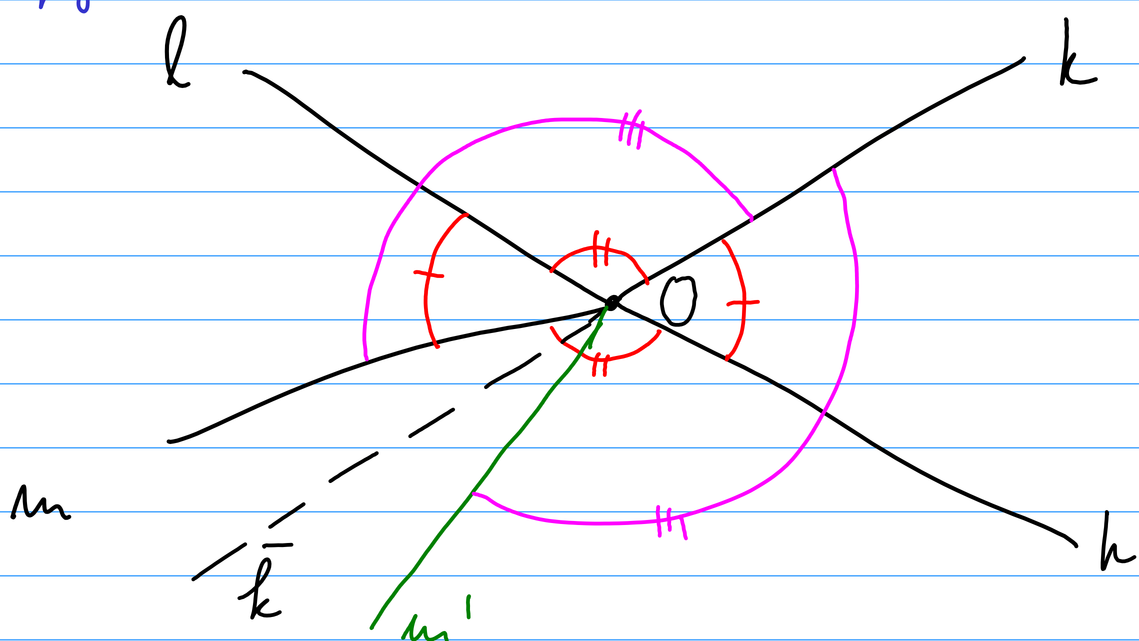
$\sphericalangle(l',m)$ ist u. Konstr. Nebenwinkel von $\sphericalangle(l,m)$
$\Rightarrow$ Beh.

(2) Bemerkung: Die folgende Konfiguration ist ein Gegenbeispiel zur Behauptung



Aus $\sphericalangle(h,k) \equiv \sphericalangle(l,m)$ folgt offenbar auch $\sphericalangle(h,m) \equiv \sphericalangle(k,l)$.

Damit die Behauptung stimmt, muss man ausschließen, dass h,m im Innern von $\sphericalangle(k,l)$
k,l im Innern von $\sphericalangle(h,m)$
l,m im Innern von $\sphericalangle(h,k)$ &
h,k im Innern von $\sphericalangle(l,m)$ liegen, oder die folgende Konfiguration skizzieren:



Nehmen wir an, k & m bilden keine Gerade. Dann liegt m auf einer Seite der Geraden $\bar{k}$, auf der k liegt. Das heißt, dass k & m einen Winkel bilden & l oder h in dessen Innern liegen: o.B.d.A. $l \in \sphericalangle(k,m)$

Trage diesen Winkel $\sphericalangle(h,m)$ an h auf die andere Seite von k ab. Erhalte Strahl $m' \neq m$ (auf der anderen Seite).

Da nach Voraus. $\sphericalangle(k,h) \equiv \sphericalangle(l,m)$,
liegt nach Satz 25 h im Innern von $\sphericalangle(k,m')$
und $\sphericalangle(h,m') \equiv \sphericalangle(k,l)$

Andererseits $\sphericalangle(h,m) \equiv \sphericalangle(h,l)$ nach Voraus.

$\Rightarrow$ Widerspruch zur Eindeutigkeit der Winkelabtragung.

Achtung! Die Diskussion, dass beim Abtragen auf die korrekte Seite abgetragen wird, kommt etwas kurz hier!