Prof. Klaus Mohnke
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 306

Übungsblatt 6*

Elementargeometrie SS 2011

Abgabe: 1.6.2011
*fakultativ: Erreichte Punkte sind Zusatzpunkte

Aufgabe 1. [Konstruktion der Winkelhalbierenden]
Sei der Winkel $\angle(g, h)$ gegeben, g, h seien Strahlen in O. Auf g seien zwei Punkte A und B, auf h seien zwei Punkte A' und B' gegeben mit $OA \equiv OA'$ und $OB \equiv OB'$. Zeigen Sie, dass sich die Strecken AB' und $A'B$ schneiden und ihr Schnittpunkt auf der Winkelhalbierenden liegt.

Aufgabe 2.
Sei eine Gerade g und drei weitere Punkte$A$ und B in einer Ebene gegeben. A, B liegen auf einer Seite von g und A' auf der anderen. AA' schneide g in O in senkrecht und $OA \equiv OA'$, d.h. A' geht durch Spiegelung an g aus A hervor. Die Gerade durch A und B schneide g in P. Bestimmen Sie nur mit Hilfe eines Lineals (ohne Längeneinteilung) das Bild B' der Spiegelung an g von B (d.h. B' und B liegen auf verschiedenen Seiten von g, BB' schneidet g in Q senkrecht und $QB \equiv QB'$).

Aufgabe 3. [Umkreismittelpunkt]
Beweisen Sie In einem Dreieck, $\Delta(A, B, C)$ schneiden sich die drei Mittelsenkrechten der Seiten in einem Punkt. Dieser hat von allen drei Eckpunkten den gleichen Abstand.
Sie können dabei wie folgt vorgehen:
(a) Begründen Sie, dass sich je zwei Geraden, die senkrecht durch den Mittelpunkt von je einer Seite des Dreiecks verlaufen, schneiden.
(b) Beweisen Sie, dass dieser Schnittpunkt von allen drei Punkten, den gleichen Abstand hat.
(c) Zeigen oder begründen Sie jetzt, dass die dritte Mittelsenkrechte durch diesen Punkt geht (Sie dürfen hier auch das Resultat der ersten Aufgabe auf der Rückseite des Übungsblattes 3 verwenden.)

Aufgabe 4. [Satz des Thales]
Beweisen Sie: In einem rechtwinkligen Dreieck ist die Seitenhalbierende der Hypotenuse (der dem rechten Winkel gegenüberliegenden Seite) kongruent zur halben Hypotenuse .
Zwei mögliche Lösungswege seien vorgeschlagen: "Verdoppeln Sie das Dreieck geeignet an der Hypotenuse. Oder: Wo schneiden sich die Mittelsenkrechten der Katheten (den anderen beiden Seiten des Dreiecks)? Vielleicht finden Sie sogar noch einen anderen Weg?
Zeigen Sie, dass umgekehrt für ein Dreieck für dessen eine Seitenhalbierende diese Beziehung gilt, der zugehörige Innenwinkel ein rechter Winkel ist.