
Prof. Klaus Mohnke
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 306

Übungsblatt 9

Elementargeometrie SS 2011

Abgabe: 22.6.2011

Aufgabe 1. Seien mit AM, BN und CP die drei Seitenhalbierenden im Dreieck $\Delta(A, B, C)$.

- (1) Zeigen Sie, dass es ein Dreieck mit den Seitenlängen $|AM|, |BN|$ bzw. $|CP|$ gibt.
- (2) Beweisen Sie, dass zwei Dreiecke mit kongruenten Seitenhalbierenden kongruent sind.
- (3) Geben Sie eine Konstruktion für ein Dreieck an, wenn die Längen seiner Seitenhalbierenden gegeben sind. Begründen Sie die Korrektheit dieser.

Bemerkung: (2) gibt eine notwendige Bedingung für bestimmte geometrische Größen des Dreiecks an, Sie sollen in (3) erklären, dass diese auch hinreichend sind.

Aufgabe 2. [Schwerpunkt]

Sei S der Schwerpunkt im Dreieck $\Delta(A, B, C)$ und g eine Gerade, die S enthält. Liege A und B auf einer Seite von g . Beweisen Sie: Die Summe der Abstände von A und B zu g , d.h. die Längen der Höhen, ist gleich dem Abstand von C zu g . Was für eine Aussage gilt, falls B auf g liegt?

Aufgabe 3.

Konstruieren Sie mit Zirkel und Lineal ein Dreieck, bei dem zwei Seiten und die Länge der Winkelhalbierenden (d.h. der Teil der Winkelhalbierenden, der im Inneren des Dreiecks verläuft) gegeben sind. Begründen Sie die Korrektheit Ihrer Konstruktion. Diskutieren Sie die Existenz und Eindeutigkeit in Abhängigkeit der gegebenen Daten.

Hinweis: Siehe Beweis von Satz 15 (1), insbesondere die Konstruktion dafür.

Aufgabe 4.

Gegeben seien drei Kreise in der Ebene, die sich paarweise in genau zwei Punkten schneiden. Beweisen Sie, dass sich die drei Geraden, die jeweils durch diese zwei Punkte bestimmt werden, in einem Punkt schneiden.

Hinweis: Diese Aufgabe läßt sich sehr elegant durch die Verwendung von Koordinaten lösen. Jeweils zwei der Gleichungen für die Kreise bestimmen dabei eine Gleichung für die Gerade. Welche ist das?

Bemerkung: Es gibt eine sehr hübsche geometrische Lösung, bei der man die Ebene vom Raum aus betrachtet und mit Kugeln argumentiert. Finden Sie sie?

Die folgenden Aufgaben werden in den Übungen vom 14.6.-22.6. besprochen:

- Konstruieren Sie ein Dreieck, für das eine Seitenlänge, sowie die Längen der beiden Seitenhalbierenden, die von den Endpunkten dieser Seite ausgehen, gegeben sind. Begründen Sie Ihre Konstruktion und diskutieren Sie Existenz und Eindeutigkeit in Abhängigkeit der gegebenen Daten.
- Gegeben seien die Koordinaten der Eckpunkte eines Dreiecks bzgl. eines kartesischen Koordinatensystems in der Ebene. Bestimmen Sie die Koordinaten des Schwerpunktes, d.h. des Schnittpunktes der Seitenhalbierenden.
- Gegeben sei ein Winkel, seine Winkelhalbierende, ein Punkt darauf sowie zwei Strecken, deren Längen sich wie $m : n$ verhalten. Konstruieren Sie mit Zirkel und Lineal eine Gerade durch diesen Punkt, so dass ihr im Inneren des Winkels liegender Teil durch den Punkt im Verhältnis $m : n$ geteilt wird.
- Gegeben seien zwei Punkte in einer Ebene. Bestimmen Sie die Menge aller Punkte der Ebene für die die Summe der Quadrate der Abstände gleich einer gegebenen positiven reellen Zahl (z.B. r^2) ist. Was ist diese Menge geometrisch? Machen Sie das Gleiche für die Differenz der Quadrate (hier kann die reelle Zahl beliebig sein).