

Übungsaufgaben zur Stochastik

Aufgabe 11.1 (5 Punkte)

Zwei reguläre Würfel werden hintereinander geworfen. Die Augenzahlen werden mit W_1 bzw. W_2 bezeichnet. Bestimmen Sie die gemeinsame Verteilung der Zufallsvariablen $U = W_1 + W_2$ und $V = W_1 - W_2$ und geben Sie diese in Form einer Tabelle $p_{i,j} = \mathbb{P}(U = i, V = j)$ an. Sind U und V unabhängig?

Aufgabe 11.2 (5 Punkte)

Sei $\rho \in [0, 1)$ und seien X, Y absolutstetige Zufallsvariablen mit gemeinsamer Dichte

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}(x^2+y^2-2\rho xy)}, \quad x, y \in \mathbb{R}.$$

- Berechnen Sie die Randdichten f_X und f_Y von X und Y . Existiert ein ρ für das X und Y unabhängig sind?
- Berechnen Sie die bedingte Dichte $f_{X|Y}(x|y)$ von X gegeben Y .

Aufgabe 11.3 (5 Punkte)

- Seien X_1, \dots, X_n unabhängige geometrisch verteilte Zufallsvariablen, alle zum gleichen Parameter $p \in (0, 1)$. Zeigen Sie, dass $X_1 + \dots + X_n$ negativ binomialverteilt ist zum Parameter (n, p) .

Hinweis: Es gilt $\binom{m}{k} = \sum_{\ell=k}^m \binom{\ell-1}{k-1}$.

- Seien $k_1, \dots, k_n \in \mathbb{N}$ und $p \in (0, 1)$ und seien Y_1, \dots, Y_n unabhängige Zufallsvariablen, wobei Y_i negativ binomialverteilt sei zum Parameter (k_i, p) . Zeigen Sie, dass $Y_1 + \dots + Y_n$ negativ binomialverteilt ist zum Parameter $(k_1 + \dots + k_n, p)$

Hinweis: a) könnte hilfreich sein.

Aufgabe 11.4 (5 Punkte)

Zwei Ohmsche Widerstände werden hintereinandergeschaltet. Ihre Stärken werden durch zwei unabhängige normalverteilte Zufallsvariablen R_1 und R_2 beschrieben. Dabei gelte für die Erwartungswerte $\mu_1 = 100$ und $\mu_2 = 300$ und die Varianzen $\sigma_1^2 = 36$ und $\sigma_2^2 = 64$. Bestimmen Sie ein $\delta > 0$ so, dass der Gesamtwiderstand $R = R_1 + R_2$ mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,98 im Intervall $(400 - \delta, 400 + \delta)$ liegt.

Abgabe: Montag, 23. Januar 2017.

(Sie dürfen Ihre Lösungen in Zweiergruppen abgeben. Geben Sie bitte jede Aufgabe auf einem gesonderten Blatt ab und schreiben Sie auf alle Zettel Namen und die Übungsgruppe.)