

## Übungsaufgaben zur Stochastik

### Aufgabe 9.1 (10 Punkte)

Es sei  $X$  eine zum Parameter  $\lambda > 0$  exponentialverteilte Zufallsvariable.

- Bestimmen Sie bei  $\alpha > 0$  für die Zufallsvariable  $Y = X^{1/\alpha}$  die Verteilungsfunktion  $F_Y$  und die Dichte  $f_Y$ .
- Untersuchen Sie für  $Y$  die Eigenschaft der “Gedächtnislosigkeit”.
- Bestimmen Sie für  $x > 0$  die bedingte Wahrscheinlichkeit  $\mathbb{P}(Y > x + t | Y > t)$  für  $t > 0$  und untersuchen Sie (bei festem  $x > 0$ ) diese bedingte Wahrscheinlichkeit als Funktion von  $t > 0$  indem Sie die Ableitung in  $t$  berechnen.
- Welche  $\alpha$ -Werte würden Sie bei der Modellierung von zufälligen Lebensdauern “alternder” Objekte ausschliessen? Begründen Sie Ihre Antwort.

### Aufgabe 9.2 (10 Punkte)

Die Qualität von Kugeln für Kugellager wird auf folgende Weise kontrolliert: Fällt die Kugel durch eine Öffnung mit dem Durchmesser  $d_2$ , jedoch nicht durch eine Öffnung mit dem Durchmesser  $d_1$  ( $d_1 < d_2$ ), so genügt die Kugel den Qualitätsanforderungen. Ansonsten ist die Kugel Ausschuss. Es ist bekannt, dass der Durchmesser  $D$  der Kugeln unter den gegebenen Fertigungsbedingungen eine normalverteilte Zufallsgröße mit den Parametern  $\mu = (d_1 + d_2)/2$  und  $\sigma^2 = (d_2 - d_1)^2/36$  ist.

- Bestimmen sie die Ausschussquote bei dieser Fertigung.
- Wie groß ist näherungsweise die Wahrscheinlichkeit, dass unter 400 Kugeln höchstens 2 Ausschussteile sind? Welche Annahmen haben Sie getroffen?

**Abgabe:** Montag, 9. Januar 2017.

(Sie dürfen Ihre Lösungen in Zweiergruppen abgeben. Geben Sie bitte jede Aufgabe auf einem gesonderten Blatt ab und schreiben Sie auf alle Zettel Namen und die Übungsgruppe.)