Übungsaufgaben Mathematik für Sonderpädagogen II

1. Begründen Sie, warum man die Konvention „Punktrechnung vor Strichrechnung“ benutzt, und nicht etwa die umgekehrte Regel. Und warum hat es sich so entwickelt, dass man das Mal-Zeichen weglassen darf (ab statt $a \cdot b$), nicht etwa das Plus-Zeichen?

2. Was ist der kleinstmögliche Zahlenbereich, der die rationalen Zahlen und $\sqrt{2}$ enthält und abgeschlossen unter Addition, Subtraktion und Multiplikation ist? Liegt $1/\sqrt{2}$ in Ihrem Zahlenbereich? Kann man sogar durch alle von 0 verschiedenen Zahlen dividieren?
Funktioniert Ihr Ansatz auch mit $\sqrt{3}$ an Stelle von $\sqrt{2}$? Wie ist es mit $\sqrt[3]{2}$?

3. Ist die Darstellung reeller Zahlen im Dezimalsystem eindeutig?

4. Betrachten Sie die rekursiv definierte Folge mit

$$x_{n+1} = \frac{x_n + \frac{4}{x_n}}{2}$$

und Startwert $x_0 = 1$. Wogegen konvergiert diese Folge? Was passiert, wenn Sie den Startwert verändern? Welchen Grenzwert erhalten Sie, wenn Sie die 4 durch 5 ersetzen?

5. Berechnen Sie die Quadratwurzeln der imaginären Einheit i, also alle komplexen Zahlen $z \in \mathbb{C}$ mit $z^2 = i$.

6. Geben Sie geometrische Konstruktionen für die irrationalen Zahlen $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{2}$ und π an. Wie könnte man, ebenfalls auf geometrische Weise, diese Zahlen durch Brüche approximieren?

7. Wir rechnen in $\mathbb{Z}/100\mathbb{Z}$. Bestimmen Sie

$$x := \overline{3}^{192} = \underbrace{\overline{3} \cdot \overline{3} \cdot \cdots \cdot \overline{3}}_{\text{192 Faktoren}}.$$

Ist x invertierbar in $\mathbb{Z}/100\mathbb{Z}$? Wenn ja, berechne man $1/x$.

8. In welchen der Bereichen $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ für $m = 2, 3, 4, 5, 6, 7$ ist die Division (außer durch $\overline{0}$) uneingeschränkt ausführbar? Haben Sie eine Vermutung, welche Regel dahinter steht? Können Sie Ihre Vermutung beweisen?

9. Wie viele „Wörter“ kann man aus `MISSISSIPPI` durch Umordnen der Buchstaben bilden?

10. Finden Sie eine Formel für die Summe der Binomialkoeffizienten $\binom{n}{k}$, wobei k von 0 bis n läuft:

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}.$$

Können Sie die Formel beweisen?

Kontakt: David Ploog, g012, `ploog@math.uni-hannover.de`
Vorlesung: Montag, 12.15–13.45 Uhr, f442
Übung: Dienstag, 12.15–13.45 Uhr, f107
Korrektor: Philip Saltenberger, `philip.saltenberger@googlemail.com`

11. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, das dass Produkt der Würfelergebnisse von vier fairen Würfeln 36 ist.

12. Wenn man beim Lotto die gezogenen Kugeln wieder benutzen würde, was wären dann die Wahrscheinlichkeiten für vier, fünf oder sechs Richtige? Mit welchem 6-aus-N erhält man dieselben Chancen wie für das klassische 6-aus-49 Lotto?

13. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass fünf zufällig gezogene Karten eines Poker-Kartenspieles (52 Karten in den Werten 2,3,...,10,B,D,K,A und in den vier Farben $\diamondsuit$,$\heartsuit$, $\spadesuit$,$\clubsuit$) folgende Kombinationen enthalten:

Vierling	(vier Karten des gleichen Wertes)
Flush	(alle fünf Karten mit der gleichen Farbe)
Drilling	(drei Karten gleichen Wertes und zwei Karten anderer Werte)
Full House	(ein Drilling und ein Paar)
Straße	(die Werte in aufsteigender Reihenfolge; A2345 ist erlaubt)
Royal Flush	(gleichzeitig Straße und Flush)

Wie ändern sich die Wahrscheinlichkeiten, wenn man ein Skatblatt (32 Karten, Werte 7,8,9,10,B,D,K,A) benutzt?

14. Jemand preist das folgende Spiel an: In einer Urne sind 24 graue Kugeln sowie fünf bunte Kugeln mit den Buchstaben B, G, I, N, O. Man zieht fünf Mal und gewinnt, wenn man die Buchstabenkugeln in der richtigen Reihenfolge (BINGO) findet.
Ist der Gewinn bei diesem Spiel wahrscheinlicher als 6 Richtige im Lotto?

15. Beim Backgammon kann der Spieler am Zug seinem Gegner anbieten, das Spiel zu *verdoppeln*. Lehnt der Gegner ab, so hat er das Spiel (zum einfachen Wert) verloren; nimmt er an, wird um den zweifachen Einsatz gespielt.
Wenn Ihnen die Verdopplung angeboten wird, wie reagieren Sie? Die Antwort sollte natürlich von der Wahrscheinlichkeit abhängen, dass Sie das Spiel in der aktuellen Position gewinnen. (Diese Wahrscheinlichkeit ist natürlich nicht bekannt, aber gute Backgammon-Spieler können sie recht präzise abschätzen.)

16. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von n Personen drei am selben Tag Geburtstag haben? Wie viele Leute braucht man mindestens, um eine Wahrscheinlichkeit von 1/2 zu erhalten? (Wir nehmen wieder an, dass die Geburtstag gleichverteilt sind und ignorieren Schalttage und Zwillinge.)

Kontakt: David Ploog, g012, `ploog@math.uni-hannover.de`
Vorlesung: Montag, 12.15–13.45 Uhr, f442
Übung: Dienstag, 12.15–13.45 Uhr, f107
Korrektor: Philip Saltenberger, `philip.saltenberger@googlemail.com`

17. Konstruieren Sie mit Zirkel und Lineal: Das Lot eines Punktes auf eine Gerade; die Winkelhalbierende eines Winkels; die Parallele zu einer Geraden durch einen gebenen Punkt.

18. Welche regelmäßigen n-Ecke (alle Seiten gleich lang, alle Winkel gleich groß) können Sie mit Zirkel und Lineal konstruieren, für $3 \leq n \leq 10$?

19. Gegeben sei das Dreieck $\triangle ABC$. Der Fußpunkt des Lotes von C auf AB heiße F. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

$$\begin{array}{lll} & |AC| = |BC| & (\triangle ABC \text{ ist gleichschenklig mit Basis } AB) \\ \iff & |AF| = |FB| & (\text{Höhe an } C \text{ ist Mittelsenkrechte}) \\ \iff & \sphericalangle ACF = \sphericalangle FCB & (\text{Höhe an } C \text{ ist Winkelhalbierende}) \end{array}$$

20. Zeigen Sie, dass sich die Winkelhalbierenden eines Dreiecks in einem Punkt W schneiden. Was ist die geometrische Bedeutung von W?

21. Ein Kreis K berührt eine Gerade g *tangential*, wenn es genau einen Schnittpunkt von g und K gibt. In diesem Fall steht der Durchmesser durch den Schnittpunkt senkrecht auf g.

- Gegeben drei Punkte, die nicht auf einer Geraden liegen. Konstruieren Sie den Kreis, der durch die drei Punkte geht.
- Gegeben seien zwei nicht-parallele Geraden und ein Punkt, der auf keiner der Geraden liegt. Konstruieren Sie einen Kreis, der durch den Punkt geht und die beiden Geraden tangential berührt. Ist der Kreis eindeutig?
- Gegeben seien ein Kreis und ein Punkt außerhalb des Kreises. Konstruieren Sie die beiden Tangenten an den Kreis durch den Punkt.

22. Konstruieren Sie ein regelmäßiges Fünfeck.

23. In jedem Dreieck gibt es die folgenden ausgezeichneten Punkte:
H, den Schnittpunkt der drei Höhen;
M, den Schnittpunkt der drei Mittelsenkrechten;
S, den Schnittpunkt der drei Seitenhalbierenden und
W, den Schnittpunkt der drei Winkelhalbierenden.
Zwischen dreien dieser vier Punkte gibt es immer eine geometrische Beziehung. Welche?

Kontakt: David Ploog, g012, `ploog@math.uni-hannover.de`
Vorlesung: Montag, 12.15–13.45 Uhr, f442
Übung: Dienstag, 12.15–13.45 Uhr, f107
Korrektor: Philip Saltenberger, `philip.saltenberger@googlemail.com`

1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\sum$

Immatrikulationsnummer:

Klausur (Mathematik für Sonderpädagogen 2012)

Aufgabe 1. (*4 Punkte*) Kreuzen Sie an, ob die folgenden Gleichungen gelten:

$\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \sqrt{3} - 8$	ja nein	$\lim_{n\to\infty} \frac{n!}{2^n} = 0$	ja nein
$i^{4751} = i$	ja nein	$-31,8 = -31,79999\cdots$ (Periode 9)	ja nein

Lösung: $\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \sqrt{8} - 3 \neq \sqrt{3} - 8$. NEIN
$\lim_{n\to\infty} \frac{n!}{2^n} = \infty$. NEIN
$i^{4751} = i^3 = -i$ (wegen $i^4 = 1$ kommt es nur auf den Rest von 4751 modulo 4 an). NEIN
$-31,8 = -31,79999\cdots$. JA

Aufgabe 2. (*4 Punkte*) Kreuzen Sie an, ob die folgenden Aussagen stimmen:

$\mathbb{Q}$ ist der kleinste Zahlbereich, der $\mathbb{N}$ enthält und abgeschlossen unter Addition, Multiplikation und Division (bis auf 0) ist.	ja nein
Alle algebraischen Zahlen sind reell.	ja nein
Jede Cauchy-Folge von komplexen Zahlen konvergiert gegen eine komplexe Zahl.	ja nein
$\mathbb{C}$ ist der kleinste Zahlbereich, der $\mathbb{N}$ enthält und alle vier Grundrechenarten und das beliebige Ziehen von Quadratwurzeln erlaubt.	ja nein

Lösung: $\mathbb{Q}_{>0}$ (positive rationale Zahlen). NEIN
i ist algebraisch, aber nicht reell. NEIN
$\mathbb{C}$ ist vollständig, Cauchy-Folgen konvergieren. JA.
Quadratwurzeln gibt es allesamt in $\overline{\mathbb{Q}}$, aber auch in kleineren Bereichen. NEIN

Aufgabe 3. (*4 Punkte*) In welchen $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ existiert eine Quadratwurzel aus 7, also ein $x \in \mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ mit $x^2 = \overline{7}$?

Eine Quadratwurzel aus 7 existiert in $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$.	ja nein
Eine Quadratwurzel aus 7 existiert in $\mathbb{Z}/9\mathbb{Z}$.	ja nein
Eine Quadratwurzel aus 7 existiert in $\mathbb{Z}/13\mathbb{Z}$.	ja nein
Eine Quadratwurzel aus 7 existiert in $\mathbb{Z}/23\mathbb{Z}$.	ja nein

Lösung: $m = 5$: NEIN.
$m = 9$: JA, denn $\overline{4}^2 = \overline{16} = \overline{7}$ in $\mathbb{Z}/9$.
$m = 13$: NEIN. Am einfachsten mit $(\pm\overline{1})^2 = \overline{1}$, $(\pm\overline{2})^2 = \overline{4}$, $(\pm\overline{3})^2 = \overline{9}$, $(\pm\overline{4})^2 = \overline{3}$, $(\pm\overline{5})^2 = \overline{12}$, $(\pm\overline{6})^2 = \overline{10}$, alle $\neq \overline{7}$.
$m = 23$: NEIN. Analog wie für $m = 13$, aber jetzt bis $(\pm\overline{11})^2 = \overline{121} = \overline{17} \neq \overline{7}$ gehen.

Aufgabe 4. (*4 Punkte*) Kreuzen Sie an, ob Dreiecke durch die angegebenen Größen eindeutig bestimmt sind:

Eine Seitenlänge und zwei Winkel	ja	nein
Zwei Seitenlängen und der Inkreisradius	ja	nein
Umkreisradius, eine Seitenlänge und ein der Seite anliegender Winkel	ja	nein
Umkreisradius, eine Seitenlänge und der der Seite gegenüberliegende Winkel	ja	nein

Lösung: JA. (Winkel, Seite, Winkel)
NEIN: es gibt im allgemeinen zwei verschiedene Lösungen.
JA. (Wie bei Aufgabe 8.)
NEIN: der gegenüberliegende Winkel ist für alle Eckpunkte derselbe!

Aufgabe 5. (*4 Punkte*) Ordnen Sie den Mathematikern Descartes, Pascal, Pythagoras, Thales, die nach ihnen benannten Sachverhalte zu (tragen Sie **D**, **Pa**, **Py** bzw. **T** ein):

Flächen der Quadrate über den Seiten rechtwinkliger Dreiecke	
Koordinatenschreibweise für Punkte in der Ebene	
Kreiswinkel bei Dreiecken mit einer Seite als Durchmesser	
Rekursionsformel für Binomialkoeffizienten	

Aufgabe 6. (*12 Punkte*) Berechnen Sie den Quotienten $\overline{212}/\overline{77}$ in $\mathbb{Z}/301\mathbb{Z}$.

Lösung: Durch einen Tippfehler war die Aufgabe unlösbar: $\mathrm{ggT}(77, 301) = 7 \neq 1$, also ist $\overline{77}$ gar nicht invertierbar.

Aufgabe 7. (*7+7+7+3 Punkte*) Geben Sie die Gewinnwahrscheinlichkeiten der folgenden drei Spiele als vollständig gekürzte Brüche an:

a) Aus einem Kartenspiel mit 32 Karten (die Werte 7,8,9,10,B,D,K,A in den vier Farben $\diamondsuit$,$\heartsuit$, $\spadesuit$,$\clubsuit$) werden vier Karten gezogen. Das Spiel ist gewonnen, wenn die vier Karten allesamt verschiedenfarbig oder aber gleichfarbig sind.

b) Es werden vier *vierseitige* Würfel (mit ⚀, ⚁, ⚂, ⚃ Augen) geworfen. Das Spiel ist gewonnen, wenn die Augensumme 10 ist.

c) In einem Beutel sind die 26 Buchstaben A, B, C, . . . , Z. Dreimal wird ein Buchstabe gezogen, aufgeschrieben und wieder in den Beutel gelegt. Das Spiel ist gewonnen, wenn ein Buchstabe doppelt aufgeschrieben wurde.

Berechnen Sie, welches Spiel die beste und welches die schlechteste Gewinnwahrscheinlichkeit hat.

Lösung: a) Es gibt $\binom{32}{4}$ Möglichkeiten überhaupt, vier Karten zu ziehen. Davon sind $4\binom{8}{4}$ Hände einfarbig. Die Wahrscheinlichkeit für eine bunte (alle vier Karten von verschiedener Farbe) Hand ist $\frac{32}{32}\frac{24}{31}\frac{16}{30}\frac{8}{29}$ — die erste Karte ist beliebig; bei der zweiten Karte sind 24 der verbleibenden 31 Karten andersfarbig usw. Weil die beiden Gewinnmöglichkeiten disjunkt sind, ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit die Summe

$$
\begin{aligned}
P_a &= \frac{4\binom{8}{4}}{\binom{32}{4}} + \frac{32}{32}\frac{24}{31}\frac{16}{30}\frac{8}{29} = \frac{4\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5 + 32\cdot 24\cdot 16\cdot 8}{32\cdot 31\cdot 30\cdot 29} = \frac{7\cdot 6\cdot 5 + 24\cdot 16\cdot 8}{31\cdot 30\cdot 29} \\
&= \frac{7\cdot 5 + 4\cdot 16\cdot 8}{31\cdot 5\cdot 29} = \frac{35 + 512}{31\cdot 5\cdot 29} = \frac{547}{31\cdot 5\cdot 29}
\end{aligned}
$$

b) Es sind insgesamt $4^4 = 256$ mögliche Würfe. Wir zählen zunächst, wie oft man 10 als Summe von vier Zahlen $1, \dots, 4$ darstellen kann:

$$
\begin{array}{lr}
10 = 4+4+1+1 & 4!/2!\,2! = 6 \text{ Möglichkeiten} \\
10 = 4+3+2+1 & 24 \text{ Möglichkeiten} \\
10 = 4+2+2+2 & 4!/3! = 4 \text{ Möglichkeiten} \\
10 = 3+3+3+1 & 4!/3! = 4 \text{ Möglichkeiten} \\
10 = 3+3+2+2 & 4!/2!\,2! = 6 \text{ Möglichkeiten}
\end{array}
$$

Also ist

$$
P_b = \frac{6+24+4+4+6}{4^4} = \frac{44}{256} = \frac{11}{64}.
$$

c) Die Reihenfolge der Buchstaben spielt zwar keine Rolle, aber wie bei der Würfelaufgabe unterscheiden wir die Buchstaben dennoch: dann gibt es 26^3 mögliche (und gleichwahrscheinliche) Ergebnisse. Wir berechnen die Gegenwahrscheinlichkeit, dass also alle drei Buchstaben verschieden sind, dafür gibt es $26\cdot 25\cdot 24$ Möglichkeiten. Insgesamt ist

$$
P_c = 1 - \frac{26\cdot 25\cdot 24}{26^3} = 1 - \frac{25\cdot 6}{13^2} = \frac{169-150}{13^2} = \frac{19}{169}.
$$

Zum Vergleich der Wahrscheinlichkeiten:

Grob geschätzt ist $P_a = \frac{547}{31 \cdot 5 \cdot 29} \approx \frac{547}{4500} \approx \frac{1}{9}$, $P_b = \frac{11}{64} > \frac{1}{6}$, $P_c = \frac{19}{169} \approx \frac{1}{9}$. Wir vergleichen also P_a und P_c: wegen

$$169 \cdot 547 = 92443 > 85405 = 95 \cdot (900 - 1) = 19 \cdot 5 \cdot 29 \cdot 31$$

ist $P_a < P_c < P_b$.

Aufgabe 8. (*12 Punkte*) Konstruieren Sie ein Dreieck ΔABC aus dessen Umkreisradius r, der Seitenlänge $|AB|$ und dem Winkel $\alpha = \sphericalangle BAC$. (Siehe Extrablatt.)

Lösung:
1. Kreis K mit Radius r.
2. Wahl eines Punktes A auf dem Kreis.
3. Ziehe Kreis um A vom Radius $|AB|$.
4. Nenne einer der Schnittpunkte beider Kreise B.
5. Zeichnen einer Hilfslinie am gegebenen Winkel (am einfachsten mit gleichen Schenkeln).
6. Abtragen von α an A, wobei ein Schenkel AB ist. (Seite-Seite-Seite)
7. Schnittpunkt des anderen Schenkels mit K ist C.

Aufgabe 9. (*12 Punkte*) Konstruieren Sie ein rechtwinkliges Dreieck ΔABC (mit rechtem Winkel in A) aus der Seitenlänge $|BC|$ und der Höhe h_A. (Siehe Extrablatt.)

Lösung:
1. Konstruiere Mittelsenkrechte S von BC.
2. Kreis durch B und C mit Mittelpunkt S.
   Alle Punkte auf dem Kreis geben rechtwinklige Dreieckte mit B und C (Thales).
3. Trage auf Mittelsenkrechter von BC die Höhe h als Strecke HS ab.
4. Errichte Senkrechte auf HS durch H, also parallele Gerade g zu BC mit Abstand h.
5. Schnittpunkt von g mit dem Kreis liefert C (beide Wahlen geben kongruente Dreiecke).

Taschenrechner und andere Hilfsmittel sind nicht zugelassen.

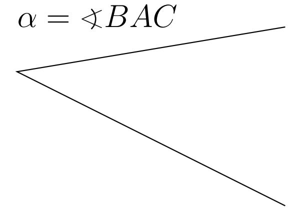
Es gibt 80 Punkte, davon 20 im Ankreuzteil (Aufgaben 1–5) und 60 im zweiten Teil (Aufgaben 6–9).

Bei den Aufgaben der ersten Seite (Aufgaben 1 bis 5) gibt es für falsche Antworten einen Minuspunkt. Plus- und Minuspunkte der Aufgaben 1–5 werden untereinander verrechnet. Es gibt für diesen Block aber mindestens 0 Punkte (das bedeutet, dass fehlerhaftes Ankreuzen Lösungen im Rechenteil nicht beeinträchtigen kann).

Immatrikulationsnummer:

Aufgabe 8. (*12 Punkte*) Konstruieren Sie ein Dreieck ΔABC aus dessen Umkreisradius r, der Seitenlänge $|AB|$ und dem Winkel $\alpha = \sphericalangle BAC$. Geben Sie Ihre Konstruktionsschritte an.

$\alpha = \sphericalangle BAC$



r

$|AB|$

Aufgabe 9. (*12 Punkte*) Konstruieren Sie ein rechtwinkliges Dreieck ΔABC (mit rechtem Winkel in A) aus der Seitenlänge $|BC|$ und der Höhe h_A von A auf BC. Geben Sie Ihre Konstruktionsschritte an.

$|BC|$

h_A

Vier Gründe für Fachmathematik

„Warum lernen wir in der Vorlesung Dinge, die wir in der Schule nicht brauchen?“

Ich habe dazu vier Antworten:

Eine Idee von Mathematik

Mathematiklehrende sollten eine Idee davon haben, was Mathematik jenseits der Schulstoffes ist. Vielfach wird, auch von der interessierten Öffentlichkeit, auf Zahlen und Formeln fokussiert. Viel zentraler sind aber sehr oft Zusammenhänge und Strukturen. Wenn Mathematiker untereinander kommunizieren, benutzen sie gerne Bilder und Worte an Stelle von Formeln. Es ist richtig, dass Formeln eine extrem präzise und kompakte Darstellung von Sachverhalten ermlauben. Das ist aber nur ein Aspekt der Wissenschaft und sollte nicht mit ihr gleichgesetzt werden.
Einige Fakten, die Sie über Mathematik wissen sollten: viele Fragestellungen haben nicht einen, idealen Lösungsweg (wie ihn Musterlösungen oft suggerieren), sondern mehrere Lösungsansätze — mit jeweils eigenen Vor- und Nachteilen. Und bei Weitem nicht alles ist bekannt: natürlich lernt man in Studium und Schule nur Fragen kennen, auf die es Lösungen gibt (die dann oft vom Himmel fallen), aber es gibt sehr einfach zu formulierende mathematische Probleme, die ungelöst sind. Beispiele: Gibt es unendlich viele Primzahlzwillinge? Wie viele Möglichkeiten gibt es, n Würfel zu einem (zusammenhängenden) Körper zusammenzusetzen?

Hintergrundwissen

Das Lehrpersonal sollte nicht nur den zu behandelnden Stoff kennen, sondern auch die Hintergründe. Das gilt bereits für den frühen Mathematikunterricht.
Beispiele: Warum lernen die Schüler nur Teilbarkeitsregeln für einige Zahlen kennen, etwa 2, 3, 4, 5, 9, 10? Gibt es für andere Zahlen auch Teilbarkeitsregeln? Warum wird die Konvention ‘Punktrechnung vor Strichrechnung’ benutzt?

Problemlösekompetenz

Durch PISA weiß man, dass deutsche Schüler zwar gut Aufgaben nach Rezepten lösen können, aber Schwierigkeiten mit ihnen unbekannten Problemstellungen haben. Es ist ein anerkanntes Ziel, darum den prozessorientierten Unterricht gleichberechtigt(er) neben den ergebnisorientierten Unterricht zu stellen.
Damit Sie später die Problemlösekompetenz Ihrer Schüler verbessern können, sollen Sie jetzt selbst Aufgaben bearbeiten, deren Lösungsansätze über Rezepte und Formelsammlungen hinausgehen. Dieser Punkt ist insbesondere deshalb wichtig, weil Sie so den Unterschied zwischen den Herangehensweisen selbst (also als Lernende) erfahren können.

Abstraktionsleistung

Ein wichtiger Teil des Mathematikunterrichtes — neben Grundfähigkeiten (Kopfrechnen, Schätzen) und Problemlösekompetenz — besteht darin, das Abstraktionsvermögen der Schüler zu steigern. Dieser Vorgang beginnt in Klasse 1 und hört nicht auf. Natürlich tragen auch andere Fächer dazu bei, abstrakt zu denken, aber für das Fach Mathematik gilt das sehr stark.
Diesen Prozess können Sie bewusst erleben in einer Vorlesung, die über den Schulstoff hinausgeht: Jedes neue mathematische Konzept erfordert von Ihnen, auf eine neue Weise zu denken und zu verstehen.