Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 1

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M :\ a \cdot m = 0\}$.
Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(5) \oplus \mathbb{Z}(15) \oplus \mathbb{Z}(2))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 2

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M: \ a \cdot m = 0\}$.
Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}(12) \oplus \mathbb{Z}(10))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 3

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M: \ a \cdot m = 0\}$.

Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(16) \oplus \mathbb{Z}(15) \oplus \mathbb{Z}(13))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 4

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M : \ a \cdot m = 0\}$.

Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}(15) \oplus \mathbb{Z}(5))$.

Name:	
Vorname:	

Aufgabe 1

Exemplar 5

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M: \ a \cdot m = 0\}$.
Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(11) \oplus \mathbb{Z}(10) \oplus \mathbb{Z}(4))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 6

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M: \ a \cdot m = 0\}$.

Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(11) \oplus \mathbb{Z}(5) \oplus \mathbb{Z}(12))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 7

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M: \ a \cdot m = 0\}$.
Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(10) \oplus \mathbb{Z}(17) \oplus \mathbb{Z}(15))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 8

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M: \; a \cdot m = 0\}$.
Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(17) \oplus \mathbb{Z}(4) \oplus \mathbb{Z}(3))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 9

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M : \ a \cdot m = 0\}$.

Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}(14) \oplus \mathbb{Z}(13))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 10

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M : \ a \cdot m = 0\}$.
Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(15) \oplus \mathbb{Z}(7) \oplus \mathbb{Z}(7))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 11

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M: \ a \cdot m = 0\}$.
Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}(14) \oplus \mathbb{Z}(10))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 12

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M: \ a \cdot m = 0\}$.
Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(16) \oplus \mathbb{Z}(12) \oplus \mathbb{Z}(16))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 13

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\operatorname{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\operatorname{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M : \ a \cdot m = 0\}$.

Bestimmen Sie $\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}(10) \oplus \mathbb{Z}(5))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 14

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M: \ a \cdot m = 0\}$.
Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(11) \oplus \mathbb{Z}(12) \oplus \mathbb{Z}(15))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 15

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M: \ a \cdot m = 0\}$.
Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}(16) \oplus \mathbb{Z}(17))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 16

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M: \ a \cdot m = 0\}$.

Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(5) \oplus \mathbb{Z}(11) \oplus \mathbb{Z}(8))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 17

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M: \ a \cdot m = 0\}$.

Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}(6) \oplus \mathbb{Z}(5))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 18

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M: \ a \cdot m = 0\}$.
Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(14) \oplus \mathbb{Z}(3) \oplus \mathbb{Z}(4))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 19

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M : \ a \cdot m = 0\}$.
Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}(7) \oplus \mathbb{Z}(2))$.

Name:	
Vorname:	

Aufgabe 1

Exemplar 20

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M: \ a \cdot m = 0\}$.

Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}(3) \oplus \mathbb{Z}(15))$.

Name:	
Vorname:	

Aufgabe 1

Exemplar 21

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M : \; a \cdot m = 0\}$.
Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(10) \oplus \mathbb{Z}(6) \oplus \mathbb{Z}(2))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 22

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M : \; a \cdot m = 0\}$.

Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}(11) \oplus \mathbb{Z}(17))$.

Name:	
Vorname:	

Aufgabe 1

Exemplar 23

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M : \ a \cdot m = 0\}$.
Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(8) \oplus \mathbb{Z}(14) \oplus \mathbb{Z}(13))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 24

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M : \ a \cdot m = 0\}$.

Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}(15) \oplus \mathbb{Z}(2))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 25

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M: \; a \cdot m = 0\}$.

Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}(12) \oplus \mathbb{Z}(13))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 26

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M :\ a \cdot m = 0\}$.
Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(17) \oplus \mathbb{Z}(12) \oplus \mathbb{Z}(12))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 27

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M: \ a \cdot m = 0\}$.
Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}(14) \oplus \mathbb{Z}(14))$.

Name:	
Vorname:	

Aufgabe 1

Exemplar 28

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M: \ a \cdot m = 0\}$.
Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(7) \oplus \mathbb{Z}(14) \oplus \mathbb{Z}(13))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 29

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M: \ a \cdot m = 0\}$.

Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}(5) \oplus \mathbb{Z}(14))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 30

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M : \ a \cdot m = 0\}$.

Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}(7) \oplus \mathbb{Z}(12))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 31

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M : \ a \cdot m = 0\}$.

Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(17) \oplus \mathbb{Z}(3) \oplus \mathbb{Z}(5))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 32

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M: \ a \cdot m = 0\}$.
Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}(5) \oplus \mathbb{Z}(16))$.

Name:	
Vorname:	

Aufgabe 1

Exemplar 33

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M :\ a \cdot m = 0\}$.

Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(11) \oplus \mathbb{Z}(7) \oplus \mathbb{Z}(12))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 34

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M: \ a \cdot m = 0\}$.

Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(14) \oplus \mathbb{Z}(12) \oplus \mathbb{Z}(2))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 35

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M : \ a \cdot m = 0\}$.

Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}(15) \oplus \mathbb{Z}(17))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 36

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M :\ a \cdot m = 0\}$.
Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(14) \oplus \mathbb{Z}(9) \oplus \mathbb{Z}(11))$.

Name:	
Vorname:	

Aufgabe 1

Exemplar 37

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M : \ a \cdot m = 0\}$.

Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}(5) \oplus \mathbb{Z}(6))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 38

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M: \ a \cdot m = 0\}$.
Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}(15) \oplus \mathbb{Z}(17))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 39

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M : \ a \cdot m = 0\}$.

Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}(9) \oplus \mathbb{Z}(16))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 1

Exemplar 40

Für einen Ring R definieren wir den Annullator $\mathrm{Ann}_R(M)$ eines R-Moduls M durch $\mathrm{Ann}_R(M) := \{a \in R \mid \forall m \in M: \ a \cdot m = 0\}$.

Bestimmen Sie $\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}(12) \oplus \mathbb{Z}(12))$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 1

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 21 & 41 & 29 \\ 12 & 66 & 42 \\ -6 & 12 & 6 \\ -21 & -55 & -37 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 2

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 0 & 0 \\ -21 & -8 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ -15 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 3

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 6 & -12 \\ 12 & -18 & 24 \\ 12 & -18 & 24 \\ 5 & -10 & 11 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 4

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} -42 & -24 & 36 \\ 9 & 1 & -15 \\ -9 & -1 & 15 \\ 15 & 11 & -9 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 5

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 15 & 34 & -11 \\ -3 & -34 & 11 \\ 0 & 0 & 0 \\ 9 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 6

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 36 & 0 & -42 \\ -1 & -34 & 52 \\ -1 & 2 & -2 \\ 35 & 2 & -44 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 7

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 36 & -24 & 36 \\ 38 & -23 & 34 \\ 0 & 0 & 0 \\ 12 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 8

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 7 & 12 \\ 11 & 7 & 12 \\ -30 & -12 & -30 \\ 12 & 6 & 12 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 9

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} -66 & -42 & 24 \\ 66 & 41 & -23 \\ -42 & -65 & 47 \\ 12 & -11 & 11 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 10

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 17 & -6 \\ -44 & -31 & 6 \\ 2 & 1 & 0 \\ 28 & -7 & 6 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:	
Vorname:	

Aufgabe 2

Exemplar 11

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 6 \\ 9 & -2 & 6 \\ 0 & 6 & 6 \\ 3 & -4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 12

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 6 & 0 & 6 \\ 69 & -73 & 106 \\ 78 & -72 & 114 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 13

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 23 & -35 & -5 \\ -24 & 36 & 6 \\ 11 & -17 & -5 \\ 13 & -19 & -7 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 14

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 18 & 6 & 6 \\ 1 & 0 & 3 \\ -18 & -6 & -6 \\ -18 & -6 & -12 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 15

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} -17 & 6 & -10 \\ -17 & 6 & 2 \\ -55 & 18 & -14 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 16

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A \;=\; \begin{pmatrix} -15 & -4 & -1 \\ 15 & 4 & 1 \\ 6 & 6 & 0 \\ -3 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 17

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} -34 & 93 & 74 \\ 2 & -15 & -34 \\ 38 & -111 & -106 \\ 2 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 18

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} -38 & 25 & 26 \\ 34 & -11 & -82 \\ -36 & 12 & 84 \\ 38 & -13 & -86 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 19

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 12 & -6 & 0 \\ 12 & 0 & 6 \\ 0 & -6 & -6 \\ -3 & 9 & 7 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 20

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 12 & -12 & -6 \\ -6 & -15 & -10 \\ 0 & -3 & -2 \\ 12 & -12 & -6 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 21

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 0 & -6 \\ 61 & -16 & 60 \\ 5 & -2 & 6 \\ 5 & -2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 22

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} -18 & -18 & 6 \\ -20 & -16 & 7 \\ 12 & -6 & -6 \\ -8 & -22 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 23

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 26 & 34 & -33 \\ 26 & 34 & -33 \\ -2 & 2 & -3 \\ 42 & 36 & -30 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 24

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -12 & 12 \\ 4 & -13 & 10 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -36 & 12 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 25

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} -18 & 54 & 54 \\ 0 & 0 & 0 \\ 20 & -57 & -52 \\ -16 & 45 & 38 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:	
Vorname:	

Aufgabe 2

Exemplar 26

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} -10 & 119 & -48 \\ 12 & -120 & 48 \\ -34 & 107 & -36 \\ -38 & 109 & -36 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 27

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -15 \\ 12 & 13 & 33 \\ 12 & 13 & 21 \\ 12 & 11 & 51 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 28

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 0 & -6 \\ 6 & 6 & -6 \\ 6 & -5 & 0 \\ 6 & -7 & 0 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 29

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 32 & -1 & -26 \\ 30 & 0 & -24 \\ -18 & 18 & 18 \\ -4 & 35 & 10 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 30

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 12 & 18 \\ 18 & 24 & 5 \\ -18 & -24 & -5 \\ -12 & -18 & -11 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 31

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 42 & -1 & -17 \\ -18 & 12 & -6 \\ -18 & 11 & -5 \\ 6 & 24 & -30 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 32

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} -29 & -32 & 56 \\ 55 & 16 & -52 \\ 77 & 8 & -56 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 33

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 12 & -18 & 12 \\ 48 & -42 & 12 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 34

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 14 & 15 & 15 \\ -2 & -3 & 3 \\ 4 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:	
Vorname:	

Aufgabe 2

Exemplar 35

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} -12 & 0 & -18 \\ 6 & -5 & 17 \\ 12 & 0 & 18 \\ -12 & 1 & -19 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 36

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 17 & -57 & -1 \\ -17 & 63 & 1 \\ -18 & 54 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:	
Vorname:	

Aufgabe 2

Exemplar 37

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 12 & -18 & 12 \\ 29 & -32 & 15 \\ -1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 38

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} -12 & 24 & 0 \\ -24 & -6 & 36 \\ -48 & 41 & 37 \\ 48 & -41 & -37 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 39

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 6 & -5 \\ 6 & 6 & -5 \\ 0 & 0 & -1 \\ 18 & 24 & 6 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 2

Exemplar 40

Geben Sie die durch folgende Präsentationsmatrix A beschriebene abelsche Gruppe G als direkte Summe zyklischer Gruppen an, die von Primzahlpotenzordnung oder isomorph zu $\mathbb{Z}$ sind:

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 97 & 18 \\ -6 & -119 & -54 \\ 0 & -109 & -36 \\ 6 & 13 & 18 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die primären Elementarteiler von G.

Lösungen zur Aufgabe 1

erzeugt mit der Online-Fassung „Lineare Algebra individuell“ Ver. 0.51,

M. Roczen und H. Wolter unter Mitarbeit von W. Pohl, D. Popescu, R. Laza

---

Aufgabe 1 Exemplar 1

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\mathrm{Ann}_R(M \oplus N) = \mathrm{Ann}_R(M) \cap \mathrm{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(5) \oplus \mathbb{Z}(15) \oplus \mathbb{Z}(2)) = (5) \cap (15) \cap (2) = (30)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 5, 15 und 2 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 2

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\mathrm{Ann}_R(M \oplus N) = \mathrm{Ann}_R(M) \cap \mathrm{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}(12) \oplus \mathbb{Z}(10)) = (12) \cap (12) \cap (10) = (60)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 12, 12 und 10 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 3

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\mathrm{Ann}_R(M \oplus N) = \mathrm{Ann}_R(M) \cap \mathrm{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(16) \oplus \mathbb{Z}(15) \oplus \mathbb{Z}(13)) = (16) \cap (15) \cap (13) = (3120)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 16, 15 und 13 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 4

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\mathrm{Ann}_R(M \oplus N) = \mathrm{Ann}_R(M) \cap \mathrm{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}(15) \oplus \mathbb{Z}(5)) = (2) \cap (15) \cap (5) = (30)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 2, 15 und 5 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 5

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(11) \oplus \mathbb{Z}(10) \oplus \mathbb{Z}(4)) = (11) \cap (10) \cap (4) = (220)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 11, 10 und 4 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 6

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(11) \oplus \mathbb{Z}(5) \oplus \mathbb{Z}(12)) = (11) \cap (5) \cap (12) = (660)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 11, 5 und 12 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 7

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(10) \oplus \mathbb{Z}(17) \oplus \mathbb{Z}(15)) = (10) \cap (17) \cap (15) = (510)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 10, 17 und 15 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 8

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(17) \oplus \mathbb{Z}(4) \oplus \mathbb{Z}(3)) = (17) \cap (4) \cap (3) = (204)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 17, 4 und 3 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 9

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}(14) \oplus \mathbb{Z}(13)) = (2) \cap (14) \cap (13) = (182)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 2, 14 und 13 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 10

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(15) \oplus \mathbb{Z}(7) \oplus \mathbb{Z}(7)) = (15) \cap (7) \cap (7) = (105)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 15, 7 und 7 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 11

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}(14) \oplus \mathbb{Z}(10)) = (6) \cap (14) \cap (10) = (210)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 6, 14 und 10 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 12

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(16) \oplus \mathbb{Z}(12) \oplus \mathbb{Z}(16)) = (16) \cap (12) \cap (16) = (48)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 16, 12 und 16 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 13

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}(10) \oplus \mathbb{Z}(5)) = (4) \cap (10) \cap (5) = (20)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 4, 10 und 5 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 14

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\mathrm{Ann}_R(M \oplus N) = \mathrm{Ann}_R(M) \cap \mathrm{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(11) \oplus \mathbb{Z}(12) \oplus \mathbb{Z}(15)) = (11) \cap (12) \cap (15) = (660)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 11, 12 und 15 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 15

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\mathrm{Ann}_R(M \oplus N) = \mathrm{Ann}_R(M) \cap \mathrm{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}(16) \oplus \mathbb{Z}(17)) = (9) \cap (16) \cap (17) = (2448)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 9, 16 und 17 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 16

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\mathrm{Ann}_R(M \oplus N) = \mathrm{Ann}_R(M) \cap \mathrm{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(5) \oplus \mathbb{Z}(11) \oplus \mathbb{Z}(8)) = (5) \cap (11) \cap (8) = (440)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 5, 11 und 8 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 17

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\mathrm{Ann}_R(M \oplus N) = \mathrm{Ann}_R(M) \cap \mathrm{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}(6) \oplus \mathbb{Z}(5)) = (3) \cap (6) \cap (5) = (30)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 3, 6 und 5 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 18

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(14) \oplus \mathbb{Z}(3) \oplus \mathbb{Z}(4)) = (14) \cap (3) \cap (4) = (84)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 14, 3 und 4 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 19

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}(7) \oplus \mathbb{Z}(2)) = (9) \cap (7) \cap (2) = (126)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 9, 7 und 2 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 20

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}(3) \oplus \mathbb{Z}(15)) = (12) \cap (3) \cap (15) = (60)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 12, 3 und 15 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 21

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(10) \oplus \mathbb{Z}(6) \oplus \mathbb{Z}(2)) = (10) \cap (6) \cap (2) = (30)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 10, 6 und 2 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 22

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}(11) \oplus \mathbb{Z}(17)) = (3) \cap (11) \cap (17) = (561)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 3, 11 und 17 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 23

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(8) \oplus \mathbb{Z}(14) \oplus \mathbb{Z}(13)) = (8) \cap (14) \cap (13) = (728)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 8, 14 und 13 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 24

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}(15) \oplus \mathbb{Z}(2)) = (12) \cap (15) \cap (2) = (60)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 12, 15 und 2 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 25

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}(12) \oplus \mathbb{Z}(13)) = (12) \cap (12) \cap (13) = (156)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 12, 12 und 13 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 26

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(17) \oplus \mathbb{Z}(12) \oplus \mathbb{Z}(12)) = (17) \cap (12) \cap (12) = (204)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 17, 12 und 12 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 27

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\mathrm{Ann}_R(M \oplus N) = \mathrm{Ann}_R(M) \cap \mathrm{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}(14) \oplus \mathbb{Z}(14)) = (9) \cap (14) \cap (14) = (126)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 9, 14 und 14 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 28

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\mathrm{Ann}_R(M \oplus N) = \mathrm{Ann}_R(M) \cap \mathrm{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(7) \oplus \mathbb{Z}(14) \oplus \mathbb{Z}(13)) = (7) \cap (14) \cap (13) = (182)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 7, 14 und 13 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 29

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\mathrm{Ann}_R(M \oplus N) = \mathrm{Ann}_R(M) \cap \mathrm{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}(5) \oplus \mathbb{Z}(14)) = (9) \cap (5) \cap (14) = (630)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 9, 5 und 14 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 30

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\mathrm{Ann}_R(M \oplus N) = \mathrm{Ann}_R(M) \cap \mathrm{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}(7) \oplus \mathbb{Z}(12)) = (9) \cap (7) \cap (12) = (252)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 9, 7 und 12 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 31

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(17) \oplus \mathbb{Z}(3) \oplus \mathbb{Z}(5)) = (17) \cap (3) \cap (5) = (255)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 17, 3 und 5 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 32

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}(5) \oplus \mathbb{Z}(16)) = (12) \cap (5) \cap (16) = (240)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 12, 5 und 16 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 33

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(11) \oplus \mathbb{Z}(7) \oplus \mathbb{Z}(12)) = (11) \cap (7) \cap (12) = (924)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 11, 7 und 12 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 34

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(14) \oplus \mathbb{Z}(12) \oplus \mathbb{Z}(2)) = (14) \cap (12) \cap (2) = (84)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 14, 12 und 2 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 35

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}(15) \oplus \mathbb{Z}(17)) = (9) \cap (15) \cap (17) = (765)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 9, 15 und 17 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 36

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(14) \oplus \mathbb{Z}(9) \oplus \mathbb{Z}(11)) = (14) \cap (9) \cap (11) = (1386)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 14, 9 und 11 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 37

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}(5) \oplus \mathbb{Z}(6)) = (4) \cap (5) \cap (6) = (60)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 4, 5 und 6 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 38

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\operatorname{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}(15) \oplus \mathbb{Z}(17)) = (2) \cap (15) \cap (17) = (510)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 2, 15 und 17 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 39

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\operatorname{Ann}_R(M \oplus N) = \operatorname{Ann}_R(M) \cap \operatorname{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}(9) \oplus \mathbb{Z}(16)) = (4) \cap (9) \cap (16) = (144)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 4, 9 und 16 erzeugt wird.

Aufgabe 1 Exemplar 40

Lösung. Wir bemerken zunächst, dass für eine direkte Summe $M \oplus N$ von R-Moduln der Annullator als $\mathrm{Ann}_R(M \oplus N) = \mathrm{Ann}_R(M) \cap \mathrm{Ann}_R(N)$ erhalten wird, denn das Produkt mit einem Ringelement verschwindet genau dann, wenn die Produkte mit den direkten Komponenten verschwinden. So erhalten wir

$$\mathrm{Ann}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}(12) \oplus \mathbb{Z}(12)) = (3) \cap (12) \cap (12) = (12)$$

als das Ideal in $\mathbb{Z}$, das vom kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen 3, 12 und 12 erzeugt wird.

Lösungen zur Aufgabe 2

erzeugt mit der Online-Fassung „Lineare Algebra individuell“ Ver. 0.51,

M. Roczen und H. Wolter unter Mitarbeit von W. Pohl, D. Popescu, R. Laza

---

Aufgabe 2 Exemplar 1

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i,i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 18 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(18) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(18) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 2

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i,i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 12 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \end{aligned}$$

$$\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}.$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 3

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i,i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 4

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 12 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i,i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(12 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 5

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 12 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(12 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 12 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 6

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 12 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(12 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 18 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(18) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(18) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 — Exemplar 7

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 12 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i,i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(12 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 12 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 — Exemplar 8

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i,i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 9

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 12 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(12 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 18 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(18) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(18) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 10

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 12 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(12 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 11

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i,i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 12

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 36 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i,i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 36 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(36) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(36) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 13

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 14

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 15

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 12 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(12 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 16

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 12 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 17

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 12 & 0 & 0 \\ 0 & 36 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(12 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 36 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(36) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(36) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 18

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 12 & 0 & 0 \\ 0 & 36 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,
(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(12 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 36 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(36) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(36) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 19

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,
(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 20

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 21

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i,i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 18 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(18) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(18) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 22

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i,i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 23

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 12 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(12 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 24

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 12 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(12 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 25

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 18 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(18) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(18) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 26

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 12 & 0 & 0 \\ 0 & 36 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(12 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 36 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(36) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(36) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 27

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 12 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(12 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 12 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 28

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 29

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 18 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(18) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(18) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 30

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 31

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 12 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(12 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 32

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 12 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(12 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 18 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(18) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(18) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 33

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 12 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 34

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,
(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 18 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(18) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(18) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 35

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,
(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 36

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 18 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(18) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(18) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 37

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 38

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 12 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(12 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 18 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(18) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(12) \oplus \mathbb{Z}/(18) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 39

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 Exemplar 40

Ergebnis. Auf die Matrix A werden Zeilen und Spaltenoperationen (z.B. nach dem smithschen Algorithmus) angewendet, durch die eine äquivalente Präsentationsmatrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 36 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

entsteht, in der nur an Positionen (i, i) von 0 verschiedene Einträge auftreten. Beachten Sie: Zulässige Operationen sind dabei

(1) Addition eines ganzzahligen Vielfachen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen,

(2) Multiplikation einer Zeile (Spalte) mit -1.

Wir bestimmen aus den Einträgen von B den Isomorphietyp der Gruppe G: Quotientenbildung nach der Summe der Untergruppen $b_{ii} \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_i$ ergibt

$$\begin{aligned} G &\cong \mathbb{Z}^4/(6 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_1 \oplus 36 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_2 \oplus 1 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_3 \oplus 0 \cdot \mathbb{Z}\boldsymbol{e}_4) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(36) \oplus \mathbb{Z}/(1) \oplus \mathbb{Z}/(0) \\ &\cong \mathbb{Z}/(6) \oplus \mathbb{Z}/(36) \oplus \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Summanden werden nun nach dem chinesischen Restsatz in direkte Summen von Gruppen von Primzahlpotenzordnung zerlegt. Es folgt

$$G \cong \mathbb{Z}/(2) \oplus \mathbb{Z}/(3) \oplus \mathbb{Z}/(4) \oplus \mathbb{Z}/(9) \oplus \mathbb{Z}.$$