Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 1

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbb{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{e}_1 + 2\boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = -2\boldsymbol{e}'_2 - \boldsymbol{e}'_3,$

(2) $\boldsymbol{v} = (-3, 3),\ \boldsymbol{w} = (0, 1, 2).$

Name:	
Vorname:	

Aufgabe 3

Exemplar 2

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}_1', \boldsymbol{e}_2', \boldsymbol{e}_3')$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbf{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = -2\boldsymbol{e}_2' + 2\boldsymbol{e}_3'$,

(2) $\boldsymbol{v} = (-3, -2),\ \boldsymbol{w} = (0, -2, 3)$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 3

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}_1', \boldsymbol{e}_2', \boldsymbol{e}_3')$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbb{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = -2\boldsymbol{e}_1 - 2\boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = -\boldsymbol{e}_1' - 3\boldsymbol{e}_3'$,

(2) $\boldsymbol{v} = (-1, -2),\ \boldsymbol{w} = (0, 3, 2)$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 4

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbf{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = -2\boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}'_2 - \boldsymbol{e}'_3,$

(2) $\boldsymbol{v} = (1, 3),\ \boldsymbol{w} = (0, -1, 2).$

Name:	
Vorname:	

Aufgabe 3

Exemplar 5

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbb{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{w} = -\boldsymbol{e}'_1 - 3\boldsymbol{e}'_2$,

(2) $\boldsymbol{v} = (-3, 3)$, $\boldsymbol{w} = (-1, 0, 2)$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 6

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbb{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = -2\boldsymbol{e}_1 - 2\boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}'_1 + 3\boldsymbol{e}'_2,$

(2) $\boldsymbol{v} = (2, -2),\ \boldsymbol{w} = (0, 1, -2).$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 7

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbb{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}'_1 + \boldsymbol{e}'_2,$

(2) $\boldsymbol{v} = (-3, 3),\ \boldsymbol{w} = (1, -1, 0).$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 8

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbb{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}'_2 - 3\boldsymbol{e}'_3$,

(2) $\boldsymbol{v} = (1, -1),\ \boldsymbol{w} = (-2, 0, -1)$.

Name:	
Vorname:	

Aufgabe 3

Exemplar 9

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbf{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{e}_1 - 2\boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}'_1 + 2\boldsymbol{e}'_3,$

(2) $\boldsymbol{v} = (-2, 1),\ \boldsymbol{w} = (-2, 0, 1).$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 10

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbf{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = -2\boldsymbol{e}_1 + 2\boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}'_2 + \boldsymbol{e}'_3,$

(2) $\boldsymbol{v} = (3, 2),\ \boldsymbol{w} = (-1, -3, 0).$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 11

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbf{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = -2\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{e}'_1 - 3\boldsymbol{e}'_3$,

(2) $\boldsymbol{v} = (-1, 1),\ \boldsymbol{w} = (1, 0, -2)$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 12

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbf{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{e}'_2 - \boldsymbol{e}'_3$,

(2) $\boldsymbol{v} = (-3, -2)$, $\boldsymbol{w} = (3, 1, 0)$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 13

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbf{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = \boldsymbol{e}'_1 - 3\boldsymbol{e}'_3$,

(2) $\boldsymbol{v} = (2, -2),\ \boldsymbol{w} = (0, -3, 3)$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 14

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbf{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = -2\boldsymbol{e}'_1 + 3\boldsymbol{e}'_3,$

(2) $\boldsymbol{v} = (2, -2),\ \boldsymbol{w} = (0, -2, -3).$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 15

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbf{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{e}_1 - 2\boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}'_2 + \boldsymbol{e}'_3$,

(2) $\boldsymbol{v} = (3, -1),\ \boldsymbol{w} = (3, -2, 0)$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 16

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbb{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = \boldsymbol{e}'_2 - 3\boldsymbol{e}'_3,$

(2) $\boldsymbol{v} = (-2, 1),\ \boldsymbol{w} = (-1, -3, 0).$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 17

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbb{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}'_1 + 2\boldsymbol{e}'_2,$

(2) $\boldsymbol{v} = (2, -1),\ \boldsymbol{w} = (-2, -2, 0).$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 18

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbf{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{e}_1 + 2\boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = -\boldsymbol{e}'_1 - \boldsymbol{e}'_3,$

(2) $\boldsymbol{v} = (-2, 1),\ \boldsymbol{w} = (0, -3, 1).$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 19

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbb{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = -2\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{e}'_2 - 2\boldsymbol{e}'_3,$

(2) $\boldsymbol{v} = (1, -1),\ \boldsymbol{w} = (0, -3, 3).$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 20

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbf{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{e}'_2 + \boldsymbol{e}'_3,$

(2) $\boldsymbol{v} = (-2, 2),\ \boldsymbol{w} = (0, 3, -1).$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 21

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbb{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{e}_1 - 2\boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}'_1 + 2\boldsymbol{e}'_3$,

(2) $\boldsymbol{v} = (2, 3),\ \boldsymbol{w} = (3, 0, 3)$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 22

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbf{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{e}'_1 + 2\boldsymbol{e}'_2,$

(2) $\boldsymbol{v} = (3, 1),\ \boldsymbol{w} = (1, -3, 0).$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 23

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbb{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{e}_1 - 2\boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}'_2 - 2\boldsymbol{e}'_3,$

(2) $\boldsymbol{v} = (-1, 1),\ \boldsymbol{w} = (0, 1, 1).$

Name:	
Vorname:	

Aufgabe 3

Exemplar 24

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbf{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}'_1 + \boldsymbol{e}'_3,$

(2) $\boldsymbol{v} = (-1, -1),\ \boldsymbol{w} = (3, -3, 0).$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 25

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbb{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{e}_1 - 2\boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = \boldsymbol{e}'_1 + 2\boldsymbol{e}'_3$,

(2) $\boldsymbol{v} = (3, 1),\ \boldsymbol{w} = (1, 3, 0)$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 26

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbb{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{e}_1 - 2\boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}'_2 - 2\boldsymbol{e}'_3$,

(2) $\boldsymbol{v} = (-3, 1),\ \boldsymbol{w} = (-2, 0, -3)$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 27

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbf{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{e}_1 + 2\boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = -2\boldsymbol{e}'_2 + \boldsymbol{e}'_3,$

(2) $\boldsymbol{v} = (2, -3),\ \boldsymbol{w} = (-3, 0, 3).$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 28

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbf{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{w} = -2\boldsymbol{e}'_1 - 3\boldsymbol{e}'_2$,

(2) $\boldsymbol{v} = (2, 3)$, $\boldsymbol{w} = (0, 2, -3)$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 29

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbf{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = -2\boldsymbol{e}'_2 + \boldsymbol{e}'_3,$

(2) $\boldsymbol{v} = (3, 1),\ \boldsymbol{w} = (0, -1, -3).$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 30

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbf{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}'_2 + 2\boldsymbol{e}'_3,$

(2) $\boldsymbol{v} = (-3, 1),\ \boldsymbol{w} = (-1, -2, 0).$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 31

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbf{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{w} = -2\boldsymbol{e}'_2 + 2\boldsymbol{e}'_3$,

(2) $\boldsymbol{v} = (-1, -3)$, $\boldsymbol{w} = (0, -2, -2)$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 32

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbb{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{e}_1 - 2\boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{e}'_1 - 2\boldsymbol{e}'_2,$

(2) $\boldsymbol{v} = (3, -3),\ \boldsymbol{w} = (0, -3, -3).$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 33

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbf{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}'_2 + 2\boldsymbol{e}'_3$,

(2) $\boldsymbol{v} = (-1, -1),\ \boldsymbol{w} = (3, 0, -3)$.

Name:	
Vorname:	

Aufgabe 3

Exemplar 34

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbf{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{e}_1 + 2\boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{e}'_2 + 2\boldsymbol{e}'_3,$

(2) $\boldsymbol{v} = (-3, 2),\ \boldsymbol{w} = (0, 3, 3).$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 35

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbf{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = -2\boldsymbol{e}'_1 + \boldsymbol{e}'_3,$

(2) $\boldsymbol{v} = (-1, 2),\ \boldsymbol{w} = (0, 1, -2).$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 36

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbf{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = -2\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}'_1 + 2\boldsymbol{e}'_3,$

(2) $\boldsymbol{v} = (-3, 2),\ \boldsymbol{w} = (0, -1, -3).$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 37

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbf{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{e}'_2 + \boldsymbol{e}'_3$,

(2) $\boldsymbol{v} = (1, 1),\ \boldsymbol{w} = (-1, -1, 0)$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 38

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbf{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = -\boldsymbol{e}'_2 + \boldsymbol{e}'_3$,

(2) $\boldsymbol{v} = (2, 1),\ \boldsymbol{w} = (0, 3, 1)$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 39

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbb{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = -2\boldsymbol{e}_1 + 2\boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{w} = -2\boldsymbol{e}'_1 + 2\boldsymbol{e}'_3,$

(2) $\boldsymbol{v} = (-3, 3),\ \boldsymbol{w} = (-2, 1, 0).$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 3

Exemplar 40

$V = \mathbb{R}^2$ und $W = \mathbb{R}^3$ bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen $\mathcal{B} = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$, bzw. $\mathcal{B}' = (\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3)$. Zerlegen Sie die Tensoren $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} \in V \otimes_{\mathbb{R}} W$ in Vielfachensummen der Basisvektoren aus $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$, wobei

(1) $\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}'_1 + 2\boldsymbol{e}'_2$,

(2) $\boldsymbol{v} = (-3, 3)$, $\boldsymbol{w} = (0, -1, 1)$.

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 1

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 2

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 3

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 4

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:	
Vorname:	

Aufgabe 4

Exemplar 5

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 6

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 7

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 8

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 9

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 10

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 11

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 12

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 13

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 14

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 15

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 16

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 17

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 18

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:	
Vorname:	

Aufgabe 4

Exemplar 19

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 20

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 21

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 22

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:	
Vorname:	

Aufgabe 4

Exemplar 23

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 24

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 25

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 26

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 27

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 28

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 29

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 30

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 31

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 32

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 33

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 34

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 35

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 36

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 37

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 38

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 39

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Name:											
Vorname:											

Aufgabe 4

Exemplar 40

Bestimmen Sie die Normalform einer Präsentationsmatrix für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3; \mathbb{F}_2).$$

Lösungen zur Aufgabe 3

Aufgabe 3 Exemplar 1

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -4\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 4\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist
$$\boldsymbol{v} = -3\boldsymbol{e}_1 + 3\boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = \boldsymbol{e}'_2 + 2\boldsymbol{e}'_3,$$
wir erhalten folglich
$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3\,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 2

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist
$$\boldsymbol{v} = -3\boldsymbol{e}_1 - 2\boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = -2\boldsymbol{e}'_2 + 3\boldsymbol{e}'_3,$$
wir erhalten folglich
$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 9\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + 4\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3\,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 3

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist
$$\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{e}_1 - 2\boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}'_2 + 2\boldsymbol{e}'_3,$$
wir erhalten folglich
$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 4\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3\,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 4

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist
$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{e}_1 + 3\boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = -\boldsymbol{e}'_2 + 2\boldsymbol{e}'_3,$$
wir erhalten folglich
$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3\,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 5

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2$.

(2) Es ist
$$\boldsymbol{v} = -3\boldsymbol{e}_1 + 3\boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = -\boldsymbol{e}'_1 + 2\boldsymbol{e}'_3,$$
wir erhalten folglich
$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3 \,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 6

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2$.

(2) Es ist
$$\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{e}_1 - 2\boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = \boldsymbol{e}'_2 - 2\boldsymbol{e}'_3,$$
wir erhalten folglich
$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 4\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 4\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3 \,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 7

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - \boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2$.

(2) Es ist
$$\boldsymbol{v} = -3\boldsymbol{e}_1 + 3\boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = \boldsymbol{e}'_1 - \boldsymbol{e}'_2,$$
wir erhalten folglich
$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 \,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 8

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist
$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = -2\boldsymbol{e}'_1 - \boldsymbol{e}'_3,$$
wir erhalten folglich
$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - \boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3 \,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 9

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 4\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 4\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist

$$\boldsymbol{v} = -2\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = -2\boldsymbol{e}'_1 + \boldsymbol{e}'_3,$$

wir erhalten folglich

$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 4\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3\,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 10

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist

$$\boldsymbol{v} = 3\boldsymbol{e}_1 + 2\boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = -\boldsymbol{e}'_1 - 3\boldsymbol{e}'_2,$$

wir erhalten folglich

$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 9\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2\,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 11

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -4\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist

$$\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = \boldsymbol{e}'_1 - 2\boldsymbol{e}'_3,$$

wir erhalten folglich

$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3\,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 12

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + \boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist

$$\boldsymbol{v} = -3\boldsymbol{e}_1 - 2\boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}'_1 + \boldsymbol{e}'_2,$$

wir erhalten folglich

$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -9\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2\,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 13

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist

$$\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{e}_1 - 2\boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}'_2 + 3\boldsymbol{e}'_3,$$

wir erhalten folglich

$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3 .$$

Aufgabe 3 Exemplar 14

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist

$$\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{e}_1 - 2\boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = -2\boldsymbol{e}'_2 - 3\boldsymbol{e}'_3,$$

wir erhalten folglich

$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -4\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + 4\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3 .$$

Aufgabe 3 Exemplar 15

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + \boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist

$$\boldsymbol{v} = 3\boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}'_1 - 2\boldsymbol{e}'_2,$$

wir erhalten folglich

$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 9\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 .$$

Aufgabe 3 Exemplar 16

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = \boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist

$$\boldsymbol{v} = -2\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = -\boldsymbol{e}'_1 - 3\boldsymbol{e}'_2,$$

wir erhalten folglich

$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 .$$

Aufgabe 3 Exemplar 17

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2$.

(2) Es ist
$$\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = -2\boldsymbol{e}'_1 - 2\boldsymbol{e}'_2,$$
wir erhalten folglich
$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -4\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 4\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2\,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 18

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - \boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist
$$\boldsymbol{v} = -2\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}'_2 + \boldsymbol{e}'_3,$$
wir erhalten folglich
$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3\,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 19

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -4\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 4\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist
$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}'_2 + 3\boldsymbol{e}'_3,$$
wir erhalten folglich
$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3\,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 20

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 4\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist
$$\boldsymbol{v} = -2\boldsymbol{e}_1 + 2\boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}'_2 - \boldsymbol{e}'_3,$$
wir erhalten folglich
$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3\,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 21

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 4\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist
$$\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{e}_1 + 3\boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}'_1 + 3\boldsymbol{e}'_3,$$
wir erhalten folglich
$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + 9\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 9\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3 .$$

Aufgabe 3 Exemplar 22

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2$.

(2) Es ist
$$\boldsymbol{v} = 3\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = \boldsymbol{e}'_1 - 3\boldsymbol{e}'_2,$$
wir erhalten folglich
$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 9\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 .$$

Aufgabe 3 Exemplar 23

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 4\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 4\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist
$$\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = \boldsymbol{e}'_2 + \boldsymbol{e}'_3,$$
wir erhalten folglich
$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - \boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3 .$$

Aufgabe 3 Exemplar 24

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + \boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist
$$\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}'_1 - 3\boldsymbol{e}'_2,$$
wir erhalten folglich
$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 .$$

Aufgabe 3 Exemplar 25

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 4\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 4\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist

$$\boldsymbol{v} = 3\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = \boldsymbol{e}'_1 + 3\boldsymbol{e}'_2,$$

wir erhalten folglich

$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 9\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2\,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 26

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 4\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist

$$\boldsymbol{v} = -3\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = -2\boldsymbol{e}'_1 - 3\boldsymbol{e}'_3,$$

wir erhalten folglich

$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 9\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3\,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 27

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -4\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 4\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist

$$\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{e}_1 - 3\boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}'_1 + 3\boldsymbol{e}'_3,$$

wir erhalten folglich

$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + 9\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 9\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3\,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 28

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2$.

(2) Es ist

$$\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{e}_1 + 3\boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{e}'_2 - 3\boldsymbol{e}'_3,$$

wir erhalten folglich

$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 4\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 9\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3\,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 29

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -4\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_2' + 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_3' - 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}_2' + \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}_3'$.

(2) Es ist

$$\boldsymbol{v} = 3\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = -\boldsymbol{e}_2' - 3\boldsymbol{e}_3',$$

wir erhalten folglich

$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_2' - 9\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_3' - \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}_2' - 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}_3' \,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 30

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_2' + 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_3' + 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}_2' - 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}_3'$.

(2) Es ist

$$\boldsymbol{v} = -3\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = -\boldsymbol{e}_1' - 2\boldsymbol{e}_2',$$

wir erhalten folglich

$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_1' + 6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_2' - \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}_1' - 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}_2' \,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 31

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_2' + 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_3' + 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}_2' - 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}_3'$.

(2) Es ist

$$\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{e}_1 - 3\boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = -2\boldsymbol{e}_2' - 2\boldsymbol{e}_3',$$

wir erhalten folglich

$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_2' + 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_3' + 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}_2' + 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}_3' \,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 32

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_1' + 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_2' - 4\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}_1' + 4\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}_2'$.

(2) Es ist

$$\boldsymbol{v} = 3\boldsymbol{e}_1 - 3\boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}_2' - 3\boldsymbol{e}_3',$$

wir erhalten folglich

$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -9\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_2' - 9\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_3' + 9\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}_2' + 9\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}_3' \,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 33

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 4\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist

$$\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}'_1 - 3\boldsymbol{e}'_3,$$

wir erhalten folglich

$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3\,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 34

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 4\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 4\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + 4\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 4\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist

$$\boldsymbol{v} = -3\boldsymbol{e}_1 + 2\boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}'_2 + 3\boldsymbol{e}'_3,$$

wir erhalten folglich

$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -9\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 9\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3\,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 35

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + \boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist

$$\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{e}_1 + 2\boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = \boldsymbol{e}'_2 - 2\boldsymbol{e}'_3,$$

wir erhalten folglich

$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 4\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3\,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 36

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 4\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist

$$\boldsymbol{v} = -3\boldsymbol{e}_1 + 2\boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = -\boldsymbol{e}'_2 - 3\boldsymbol{e}'_3,$$

wir erhalten folglich

$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 9\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3\,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 37

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 4\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist
$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = -\boldsymbol{e}'_1 - \boldsymbol{e}'_2,$$
wir erhalten folglich
$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - \boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2\,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 38

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = -\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + \boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist
$$\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}'_2 + \boldsymbol{e}'_3,$$
wir erhalten folglich
$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 2\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 + 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3\,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 39

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 4\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 4\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 4\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 4\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3$.

(2) Es ist
$$\boldsymbol{v} = -3\boldsymbol{e}_1 + 3\boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = -2\boldsymbol{e}'_1 + \boldsymbol{e}'_2,$$
wir erhalten folglich
$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 - 3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 6\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2\,.$$

Aufgabe 3 Exemplar 40

Ergebnis.

(1) $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 6\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 4\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_1 + 2\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2$.

(2) Es ist
$$\boldsymbol{v} = -3\boldsymbol{e}_1 + 3\boldsymbol{e}_2 \text{ und } \boldsymbol{w} = -\boldsymbol{e}'_2 + \boldsymbol{e}'_3,$$
wir erhalten folglich
$$\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_2 - 3\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}'_3 - 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_2 + 3\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}'_3\,.$$

Lösungen zur Aufgabe 4

Aufgabe 4 Exemplar 1

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X+1 & 0 & 0 \\ 1 & X+1 & 1 \\ 1 & 0 & X \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X+1 & 1 \\ X+1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & X \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X+1 & 1 \\ 0 & X^2+1 & X+1 \\ 0 & X+1 & X+1 \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+1 & X+1 \\ 0 & X+1 & X+1 \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+1 & X+1 \\ X+1 & X+1 \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^2 + X, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = X + 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X+1 & 0 \\ 0 & 0 & X^2+X \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 2

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X+1 & 0 & 1 \\ 1 & X & 1 \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ X+1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ 0 & X^2+X & X \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+X & X \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+X & X \\ 1 & X+1 \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^3, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X^3 \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 3

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X & 0 & 0 \\ 1 & X & 1 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ X & 0 & 0 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ 0 & X^2 & X \\ 0 & X & X \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2 & X \\ 0 & X & X \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2 & X \\ X & X \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(\, i = 2, 1\,)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = \; X^2 + X\,, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = \; X$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & X^2 + X \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 4

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X+1 & 1 & 0 \\ 1 & X+1 & 1 \\ 0 & 1 & X \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X+1 & 1 \\ X+1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & X \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1, 1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X+1 & 1 \\ 0 & X^2 & X+1 \\ 0 & 1 & X \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2 & X+1 \\ 0 & 1 & X \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C=\begin{pmatrix} X^2 & X+1 \\ 1 & X \end{pmatrix} \text{ zur Matrix } \begin{pmatrix} e_2(A) & 0 \\ 0 & e_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $d_3(A)$ und $d_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i=2,1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$e_3(A)=\frac{d_3(A)}{d_2(A)} = X^3+X+1, \quad e_2(A)=d_2(A)= 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X^3+X+1 \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 5

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X\cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X+1 & 0 & 0 \\ 1 & X+1 & 0 \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B=\begin{pmatrix} 1 & X+1 & 0 \\ X+1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X+1 & 0 \\ 0 & X^2+1 & 0 \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+1 & 0 \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix}.$$

Wegen $e_1(A)=1$ muss die Teilmatrix

$$C=\begin{pmatrix} X^2+1 & 0 \\ 1 & X+1 \end{pmatrix} \text{ zur Matrix } \begin{pmatrix} e_2(A) & 0 \\ 0 & e_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $d_3(A)$ und $d_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i=2,1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$e_3(A)=\frac{d_3(A)}{d_2(A)} = X^3+X^2+X+1, \quad e_2(A)=d_2(A)= 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X^3+X^2+X+1 \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 6

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X+1 & 0 & 0 \\ 1 & X & 1 \\ 1 & 1 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ X+1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ 0 & X^2+X & X+1 \\ 0 & X+1 & X \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+X & X+1 \\ 0 & X+1 & X \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+X & X+1 \\ X+1 & X \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^3+1\,, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X^3+1 \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 7

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X+1 & 0 & 1 \\ 1 & X+1 & 1 \\ 1 & 1 & X \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X+1 & 1 \\ X+1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & X \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X+1 & 1 \\ 0 & X^2+1 & X \\ 0 & X & X+1 \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+1 & X \\ 0 & X & X+1 \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+1 & X \\ X & X+1 \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^3 + X + 1, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X^3+X+1 \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 8

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X & 1 & 1 \\ 1 & X+1 & 0 \\ 1 & 1 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X+1 & 0 \\ X & 1 & 1 \\ 1 & 1 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X+1 & 0 \\ 0 & X^2+X+1 & 1 \\ 0 & X & X+1 \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+X+1 & 1 \\ 0 & X & X+1 \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+X+1 & 1 \\ X & X+1 \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(\,i = 2, 1\,)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = \; X^3+X+1\,, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = \; 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X^3+X+1 \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 9

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X+1 & 1 & 0 \\ 1 & X & 0 \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X & 0 \\ X+1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X & 0 \\ 0 & X^2+X+1 & 0 \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+X+1 & 0 \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+X+1 & 0 \\ 1 & X+1 \end{pmatrix} \text{ zur Matrix } \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^3 + 1, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X^3+1 \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 10

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X & 0 & 0 \\ 1 & X & 1 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ X & 0 & 0 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1, 1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ 0 & X^2 & X \\ 0 & X & X \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2 & X \\ 0 & X & X \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2 & X \\ X & X \end{pmatrix} \text{ zur Matrix } \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren

Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$e_3(A) = \frac{d_3(A)}{d_2(A)} = X^2 + X\,, \quad e_2(A) = d_2(A) = X$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & X^2 + X \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 11

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X+1 & 0 & 0 \\ 1 & X+1 & 0 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X+1 & 0 \\ X+1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1, 1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X+1 & 0 \\ 0 & X^2+1 & 0 \\ 0 & X+1 & X+1 \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+1 & 0 \\ 0 & X+1 & X+1 \end{pmatrix}.$$

Wegen $e_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+1 & 0 \\ X+1 & X+1 \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} e_2(A) & 0 \\ 0 & e_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $d_3(A)$ und $d_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$e_3(A) = \frac{d_3(A)}{d_2(A)} = X^2 + 1\,, \quad e_2(A) = d_2(A) = X + 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X+1 & 0 \\ 0 & 0 & X^2+1 \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 12

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X & 1 & 1 \\ 1 & X+1 & 1 \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X+1 & 1 \\ X & 1 & 1 \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X+1 & 1 \\ 0 & X^2+X+1 & X+1 \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+X+1 & X+1 \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+X+1 & X+1 \\ 1 & X+1 \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^3 + X, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X^3+X \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 13

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X & 0 & 0 \\ 1 & X & 1 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ X & 0 & 0 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ 0 & X^2 & X \\ 0 & X & X \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2 & X \\ 0 & X & X \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2 & X \\ X & X \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^2 + X, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = X$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & X^2 + X \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 14

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X+1 & 0 & 0 \\ 1 & X+1 & 1 \\ 1 & 0 & X \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X+1 & 1 \\ X+1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & X \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X+1 & 1 \\ 0 & X^2+1 & X+1 \\ 0 & X+1 & X+1 \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+1 & X+1 \\ 0 & X+1 & X+1 \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+1 & X+1 \\ X+1 & X+1 \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^2 + X, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = X + 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X+1 & 0 \\ 0 & 0 & X^2+X \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 15

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X & 0 & 0 \\ 1 & X & 1 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ X & 0 & 0 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1, 1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ 0 & X^2 & X \\ 0 & X & X \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2 & X \\ 0 & X & X \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2 & X \\ X & X \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = \ X^2 + X\,, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = \ X$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & X^2 + X \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 16

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X & 1 & 1 \\ 1 & X+1 & 1 \\ 0 & 1 & X \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X+1 & 1 \\ X & 1 & 1 \\ 0 & 1 & X \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X+1 & 1 \\ 0 & X^2+X+1 & X+1 \\ 0 & 1 & X \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+X+1 & X+1 \\ 0 & 1 & X \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+X+1 & X+1 \\ 1 & X \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = \ X^3 + X^2 + 1\,, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = \ 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X^3+X^2+1 \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 17

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X & 0 & 0 \\ 1 & X & 1 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ X & 0 & 0 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ 0 & X^2 & X \\ 0 & X & X \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2 & X \\ 0 & X & X \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2 & X \\ X & X \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ ($i = 2, 1$) schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^2 + X, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = X$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & X^2+X \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 18

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X & 0 & 1 \\ 1 & X & 0 \\ 0 & 1 & X \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X & 0 \\ X & 0 & 1 \\ 0 & 1 & X \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X & 0 \\ 0 & X^2 & 1 \\ 0 & 1 & X \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2 & 1 \\ 0 & 1 & X \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2 & 1 \\ 1 & X \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^3 + 1, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X^3 + 1 \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 19

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X+1 & 0 & 0 \\ 1 & X & 0 \\ 1 & 1 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X & 0 \\ X+1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X & 0 \\ 0 & X^2+X & 0 \\ 0 & X+1 & X+1 \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+X & 0 \\ 0 & X+1 & X+1 \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+X & 0 \\ X+1 & X+1 \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2,1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^2+X\,, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = X+1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X+1 & 0 \\ 0 & 0 & X^2+X \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 20

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X+1 & 0 & 0 \\ 1 & X+1 & 0 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X+1 & 0 \\ X+1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X+1 & 0 \\ 0 & X^2+1 & 0 \\ 0 & X+1 & X+1 \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+1 & 0 \\ 0 & X+1 & X+1 \end{pmatrix}.$$

Wegen $e_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+1 & 0 \\ X+1 & X+1 \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} e_2(A) & 0 \\ 0 & e_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $d_3(A)$ und $d_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$e_3(A) = \frac{d_3(A)}{d_2(A)} = X^2 + 1, \quad e_2(A) = d_2(A) = X + 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X+1 & 0 \\ 0 & 0 & X^2+1 \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 21

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X+1 & 0 & 0 \\ 1 & X+1 & 0 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X+1 & 0 \\ X+1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1, 1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X+1 & 0 \\ 0 & X^2+1 & 0 \\ 0 & X+1 & X+1 \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+1 & 0 \\ 0 & X+1 & X+1 \end{pmatrix}.$$

Wegen $e_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+1 & 0 \\ X+1 & X+1 \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} e_2(A) & 0 \\ 0 & e_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $d_3(A)$ und $d_2(A)$ der äußeren

Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^2 + 1, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = X + 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X+1 & 0 \\ 0 & 0 & X^2+1 \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 22

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X & 0 & 0 \\ 1 & X & 1 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ X & 0 & 0 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1, 1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ 0 & X^2 & X \\ 0 & X & X \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2 & X \\ 0 & X & X \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2 & X \\ X & X \end{pmatrix} \text{ zur Matrix } \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^2 + X, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = X$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & X^2+X \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 23

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X+1 & 1 & 1 \\ 1 & X+1 & 1 \\ 0 & 1 & X \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X+1 & 1 \\ X+1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & X \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X+1 & 1 \\ 0 & X^2 & X \\ 0 & 1 & X \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2 & X \\ 0 & 1 & X \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2 & X \\ 1 & X \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^3 + X, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X^3 + X \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 24

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X & 1 & 0 \\ 1 & X & 0 \\ 1 & 1 & X \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X & 0 \\ X & 1 & 0 \\ 1 & 1 & X \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X & 0 \\ 0 & X^2+1 & 0 \\ 0 & X+1 & X \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+1 & 0 \\ 0 & X+1 & X \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+1 & 0 \\ X+1 & X \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ ($i = 2, 1$) schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^3 + X\,, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X^3+X \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 25

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X & 1 & 0 \\ 1 & X+1 & 1 \\ 1 & 1 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X+1 & 1 \\ X & 1 & 0 \\ 1 & 1 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X+1 & 1 \\ 0 & X^2+X+1 & X \\ 0 & X & X \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+X+1 & X \\ 0 & X & X \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+X+1 & X \\ X & X \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ ($i = 2, 1$) schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^3 + X\,, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X^3+X \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 26

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X+1 & 0 & 0 \\ 1 & X+1 & 0 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X+1 & 0 \\ X+1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1, 1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X+1 & 0 \\ 0 & X^2+1 & 0 \\ 0 & X+1 & X+1 \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+1 & 0 \\ 0 & X+1 & X+1 \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+1 & 0 \\ X+1 & X+1 \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^2+1\,, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = X+1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X+1 & 0 \\ 0 & 0 & X^2+1 \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 27

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X+1 & 1 & 0 \\ 1 & X & 1 \\ 1 & 1 & X \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ X+1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & X \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1, 1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ 0 & X^2+X+1 & X+1 \\ 0 & X+1 & X+1 \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+X+1 & X+1 \\ 0 & X+1 & X+1 \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+X+1 & X+1 \\ X+1 & X+1 \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^3+X^2\,, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X^3+X^2 \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 28

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X+1 & 0 & 0 \\ 1 & X+1 & 1 \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X+1 & 1 \\ X+1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X+1 & 1 \\ 0 & X^2+1 & X+1 \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+1 & X+1 \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+1 & X+1 \\ 1 & X+1 \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^3 + X^2, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X^3+X^2 \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 29

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X+1 & 0 & 0 \\ 1 & X+1 & 0 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X+1 & 0 \\ X+1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X+1 & 0 \\ 0 & X^2+1 & 0 \\ 0 & X+1 & X+1 \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+1 & 0 \\ 0 & X+1 & X+1 \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+1 & 0 \\ X+1 & X+1 \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^2+1, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = X+1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X+1 & 0 \\ 0 & 0 & X^2+1 \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 30

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X+1 & 1 & 1 \\ 1 & X+1 & 1 \\ 0 & 1 & X \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X+1 & 1 \\ X+1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & X \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X+1 & 1 \\ 0 & X^2 & X \\ 0 & 1 & X \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2 & X \\ 0 & 1 & X \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2 & X \\ 1 & X \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^3 + X, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X^3 + X \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 31

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X & 1 & 0 \\ 1 & X & 1 \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ X & 1 & 0 \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ 0 & X^2+1 & X \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+1 & X \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+1 & X \\ 1 & X+1 \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ ($i = 2, 1$) schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^3 + X^2 + 1\,, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X^3+X^2+1 \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 32

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X+1 & 0 & 1 \\ 1 & X+1 & 0 \\ 1 & 1 & X \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X+1 & 0 \\ X+1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & X \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X+1 & 0 \\ 0 & X^2+1 & 1 \\ 0 & X & X \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+1 & 1 \\ 0 & X & X \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+1 & 1 \\ X & X \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren

Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^3, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X^3 \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 33

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X+1 & 0 & 1 \\ 1 & X & 0 \\ 1 & 1 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X & 0 \\ X+1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X & 0 \\ 0 & X^2+X & 1 \\ 0 & X+1 & X+1 \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+X & 1 \\ 0 & X+1 & X+1 \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+X & 1 \\ X+1 & X+1 \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^3 + 1, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X^3+1 \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 34

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X & 1 & 0 \\ 1 & X+1 & 1 \\ 0 & 1 & X \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X+1 & 1 \\ X & 1 & 0 \\ 0 & 1 & X \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X+1 & 1 \\ 0 & X^2+X+1 & X \\ 0 & 1 & X \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+X+1 & X \\ 0 & 1 & X \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+X+1 & X \\ 1 & X \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^3 + X^2, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X^3+X^2 \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 35

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X+1 & 1 & 1 \\ 1 & X+1 & 0 \\ 1 & 1 & X \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X+1 & 0 \\ X+1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & X \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X+1 & 0 \\ 0 & X^2 & 1 \\ 0 & X & X \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2 & 1 \\ 0 & X & X \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2 & 1 \\ X & X \end{pmatrix} \text{ zur Matrix } \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^3 + X, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X^3 + X \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 36

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X+1 & 0 & 1 \\ 1 & X & 1 \\ 1 & 1 & X \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ X+1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & X \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ 0 & X^2+X & X \\ 0 & X+1 & X+1 \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+X & X \\ 0 & X+1 & X+1 \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+X & X \\ X+1 & X+1 \end{pmatrix} \text{ zur Matrix } \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^3 + X^2, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X^3+X^2 \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 37

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X & 1 & 1 \\ 1 & X+1 & 0 \\ 1 & 1 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X+1 & 0 \\ X & 1 & 1 \\ 1 & 1 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1, 1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X+1 & 0 \\ 0 & X^2+X+1 & 1 \\ 0 & X & X+1 \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+X+1 & 1 \\ 0 & X & X+1 \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+X+1 & 1 \\ X & X+1 \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ ($i = 2, 1$) schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^3 + X + 1\,, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X^3+X+1 \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 38

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X & 0 & 0 \\ 1 & X & 1 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ X & 0 & 0 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1, 1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ 0 & X^2 & X \\ 0 & X & X \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2 & X \\ 0 & X & X \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2 & X \\ X & X \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ ($i = 2, 1$) schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^2 + X\,, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = X$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & X^2+X \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 39

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X & 0 & 1 \\ 1 & X+1 & 1 \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X+1 & 1 \\ X & 0 & 1 \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X+1 & 1 \\ 0 & X^2+X & X+1 \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2+X & X+1 \\ 0 & 1 & X+1 \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2+X & X+1 \\ 1 & X+1 \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^3+1\,, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = 1$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X^3+1 \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.

Aufgabe 4 Exemplar 40

Lösung. Die charakteristische Matrix ist

$$X \cdot E_3 - A = \begin{pmatrix} X & 0 & 0 \\ 1 & X & 1 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3, \mathbb{F}_2[X]).$$

Nach Vertauschen der ersten beiden Zeilen entsteht eine Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ X & 0 & 0 \\ 1 & 0 & X+1 \end{pmatrix},$$

die an der Position $(1,1)$ einen von 0 verschiedenen Eintrag minimalen Grades besitzt. Durch Subtraktion geeigneter Vielfacher der ersten Zeile von den übrigen ergibt sich daraus eine Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & X & 1 \\ 0 & X^2 & X \\ 0 & X & X \end{pmatrix},$$

deren erste Spalte bereits die gewünschte Gestalt hat. Sie ist offensichtlich äquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X^2 & X \\ 0 & X & X \end{pmatrix}.$$

Wegen $\mathrm{e}_1(A) = 1$ muss die Teilmatrix

$$C = \begin{pmatrix} X^2 & X \\ X & X \end{pmatrix} \quad \text{zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{e}_2(A) & 0 \\ 0 & \mathrm{e}_3(A) \end{pmatrix}$$

äquivalent sein. Anstatt den obigen Algorithmus fortzusetzen, lassen sich in diesem besonders einfachen Fall auch die größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{d}_3(A)$ und $\mathrm{d}_2(A)$ der äußeren Potenzen $\Lambda^i(C)$ $(i = 2, 1)$ schnell bestimmen: Dies sind im ersten Fall die Determinante und im zweiten der ggT aller Einträge von C. So ergeben sich

$$\mathrm{e}_3(A) = \frac{\mathrm{d}_3(A)}{\mathrm{d}_2(A)} = X^2 + X, \quad \mathrm{e}_2(A) = \mathrm{d}_2(A) = X$$

und damit die gesuchte Normalform

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & X^2 + X \end{pmatrix}$$

der Präsentationsmatrix für A.