

Prüfungsschwerpunkte zur Vorlesung Kommutative Algebra (M. Roczen)

Sommersemester 2006

- Grundlagen: Homomorphie-Eigenschaften, Moduln über einem Ring; Quotientenfunktoren, freie Moduln, Basis eines freien Moduls, Rang und Eindeutigkeit,
- Komplexe von Moduln, links- bzw. rechtsexakte Funktoren, (Halb-) Exaktheitseigenschaften des Hom-Bifunktors und des Tensorprodukts, Beschreibung von $\text{Hom}(M, N)$ und $M \otimes_R N$ durch Matrizenoperationen auf freien Moduln für Moduln M, N von (gegebener) endlicher Darstellung
- flache und treufache Moduln, injektive Moduln (Satz von Baer), projektive Moduln, insbesondere auch über lokalen Ringen; Existenz projektiver und injektiver Auflösungen Tensorprodukt und Lokalisierung, Lokalisierung der Homomorphismen eines Moduls endlicher Darstellung in einen anderen; projektive Moduln und Lokalisierung
- Die abgeleiteten Funktoren Ext und Tor, projektive und injektive Dimension eines Moduls, kohomologische Dimension von Ringen, Charakterisierung injektiver und projektiver Moduln, projektive (injektive) Auflösungen und projektive (injektive) Dimension,
- Charakterisierung der kohomologischen Dimension eines Ringes; der Fall lokaler noetherscher Ringe: $\text{Tor}(k, M)$, und projektive Dimension von M , kohomologische Dimension eines lokalen Ringes und projektive Dimension des Restklassenkörpers
- reguläre Elemente bzw. Folgen für einen Modul, Änderung der projektiven Dimension bei Faktorisierung nach einem regulären Element, die globale homologische Dimension eines regulären lokalen Ringes stimmt mit seiner Dimension überein
- Auflösungen und abgeleitete Funktoren, die Kategorie der Kettenkomplexe, Homologiemoduln, Homotopie von Morphismen von Komplexen, Existenz und Eindeutigkeit der Satellitenfunktoren, exakte Folgen von Kettenkomplexen, Konstruktion der langen exakten Homologiesequenz
- globale, lokale und gemischte Monomordnungen für Polynomringe endlich vieler Unbestimmter über einem Körper, Charakterisierung der globalen Monomordnungen als Wohlordnungen, Lokalisierung bezüglich einer Monomordnung, Einbettung der Lokalisierung in den formalen Potenzreihenring, Beispiele für lokale und gemischte Monomordnungen
- Standardbasen, (schwache) Normalformen, erste Folgerungen aus der Existenz einer schwachen Normalform (Eigenschaften von Standardbasen), der Algorithmus von Mora-Greuel-Pfister, Modulordnungen zu einer gegebenen Monomordnung, Leitmonome, Teilbarkeit; monomiale Untermoduln, Leitmoduln; Syzygien