

Numerik partieller Differentialgleichungen I - Praktikum

3. Projekt

Behandlung von Neumann Randbedingungen bei der Wärmeleitungsgleichung

Will man bei der Wärmeleitungsgleichung am Rand den Wärmefluss und nicht die Temperatur festlegen, erhält man das folgende Anfangsrandwertproblem

$$(1) \quad \begin{cases} u_t - u_{xx} = 0 & \text{auf } (0, 1) \times (0, T) \\ u(x, 0) = u_0(x) & \text{auf } (0, 1) \\ u_x(0, t) = g(t), \\ u_x(1, t) = h(t) & \text{für } t \in (0, T). \end{cases}$$

Benutzt man bei der numerischen Lösung Rückwärts- und Vorwärtsdifferenzenquotienten, um die Ableitungen am Rand zu approximieren, verschlechtert man unter Umständen die Konvergenzordnung des verwendeten Differenzenverfahrens. Abhilfe verschafft die Einführung sogenannter Geisterpunkte (engl. ghost points) x_{-1} und x_{M+1} und die Anwendung von zentralen Differenzenquotienten an den Randpunkten x_0 und x_M . Für weitere Details sei auf das Praktikum verwiesen.

Aufgabe 3.1

Modifizieren Sie Ihr Programm zum θ -Schema, so dass das Anfangsrandwertproblem (1) approximiert wird. Benutzen Sie Rückwärts- und Vorwärtsdifferenzenquotienten sowie zentrale Differenzenquotienten für die Approximation der Randbedingungen und untersuchen Sie das Konvergenzverhalten in beiden Fällen. Stellen Sie Ihre Ergebnisse grafisch dar. Verwenden Sie hierzu den loglog-Befehl.

Präsentation der Ergebnisse am Donnerstag, den 08.11.2007