Humboldt Universität zu Berlin
Institut für Mathematik
JProf. Dr. A. Schröder
S. Wiedemann

3. Juni 2008

Numerik partieller Differentialgleichungen II - Praktikum

2. Projekt

Aufgabe 2.1

Implementieren Sie im Finite-Element-Framework (FFW) Module zur Assemblierung der Steifigkeitsmatrix und des Lastvektors für das Hookesche Materialgesetz mit linearisierten Verzerrungen (reiner Verschiebungsansatz). Bei der Assemblierung des Lastvektors sollen sowohl Volumenlasten als auch Oberflächenlasten berücksichtigt werden können. Da im FFW gegenwärtig keine dreidimensionalen Probleme behandelt werden können, sollen die dimensionsreduzierten Varianten "ebener Spannungszustand" und "ebener Verzerrungszustand" umgesetzt werden.
Beim ebenen Spannungszustand wird $\sigma_{ij}(x,y,z) = \sigma_{ij}(x,y)$, $i = 1,2$ und $\sigma_{i3} = \sigma_{3i} = 0$, $i = 1,2,3$, angenommen. Hierdurch erhält man $\varepsilon_{i3} = \varepsilon_{3i} = 0$, $i = 1,2$ sowie

$$\varepsilon_{33} = -\frac{\nu}{1-\nu}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22})$$

und schließlich

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\nu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix}.$$

Beim ebenen Verzerrungszustand gilt $\varepsilon_{ij}(x,y,z) = \varepsilon_{ij}(x,y)$, $i = 1,2$ und $\varepsilon_{i3} = \varepsilon_{3i} = 0$, $i = 1,2,3$. Was erhält man für die Spannungskomponenten σ_{ij}?
Überprüfen Sie Ihre Implementierungen mit geeigneten Testbeispielen (z.B. Einheitsquadrat mit vorgegebener Volumenkraft oder Oberflächenkraft). Führen Sie darüber hinaus Konvergenzuntersuchungen mit Hilfe einer vorgegebenen Verschiebungslösung durch.