

Lösung Klassenstufe 9-10 Aufgabe 3

Wenn eine Zahl 0 ist, dann sind es mindestens zwei. Nun ist $x+y$ ein Teiler von $x^{2009}+y^{2009}$, daraus folgt, dass $x+y = x^{2009} + y^{2009}$ gelten muss, woraus offenbar $x, y \in 0, 1$ folgt. Nur $x = y = 1$ führt zu der Primzahl 2.

Bei drei Zahlen gleich 0 kommt keine Primzahl heraus.

Bleibt der Fall, dass alle Zahlen verschieden von Null sind. Man schreibe

$$\frac{T}{M} = \frac{B}{d} = \frac{x}{y}$$

mit teilerfremden positiven ganzen Zahlen x, y (Bruch kürzen). Folglich $T = k \cdot x, M = k \cdot y, B = l \cdot x, d = l \cdot y$ mit pos. ganzen Zahlen k, l . Also ist

$$T^{2009} + d^{2009} + M^{2009} + B^{2009} = (x^{2009} + y^{2009}) \cdot (l^{2009} + k^{2009})$$

keine Primzahl.