Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Mathematik
C. Wendl

Analysis III
WiSe 2019–20

Informationen zur Klausur

Klausurzulassung

Zulassung zur Klausur erfolgt, wenn mindestens 50% der Punkte in den Hausaufgaben erreicht wurden. Die Übungsblätter 1–15 werden dafür berücksichtigt. Falls Sie sich für die Klausur anmelden, ohne die Zulassungskritieren zu erfüllen, werden Sie vom Prüfungsbüro informiert.

Achtung: auch wenn Übungsblatt 16 nicht bewertet wird, sollten die Inhalte davon (bis auf eine unten erwähnte Ausnahme) als Prüfungsrelevant betrachtet werden.

Termine und Dauer

Die Termine für die Klausuren sind:

- Erster Versuch: 28.02.2020 um 9:00 Uhr in Raum 0'310 (RUD26)
- Zweiter Versuch: 6.04.2020 um 9:00 Uhr in Raum 1.013 (RUD25)

Wer beim ersten Termin durchfällt, kann beim zweiten Termin mit neuen Klausuraufgaben versuchen. Wer für den ersten Termin nicht anmeldet und beim zweiten Termin durchfällt, kann nach dem Wintersemester 2020–21 nochmal versuchen, muss aber damit rechnen, dass die prüfungsrelevanten Themen dann nicht genau gleich sind, weil die Vorlesung von einem anderen Professor gehalten wird.

Bitte erscheinen Sie pünktlich, damit nicht später als um 9:15 Uhr angefangen werden kann. Sie haben dann insgesamt **2 Stunden und 45 Minuten** für die Klausur. Die Aufgaben sind aber so gestaltet, damit sie innerhalb von 2 Stunden lösbar sein sollen. Das heißt: Sie müssen nicht ständig so schnell wie möglich schreiben, Sie haben auch Zeit, nachzudenken, und sollten es nutzen.

Zugelassene Hilfsmittel

Ein beidseitig von Hand beschriebenes Blatt mit Notizen ist als Hilfsmittel während der Klausur zugelassen. Weitere Hilfsmittel sowie elektronische Geräte sind nicht zugelassen. Handys müssen ausgeschaltet sein.

Stoff

Auf der Website im Dokument *Behandelte Themen in der Vorlesung* finden Sie genaue Informationen darüber, was in der Vorlesung gemacht wurde und was nicht. Im Allgemeinen gilt: Definitionen, die in der Vorlesung an die Tafel geschrieben wurden, sowie alle in der

Vorlesung bewiesenen Sätze und in schriftlichen Übungsaufgaben besprochenen Begriffe sind prüfungsrelevant.

Es gibt aber auch Begriffe, die in der Vorlesung nur interessehalber kurz erwähnt wurden und Sätze, die ohne Beweis an die Tafel geschrieben wurden—diese sind *nicht* prüfungsrelevant. Gute Beispiele aus dieser Kategorie sind die meisten Themen, die in der letzten Vorlesung des Kapitels über Maßtheorie besprochen wurden: absolut stetige Funktionen, der Satz von Riesz-Markow und der Rieszsche Darstellungssatz im Fall $p \neq 2$. (Der Fall $p = 2$ wurde aber in der Vorlesung bewiesen, ist also prüfungsrelevant!)

Hier noch eine Liste von Themen und Begriffen, die als *nicht* prüfungsrelevant zu betrachten sind, weil sie entweder in der Vorlesung nicht so ausführlich besprochen wurden oder nur in *nichtschriftlichen* Übungsaufgaben eingeführt wurden und sonst nicht vorgekommen sind:

- Differentialgleichungssysteme der Form $F(t, \mathbf{x}(t), \ldots, \mathbf{x}^{(k)}(t)) = 0$, die nicht als Anfangswertprobleme verstanden werden können (Aufgaben 3.A und 4.A)
- der Satz von Cauchy-Peano (VL am 7.11.)
- Lebesgue-Integrale von vektor- bzw. komplexwertigen Funktionen (Aufgaben 7.A und 8.B)
- Existenz der Vervollständigung eines Maßraums (VL am 3.12. und Theorem 1.55 bei Salamon)—die Definition der Vervollständigung und des Begriffs Vollständigkeit für Maßräume sollten Sie jedoch verstehen
- Regularität des äußeren Maßes von Lebesgue (VL am 10.12. und Theorem 2.13 bei Salamon)
- Beweis der Eindeutigkeit des Lebesgue-Maßes als translationsinvariantes Maß (VL am 10.12.; die Eindeutigkeit in Theorem 2.1 bei Salamon)—die Aussage sollten Sie jedoch verstehen
- Beweis vom "monotone class theorem" (VL am 12.12.: das kleinste monotone System erzeugt durch eine Algebra ist eine σ-Algebra)—die Aussage sollten Sie jedoch verstehen
- Vollständigkeit von $L^\infty(\mu)$ (Aufgabe 12.A)
- die stetigen Funktionen liegen nicht dicht in $L^\infty(\mu)$ (Aufgabe 12.B)
- Dichtheit des Raumes der stetigen bzw. glatten Funktionen in $L^p(\mathbb{R}^n)$ (VL am 14.01.)
- eine absolut stetige Funktion ist das Integral ihrer fast überall definierten Ableitung (VL am 16.01.)
- monotone Funktionen sind fast überall differenzierbar (VL am 16.01.)
- Vollständigkeit des Dualraums eines Banachraums (VL am 16.01.)
- der Satz von Riesz-Markow über den Dualraum von $C(X)$ (VL am 16.01.)
- der Rieszsche Darstellungssatz über den Dualraum von $L^p(\mu)$ für $p \neq 2$ (VL am 16.01.)—der Fall $p = 2$ ist aber prüfungsrelevant
- Beweis des Poincaré-Lemmas (VL am 4.02.)—die Aussage sollten Sie aber *unbedingt* verstehen
- Der Begriff *positiv/negativ orientierte Basis* eines Tangentialraums (Aufgabe 16.B)

Resultate und Begriffe, die *nur* in einem Skript aber nicht in der Vorlesung erwähnt wurden (z.B. Satz 1.18 und Aufgabe 3.17 im Skript über Integration auf Untermannigfaltigkeiten) sind grundsätzlich nicht prüfungsrelevant.

Ein Tipp: Musterlösungen

Auf der Website gibt es inzwischen zahlreiche **Musterlösungen** zu Übungsaufgaben. Es könnte sich lohnen, diese gut zu studieren—auch für die nichtschriftlichen Aufgaben, sofern Musterlösungen dafür zur Verfügung stehen. Die Musterlösungen sind in der Regel etwas ausführlicher ausgearbeitet, als man bei einer Klausur erwarten würde, aber nur so kann man lernen, wie die abstrakten Resultate aus der Vorlesung in der Praxis richtig anzuwenden sind.

Wie wird die Klausur aussehen?

Auf der letzten Seite dieses Dokuments können Sie das Deckblatt sehen, das Sie mit den Klausuraufgaben bekommen werden. Die Anweisungen und Klausurregeln bei der eigentlichen Klausur werden genau gleich sein; nur die Zahlen in der Tabelle unten auf dem Deckblatt können variieren.

Die Klausur wird aus ungefähr 4 bis 6 Aufgaben bestehen, die in der Regel je 2 bis 4 Teilaufgaben haben. Zum größten Teil sind Klausuraufgaben so wie gewöhnliche Übungsaufgaben gestaltet, nur meistens etwas einfacher, weil Sie nicht beliebig viel Zeit dafür haben. Es gibt sonst nur einen Unterschied zu den Übungsaufgaben: bei der Klausur werden Sie manchmal aufgefordert, Standarddefinitionen oder Beweise von in der Vorlesung bewiesenen Sätzen (oder Spezialfällen davon) wiederzugeben. Hier ist die folgende Anweisung vom Deckblatt besonders zu beachten:

*Sie dürfen Ihnen bekannte Aussagen aus Vorlesung oder Übung verwenden, **es sei denn, die Aufgabe besteht darin, diese Aussage selbst oder einen Spezialfall davon zu beweisen**.*

Beispiel einer Klausuraufgabe

Aufgabe 1 (2 + 2 + 4 + 4 Punkte)

a) Sei $(X, \mathcal{A}, \mu)$ ein Maßraum. Was bedeutet es, wenn $(X, \mathcal{A}, \mu)$ σ-endlich ist?

b) Geben Sie ein Beispiel von einem Maßraum, der nicht σ-endlich ist.

c) Wie definiert man das Produkt $(X \times Y, \mathcal{A} \otimes \mathcal{B}, \mu \otimes \nu)$ von zwei σ-endlichen Maßräumen $(X, \mathcal{A}, \mu)$ und $(Y, \mathcal{B}, \nu)$? Erklären Sie insb., was die σ-Algebra $\mathcal{A} \otimes \mathcal{B} \subset 2^{X \times Y}$ ist, und geben Sie eine Formel für das Produktmaß $(\mu \otimes \nu)(E) \in [0, \infty]$ einer beliebigen $(\mathcal{A} \otimes \mathcal{B})$-messbaren Teilmenge $E \subset X \times Y$.

d) Berechnen Sie das Integral $\displaystyle\int_B (2x + 3y - z)\, dx\, dy\, dz$ für die Menge

$$B := \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; x, y, z \geq 0,\; x + y \leq 1 \text{ und } z \leq 2 \right\}.$$

Prüfungsklausur **zur Vorlesung Analysis III**

Wintersemester 2019–2020 Prof. Chris Wendl

Nachname, Vorname:	
Matrikelnummer:	

- Bearbeitungszeit: 2 Stunden, 45 Minuten.
- Tragen Sie auf diesem Deckblatt Ihren Nach- und Vornamen und Ihre Matrikelnummer ein.
- Bearbeiten Sie bitte jede Aufgabe auf einem extra Blatt. Beschriften Sie diese jeweils auch mit Ihrem Nach- und Vornamen, Ihrer Matrikelnummer und zusätzlich mit der jeweiligen Aufgabennummer. (Sie können damit schon vor der Klausur beginnen.)
- Ein beidseitig von Hand beschriebenes Blatt mit Notizen ist zugelassen. Weitere Hilfsmittel sowie elektronische Geräte sind *nicht zugelassen*. Handys müssen ausgeschaltet sein.
- Sie dürfen Aussagen von Teilaufgaben verwenden, auch wenn Sie diese nicht bearbeitet haben.
- Sie dürfen Ihnen bekannte Aussagen aus Vorlesung oder Übung verwenden, es sei denn, die Aufgabe besteht darin, diese Aussage selbst oder einen Spezialfall davon zu beweisen.
- Begründen Sie Ihre Antworten. Schreiben Sie an jeden Beweisschritt die benötigten Aussagen (Definitionen, Sätze). Begründen Sie gegebenenfalls, dass die Voraussetzungen dafür erfüllt sind.
- Das Anführen überflüssiger, beispielsweise redundanter, Argumente oder die Beantwortung nicht gestellter Fragen kann zu Punktabzug führen, falls diese mathematisch inkorrekt sind.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg bei der Klausur.

Aufgabe	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	Σ		
maximale Punktezahl	*10*	*10*	*10*	*10*	*10*	*50*		
erreichte Punktezahl								

Bewertung:	
Berlin, den	