Prof. A. Baudisch
Institut für Mathematik

8. Übungen

zur Vorlesung „Logik II/Modelltheorie"

8.1 Sei T L-Theorie und L abzählbar. T sei $\aleph_0$-kategorisch.
Zeigen Sie, daß T vollständig ist.

8.2 Wir betrachten die Theorie T der unendlichen Vektorräume über dem Körper $\mathbb{F}_3$ mit 3 Elementen. Die Signatur bestehe aus $+, -, 0$ und f_0, f_1, f_2 für die skalare Multiplikation mit 0, 1 bzw. 2 aus $\mathbb{F}_3$.
Zeigen Sie, daß T $\aleph_0$-kategorisch ist.

8.3 Wir betrachten die Sprache L mit einem zweistelligen Relationssymbol $E(x, y)$. Sei T die Theorie aller unendlichen L-Strukturen M, in denen E^M eine Äquivalenzrelation ist, für die jede E^M-Klasse genau 11 Elemente enthält.

a) Zeigen Sie, daß T $\aleph_0$-kategorisch ist.

b) Geben Sie alle 2-Typen aus $S_2(T)$ und ihre isolierenden Formeln an. Beweisen Sie Ihre Behauptung.

8.4 Wir betrachten eine Sprache, die nur eine einstellige Funktion $S(x)$ enthält. Sei T die Theorie der Nachfolgerfunktion in den natürlichen Zahlen. Zeigen Sie, daß T nicht $\aleph_0$-kategorisch ist.

(Hinweis: Eine Möglichkeit wäre es, Formeln $\varphi(x_1, x_2)$ zu betrachten.)