

1. Übungen

zur Vorlesung „Einführung in die mathematische Logik“

Sei $P = \{p_i : i \in \mathbb{N}\}$ und $G^- = P \cup \{\neg, \rightarrow, (\}$. Ein Wort φ über G^- heißt eine Pseudoformel, wenn φ durch endliches Anwenden der folgenden Regeln erhalten wird:

- 1) Alle $p \in P$ sind Pseudoformeln.
- 2) Wenn $\varphi \equiv \neg\psi$, wobei ψ Pseudoformel ist, so ist auch φ Pseudoformel.
- 3) Wenn $\varphi \equiv (\mu \rightarrow \nu$, wobei μ und ν Pseudoformeln sind, so ist auch φ Pseudoformel.

Zeigen Sie:

- 1.1 Jede Pseudoformel endet mit einer Aussagenvariable aus P .
- 1.2 Wenn φ eine Pseudoformel ist, so $o(\varphi) = b(\varphi)$, wobei $o(\varphi)$ die Anzahl der Klammern in φ und $b(\varphi)$ die Anzahl von \rightarrow in φ ist.
- 1.3 Wenn μ ein Anfangsstück einer Pseudoformel φ ist, dann gilt $o(\mu) \geq b(\mu)$.
- 1.4 Wenn μ ein echtes Anfangsstück einer Pseudoformel φ ist und das letzte Symbol von μ eine Aussagenvariable $p \in P$ ist, dann gilt $o(\mu) > b(\mu)$.
- 1.5 Wenn μ ein echtes Anfangsstück einer Pseudoformel φ ist, dann ist μ keine Pseudoformel.
- 1.6 Der Aufbau der Pseudoformeln ist eindeutig.