

## 10. Übungen

### zur Vorlesung „Einführung in die mathematische Logik“

10.1 Seien  $h$  und  $k$  rekursive Funktionen und  $f$  und  $g$  seien induktiv durch

$$\begin{aligned}f(a, \bar{a}) &= h(\bar{f}(a, \bar{a}), \bar{g}(a, \bar{a}), a, \bar{a}) \\g(a, \bar{a}) &= k(\bar{f}(a+1, \bar{a}), \bar{g}(a, \bar{a}), a, \bar{a})\end{aligned}$$

definiert. Zeigen Sie, daß  $f$  und  $g$  rekursiv sind.

10.2 Sei  $L$  die Sprache der Signatur  $\{+, \cdot, S, 0, <\}$ . Nach dem Vorbild der „Term-Maschine“ geben Sie einen Ablaufplan für eine „Formel-Maschine“ an. Diese hat einen Speicher  $SP$ , in dem Zahlen in Reihenfolge auf die Abarbeitung warten können. In den Speicher wird eine Zahl  $a$  gegeben um festzustellen, ob  $a = \ulcorner \varphi \urcorner$  für eine Formel  $\varphi$ . Die Maschine hat endlich viele Ausgänge  $a \neq \ulcorner \varphi \urcorner$ . Nur wenn die Maschine mit leerem Speicher stoppt, ist die Antwort:  $a = \ulcorner \varphi \urcorner$  für eine Formel  $\varphi$ . Die Termmaschine kann als Bauteil benutzt werden.

Begründen Sie, warum die Maschine in jedem Fall stoppt.