

3. Übungen

zur Vorlesung „Einführung in die mathematische Logik“

3.1 Formen Sie die folgenden Formeln in die konjunktive und die disjunktive Normalform um:

i) $\neg(p \wedge q) \rightarrow \neg(p \rightarrow q)$

ii) $(p \rightarrow \neg q) \rightarrow (q \rightarrow r)$

Leiten Sie folgende Formeln ab. Sie können die Ableitungsergebnisse der Vorlesung nutzen.

3.2 $\vdash \neg(\mu \rightarrow \neg\nu) \rightarrow \mu$

(Lemma 3.5 a, c, e und Korollar 3.4 iii)

3.3 $\vdash \neg(\mu \rightarrow \neg\nu) \rightarrow \nu$

(Axiom 1, Lemma 3.5 e und Korollar 3.4 iii)

3.4 $\vdash \neg\theta \rightarrow [(\varphi \rightarrow (\neg\psi \rightarrow \theta)) \rightarrow (\neg\psi \rightarrow \neg\varphi)]$

(Sei $\Sigma = \{\neg\theta, \varphi \rightarrow (\neg\psi \rightarrow \theta)\}$. Geben Sie einen $(\Sigma \cup \{\varphi\})$ -Beweis für ψ . Nutzen Sie dann das Lemma 3.5 und das Deduktionstheorem.)

3.5 Ist $p_0 \rightarrow (p_1 \rightarrow (p_0 \rightarrow p_2))$ ableitbar? Begründen Sie Ihre Antwort.