

## 7. Übungen

### zur Vorlesung „Einführung in die mathematische Logik“

In den Aufgaben 7.1, 7.2, 7.4 sind die entsprechenden Beweise anzugeben. Die Ergebnisse aus Kapitel 7 der Vorlesung können benutzt werden.

7.1 Zeigen Sie:

$$\vdash \forall x(\varphi(x, \bar{y}) \rightarrow \psi(x, \bar{y})) \rightarrow (\exists x \varphi(x, \bar{y}) \rightarrow \exists x \psi(x, \bar{y})).$$

7.2 Zeigen Sie für beliebige konstante Terme  $t$ :

$$\vdash \varphi(t, \bar{y}) \rightarrow \exists x \varphi(x, \bar{y}).$$

7.3 Zeigen Sie: Wenn  $\Sigma$  eine inkonsistente Menge von Aussagen ist, so existiert eine endliche Teilmenge  $\Sigma_0$  von  $\Sigma$ , die inkonsistent ist.

7.4 Sei  $\sigma(L) = \{\cdot, 1\}$  und

$\Sigma = \{\forall xyz (xy)z = x(yz), \forall x 1x = x, \forall x x1 = x, \forall x \exists y xy = 1\}$ . Zeigen Sie:

a)  $\Sigma \vdash \forall xy(xy = 1 \rightarrow yx = 1)$

b)  $\Sigma \vdash \forall x \exists y(yx = 1)$