

Prof. Dr. Markus Reiß,  
Dr. Fares Maalouf, Caroline Löbhard,  
Alexander Fromm

### Übung zur Linearen Algebra 1 für Informatiker/innen

#### Aufgabe 1 (4 Punkte).

Es seien  $A$  und  $B$  zwei Teilmengen einer Grundmenge  $G$ . Begründen Sie:

a)  $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

b)  $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

Geben Sie im Fall  $G := \mathbb{Z}$ ,

$$A := \{k \in \mathbb{Z} \mid k \bmod 2 \equiv 1\},$$

$$B := \{k \in \mathbb{Z} \mid k \bmod 4 \equiv 1 \text{ oder } 2\}$$

die jeweiligen Mengen explizit an.

#### Aufgabe 2 (4 Punkte).

Es sei  $q \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$ . Zeigen Sie durch vollständige Induktion:

$$\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

gilt für alle  $n \in \mathbb{N}_0$ .

#### Aufgabe 3 (4 Punkte).

Entscheiden Sie, welche der folgenden Rechenregeln wahr oder falsch sind und begründen Sie kurz Ihre Entscheidung. Im Folgenden seien  $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{Z}$ ,  $c \in \mathbb{Z}$  beliebig.

a)  $a \mid b \implies a \mid b \cdot c$

b)  $a \mid b \cdot c$  und  $\text{ggT}(a, c) = 1 \implies a \mid b$

c)  $a \mid b \implies a \mid b + c$

d) Falls  $b \in \mathbb{N}$ :  $a \mid b$  und  $b \mid c \implies a \mid c$

**Aufgabe 4** (4 Punkte).

Es seien  $a, b, c, d, e, f, g, h, i$  die ersten neun Stellen einer ISBN und sei  $p$  die durch diese Ziffern gegebene Prüfziffer.

Begründen Sie, dass anhand der Prüfziffer jeder Fehler, der durch

- a) Änderung genau einer der neun Ziffern auf eine beliebige andere Ziffer (Einzelfehler)

oder

- b) Vertauschung zweier Ziffern ohne Änderung der restlichen (Vertauschungsfehler)

zustande kommt, stets erkannt werden kann. Das heißt: Änderungen des Typs a) oder b) ändern die entsprechende Prüfziffer.

**Abgabe:**

Montag, 07.11.2011 bis 15.10 Uhr, Ablagefach vor Raum 1.209, RUD 25 Johann von Neumann-Haus  
*Die Aufgaben sind auf getrennten Blättern zu bearbeiten und mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe zu versehen. Abgabe in Gruppen ist nicht möglich.*

Hinweis zur Korrektur: Von den ersten beiden, sowie von den letzten zwei Aufgaben wird jeweils nur eine zufällig ausgewählt und korrigiert.