Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Mathematik

Prof. Dr. Markus Reiß,
Dr. Fares Maalouf, Caroline Löbhard,
Alexander Fromm

Blatt 9
Wintersemester 2011/12

Übung zur Linearen Algebra 1 für Informatiker/innen

Aufgabe 1 (4 Punkte).
Gegeben sind die folgenden reellwertigen Matrizen,

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -3 \\ 0 & -1 & 6 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -2 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \qquad D = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Sind die folgenden Ausdrücke definiert? Berechnen Sie in diesem Fall die Ergebnisse.

a) $A + B$

b) $A + 1$, wobei $1 \in \mathbb{R}$

c) $3A + 4B^T$, wobei $3, 4 \in \mathbb{R}$

d) $\frac{1}{2}C - D^T$, wobei $\frac{1}{2} \in \mathbb{R}$

e) $A \cdot C$

f) $A \cdot C^T$

g) $B \cdot (C + D)$

h) $(A \cdot B)^2 := (A \cdot B) \cdot (A \cdot B)$

Aufgabe 2 (4 Punkte).
Es sei $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ eine reelle Matrix. Zeigen Sie:

a) Ist $ad \neq bc$, dann ist A invertierbar, und es gilt $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$.

b) Ist $ad - bc = 0$, dann ist A nicht invertierbar.

Aufgabe 3 (4 Punkte).
Es sei K ein Körper, V, W seien zwei K-Vektorräume, f sei eine lineare Abbildung von V nach W und $v_1, \cdots, v_n \in V$ seien Vektoren aus V. Zeigen Sie:

a) Sind $v_1, \cdots, v_n$ linear abhängig, dann sind auch $f(v_1), \cdots, f(v_n)$ linear abhängig.

b) Sind $f(v_1), \cdots, f(v_n)$ linear unabhängig, dann sind auch $v_1, \cdots, v_n$ linear unabhängig.

c) Ist f injektiv, dann sind $v_1, \cdots, v_n$ genau dann linear unabhängig, wenn $f(v_1), \cdots, f(v_n)$ linear unabhängig sind.

Aufgabe 4 (4 Punkte).
Lesen und verstehen Sie Abschnitt 10.3.1 im Lehrbuch von Teschl (siehe Literaturliste zur Vorlesung, das Buch ist im HU-Netz online verfügbar).

Wir betrachten das Beispiel mit der Generatormatrix

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Berechnen Sie die Kontrollmatrix H, und überprüfen Sie, dass $HG^T = 0$.

b) Geben Sie zwei Vektoren an, die keine Codewörter sind. Begründen Sie Ihre Antwort.

Abgabe:
Montag, 16.01.2012 bis 15.10 Uhr, Ablagefach vor Raum 1.209, RUD 25 Johann von Neumann-Haus
Die Aufgaben sind auf getrennten Blättern zu bearbeiten und mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe zu versehen. Bitte jeweils zu zweit oder zu dritt abgeben.