

Stochastik I

1. Zusatzübung

1. a) Es sei $(\Omega, \mathfrak{A}, P)$ ein Wahrscheinlichkeitsraum und es sei (A_n) eine Folge von Ereignissen aus \mathfrak{A} . Beweisen Sie, dass aus $A := \liminf A_n = \limsup A_n$ die Beziehung $\lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n) = P(A)$ folgt.
- b) Zeigen Sie, dass gilt

$$\mathbb{1}_{\limsup A_n} = \limsup \mathbb{1}_{A_n}$$

$$\mathbb{1}_{\liminf A_n} = \liminf \mathbb{1}_{A_n}$$

- c) Bestimmen Sie $\liminf_{n \rightarrow \infty} A_n$ und $\limsup_{n \rightarrow \infty} A_n$ für

$$A_n = \begin{cases} A & \text{für } n = 2k (k \in \mathbb{N}) \\ B & \text{für } n = 2k + 1 (k \in \mathbb{N}). \end{cases}$$

2. Peter und Paul werfen je einen regulären Würfel. Peter gewinnt, falls seine Augenzahl echt größer als die von Paul ist. Angenommen, beiden spielen das Spiel fünf mal. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Peter mindestens viermal gewinnt?