

## Stochastik I

### 2. Zusatzübung

- 1) Zeigen Sie, dass jede einelementige Menge  $\{x\} \subset R_1$  eine Borelmenge ist, d.h. zur kleinsten  $\sigma$ -Algebra  $\mathcal{B}_1$  gehört, die alle halboffenen Intervalle der Form  $(a, b]$  ( $a < b$ ) enthält.
  
- 2) Es seien  $A$  und  $B$  zwei unabhängige Ereignisse aus einem Wahrscheinlichkeitsraum  $(\Omega, \mathfrak{A}, P)$  (vgl. Übung 3.5).
  - a) Man zeige, dass auch  $\bar{A}$  und  $B$ , bzw.  $A$  und  $\bar{B}$  bzw.  $\bar{A}$  und  $\bar{B}$  unabhängig sind.
  - b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung  $P_B(\cdot)$  aus Aufgabe 2.1 für den Fall  $P(B) > 0$ .
  - c) Beim Zahlenlotto werden auf gut Glück nacheinander ohne Zurücklegen sechs Zahlen aus  $\{1, 2, \dots, 49\}$  gezogen. Sind die Ereignisse  $A :=$  "Beim ersten Ziehen erscheint eine der sechs Zahlen meines Tippscheines" und  $B :=$  "Beim zweiten Ziehen erscheint eine der sechs Zahlen meines Tippscheines" unabhängig?