

Stochastik I

8. Zusatzübung

- 1) Es seien X_1, X_2, \dots unabhängige, identisch verteilte Zufallsgrößen, und zwar gleichmäßig verteilt auf $[0, 1]$. Weiterhin sei $c \in (0, 1)$ fest gewählt. Wir definieren

$$N = \min\{k \geq 1 \mid X_k > c\},$$

$$X_N = X_n \text{ auf } \{N = n\}.$$

- a) Man zeige $P(N < \infty) = 1$.
- b) Man bestimme die Wahrscheinlichkeitsverteilungen von N und X_N .
- c) Sind N und X_N voneinander unabhängig?
- 2) X und Y seien Standard-Normalverteilt und unabhängig. Man berechne die Dichte von $V = \frac{X}{Y}$.
Hinweis: Berechnen Sie zunächst die Verteilung von (U, V) mit $U = X$.
(Die Verteilung von V heißt Cauchyverteilung.)
- 3) X und Y seien unabhängig und geometrisch verteilt mit dem Parameter $p \in (0, 1)$. Man berechne

$$P(X = i \mid X + Y = n), \quad 0 \leq i \leq n, n \geq 0.$$